Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 5 (1903)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: 2. Remarque sur les lignes de courbure.

A propos de la démonstration des formules (1), (2) et (3), je voudrais observer que la manière la plus courte de la faire, c'est de partir des équations :

$$\cos \omega = \frac{\zeta - p\xi - q\eta}{\sqrt{1+p^2+q^2}},$$

ou :

$$\lambda = \frac{\pm p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \quad \mu = \frac{\pm q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \quad \nu = \frac{\mp 1}{\sqrt{1+p^2+q^2}},$$

ou enfin :

$$\xi = \frac{\pm p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \quad \eta = \frac{\pm q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}, \quad \zeta = \frac{\mp 1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}$$

respectivement, que l'on différentie et ajoute.

2. *Remarque sur les lignes de courbure.*

Dans toute ligne de courbure on a :

$$\frac{1}{R} = \pm \frac{d\omega}{ds},$$

d'où :

$$\omega = \pm \int \frac{ds}{R} + c\,;$$

d'autre part :

$$\rho_1 \cos \omega = \rho,$$

ou :

$$\frac{\cos \omega}{\rho} = \frac{1}{\rho_1},$$

Donc :

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{\cos\left(\pm \int \frac{ds}{R} + c\right)}{\rho},$$

et de même :

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\cos\left(\pm \int \frac{ds'}{R'} + c'\right)}{\rho'}.$$

3. *Quand la trajectoire d'un mobile est plane, l'hodographe l'est aussi, quel que soit le mouvement*, car de la relation :

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

on tire :

$$A\frac{dx}{dt} + B\frac{dy}{dt} + C\frac{dz}{dt} = 0\,;$$

réciproquement, *si l'hodographe se trouve dans un plan passant par l'origine, la trajectoire est plane,* car de :

$$A\frac{dx}{dt}+B\frac{dy}{dt}+C\frac{dz}{dt}=0$$

on trouve :

$$Ax+By+Cz=D.$$

4. Dans le mouvement central on a :

$$\frac{x''}{x}=\frac{y''}{y}=\frac{z''}{z}$$

et la trajectoire est plane. *La trajectoire est aussi plane* (mais dans un plan qui ne passe plus *nécessairement* par l'origine) *quand on a :*

$$\frac{x'''}{x'}=\frac{y'''}{y'}=\frac{z'''}{z'}$$

(c'est-à-dire *quand le mouvement sur l'hodographe est central*); car on trouve :

$$y'x'''-x'y'''=0, \text{ etc.}$$

d'où :

$$y'x''-x'y''=C,\quad z'y''-y'z''=A,\quad x'z''-z'x''=B,$$

et :

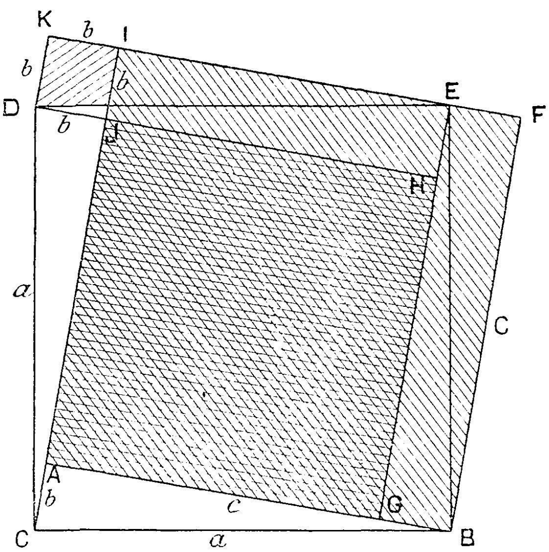
$$Ax'+By'+Cz'=0,$$

et par conséquent :

$$Ax+By+Cz=D.$$

Juin 1902. N. J. Hatzidakis (Athènes).

Sur le théorème du carré de l'hypoténuse



Le carré CDEB $= a^2$ construit sur l'hypoténuse BC du triangle rectangle ABC est égal à la surface du carré AJHG $=(c-b)^2$, plus les quatre triangles rectangles égaux ABC, CDJ, DHE, EBG.

Les carrés ABFI $= c^2$ et DKIJ $= b^2$ ont également pour surface AJHG $= (c-b)^2$, plus les quatre triangles rectangles (égaux à ABC) DKE, DEH, EFB et EGB.

La somme des surfaces de ces deux derniers est donc bien équivalente à celle du carré construit sur l'hypoténuse.

L. Barré.