Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 5 (1903)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Réponse à M. Cailler au sujet du calcul des probabilités doive toujours être prise comme positive, car cela enlève aux considérations développées ci-dessus les avantages qu'elles présentent au point de vue des expressions algébriques.

L'équation de géométrie plane

$$x \cos \theta + y \sin \theta - p = 0,$$

signifie : la ligne telle qu'en considérant la perpendiculaire qu'on lui abaisse de l'origine, celle-ci est inclinée de l'angle θ sur l'axe des x, tandis que la distance de l'origine au pied de cette perpendiculaire est p en grandeur et en signe. Avec cette interprétation il n'y a plus de confusion possible entre les deux droites

$$x \cos \theta + y \sin \theta - p = 0,$$
$$x \cos \theta + y \sin \theta + p = 0,$$

car l'essentiel est le sens ou la direction de la perpendiculaire.

Remarquons aussi que

$$x \cos \theta + y \sin \theta - p = 0$$
$$x \cos (\theta + \pi) + y \sin (\theta + \pi) + p = 0$$

représentent concurremment la même droite. Les deux perpendiculaires ont des sens opposés sur la même droite de base. La droite elle-même dans ce cas est non dirigée mais ceci est dû à cette particularité qu'elle est perpendiculaire à la droite menée par l'origine. Si au lieu d'être perpendiculaire à la droite menée par l'origine, la droite est inclinée de l'angle θ, cette dernière est encore dirigée et son équation est

$$x \sin (\theta + \varphi) - y \cos (\theta + \varphi) - p \sin (-\varphi) = 0.$$

Cette équation est toujours distincte de

$$x \sin (\theta - \varphi) - y \cos (\theta - \varphi) - p \sin (-\varphi) = 0$$

sauf lorsque $2\varphi = \pi$.

De semblables considérations s'appliquent dans l'espace à l'équation

$$x \cos \theta + y \cos \varphi + z \cos \psi - p = 0.$$

Charles Tweedie (Edinburgh).

Réponse à M. Cailler au sujet du calcul des probabilités.

Nous remercions vivement M. Cailler, de l'attention qu'il a bien voulu donner à l'article très audacieux qu'a publié de nous cette revue exclusivement mathématique, alors que nous ne sommes pas des mathématiciens. Mais, nous l'avons montré, cette partie des mathématiques, le calcul des probabilités, a pris une très grande valeur dans tous les ordres de sciences. Or nous craignons que parfois, en restant trop près des formules, on ne s'élève pas assez au-dessus d'elles pour en bien pénétrer le sens plus lointain, à l'aide du bon sens et de la raison. Nous nous excusons des erreurs que nous avons pu faire. Cependant il semble que les objections de M. Cailler ne portent pas entièrement.

1° M. Cailler montre, contre nous, dit-il, que les deux formules

$$(1) \qquad P_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi mpq}} e^{-\frac{h^2}{2mpq}} \quad \text{et} \quad (2) \quad P_2 = \Theta\left(\frac{h}{\sqrt{2mpq}}\right)$$

n'ont pas besoin d'être équivalentes, puisqu'elles signifient deux choses très différentes, la première, la probabilité d'un écart égal à h, la deuxième, la probabilité d'un écart moindre.

Mais nous n'avons jamais prétendu que ces deux formules dussent être identiques.

C'est à l'équivalence de la formule (3)

$$(3) \qquad 1 - \Theta\left(\frac{h}{\sqrt{2mpq}}\right).$$

et de la formule (1) que nous nous sommes attaqués, cette formule (3) étant inverse de la formule (2) et mesurant la probabilité d'un écart égal ou supérieur à h.

Et nous n'inventons pas cet usage de la formule $1 - \Theta(t)$ puisque M. Bertrand l'emploie couramment.

A vrai dire la formule (3) ne doit pas être identique à la formule (1) puisque la première mesure seulement la probabilité d'un écart égal, la seconde la probabilité d'un écart égal ou supérieur à h. Et là a été notre négligence. Nous avons considéré la première formule comme mesurant la probabilité d'un écart au moins égal à h, et non tout à fait égal à h.

Il reste cependant que la formule (1) qu'on a employée dans les applications, n'a guère d'intérêt et que, seules, les formules (2) et (3) sont fécondes. Nos conclusions sont maintenues, mais nous avions fait une remarque erronée, nous le reconnaissons franchement.

2° Pour ce qui est de la probabilité du joueur, nous maintenons entièrement nos conclusions, non que le joueur ait raison, car, et c'est là l'objection la plus forte à son calcul, on ne peut parler de probabilité pour un cas.

M. Cailler reproduit tout simplement l'argumentation de M. Poincaré sur les séries également probables de six rouges et une noire d'une part, et de sept rouges d'autre part.

Raisonnons un peu. Nous supposons une succession illimitée de rouges et de noires. Nous voulons dans cette succession déterminer une série. Il y a deux procédés : ou je vais prendre sept coups consécutifs, les considérer comme une série et en chercher la probabilité, et alors nos adversaires ont raison. Ou je vais, au lieu de ce procédé arbitraire, chercher une série dans cette succession. Qu'est-ce qu'une *série* pour la raison? C'est une consécution d'éléments homogènes. Qu'y a-t-il d'homogène dans cette succession ? ou des éléments rouges ou des éléments noirs. Alors, je m'en vais prendre une consécution de rouges, par exemple une série de 7 rouges. Comment ma série est-elle définie, à l'origine ? par l'apparition d'une rouge *après une noire ;* à la fin ? par l'*apparition d'une noire* après une rouge. Ma série ne peut comprendre que des rouges, la noire précède l'ouverture de la série et la clôture. Dire donc série de six rouges et une noire, c'est dire série de six rouges et série de noires commençante (pouvant ne comprendre qu'un terme, ou plus).

Si l'on ne procède pas ainsi, il n'y a qu'arbitraire et irrationnel. Par quoi est précédée la série donnée par M. Cailler : Rouge, *noire*, *noire*, *noire*, rouge, *noire*, rouge ? Par quoi est-elle continuée ? Pourquoi considérer cette série ? Il n'y a pas de raison, il n'y a pas de série unique. Il y a là une série d'une rouge, une série de trois noires, une série d'une rouge, une d'une noire, une d'une rouge (bien qu'en général on conserve le mot série pour une consécution multiple).

Il nous semble qu'il y a là un exemple de préoccupation tout à fait exclusive pour les formules empêchant la réflexion d'examiner la matière même de ces formules, ici la notion de *série*.

N. Vaschide et H. Piéron.