

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 6 (1904)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR UNE AMÉLIORATION DE LA MÉTHODE D'APPROXIMATION DE NEWTON  
**Autor:** Lerch, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-7563>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SUR UNE AMÉLIORATION DE LA MÉTHODE D'APPROXIMATION DE NEWTON

---

Etant donné un système d'équations analytiques à  $n$  inconnues

$$(1) \quad f_1 = 0, f_2 = 0, \dots, f_n = 0,$$

dont on connaît une solution approchée  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , on trouve un système de valeurs avec l'approximation plus avancée

$$(2) \quad x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots, x_n + \delta x_n,$$

si l'on détermine les corrections  $\delta x_\nu$  au moyen des équations linéaires

$$(2^*) \quad \sum_{\nu=1}^n \frac{\partial f_\mu}{\partial x_\nu} \delta x_\nu + f_\mu(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad (\mu = 1, 2, 3, \dots, n).$$

C'est la méthode de Newton. Cela posé, pour juger l'approximation obtenue, on calcule les valeurs

$$f_\mu(x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots, x_n + \delta x_n);$$

je dis qu'on perfectionne considérablement les résultats, si au moyen des quantités qu'on vient d'obtenir on détermine les corrections secondes  $\delta' x_\nu$  par les équations

$$(3) \quad \sum_{\nu=1}^n \frac{\partial}{\partial x_\nu} f_\mu(x_1, x_2, \dots, x_n) \delta' x_\nu + f_\mu(x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots) = 0$$

et qu'on prenne  $x_\nu + \delta x_\nu + \delta' x_\nu$  comme les valeurs des inconnues.

*Démonstration.* — En écrivant les inconnues sous la forme  $x_\nu + dx_\nu$ , et faisant usage du théorème de Taylor, on aura les équations exactes

$$(4) \quad 0 = f_\mu(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{\nu=1}^n \frac{\partial f_\mu}{\partial x_\nu} dx_\nu + \sum_{p=2}^{\infty} \frac{1}{p!} d^p f_\mu.$$

En supprimant les séries qui figurent aux deuxièmes membres, on aura un système linéaire pour les inconnues  $dx_\nu = \delta x_\nu$ , qui est exactement le système d'équations de Newton (2\*).

Cela posé, j'obtiendrai une solution plus satisfaisante, si au lieu de supprimer les séries dans les équations (4), je leur substitue des valeurs approchées formées au moyen des différentielles  $dx_\nu = \delta x_\nu$ . Or on a, dans cette hypothèse,

$$\sum_{p=2}^{\infty} \frac{1}{p!} d^p f_\mu = f_\mu(\dots x_\nu + \delta x_\nu \dots) - f_\mu(\dots x_\nu \dots) - \sum_{\nu=1}^n \frac{\partial f_\mu}{\partial x_\nu} \delta x_\nu ;$$

en substituant ces valeurs, les équations (4) deviennent

$$\sum_{\nu=1}^n \frac{\partial f_\mu}{\partial x_\nu} (dx_\nu - \delta x_\nu) + f_\mu(x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots, x_n + \delta x_n) = 0 ,$$

d'où il vient le système (3), si l'on fait  $dx_\nu - \delta x_\nu = \delta' x_\nu$ , ce qui achève la démonstration.

Dans le cas d'une seule inconnue, la méthode s'exprime par les deux équations

$$\delta x = - \frac{f(x)}{f'(x)} , \quad \delta' x = - \frac{f(x + \delta x)}{f'(x)} ,$$

$x$  étant la valeur approchée donnée, et  $x + \delta x + \delta' x$  la valeur améliorée obtenue par la méthode.

Pour éclaircir sur un exemple, je prends l'équation  $x^3 - 5 = 0$  qui a la solution 1, 7099759 ; je fais  $x = 1, 71$  et je détermine les valeurs

$$f(x) = 0, 000211 , \quad f'(x) = 8, 7723 ,$$

d'où

$$\begin{aligned} \delta x &= - 0, 000024052 , \\ x + \delta x &= 1, 709975948 . \end{aligned}$$

Je détermine ensuite pour le contrôle

$$f(x + \delta x) = - \frac{29679}{10^{13}} ,$$

d'où

$$\delta' x = - \frac{f(x + \delta x)}{f'(x)} = \frac{30755}{10^{14}} ,$$

ce qui donne la valeur de l'inconnue

$$x + \delta x + \delta' x = 1, 70997594769245 .$$

M. LERCH (Fribourg, Suisse).