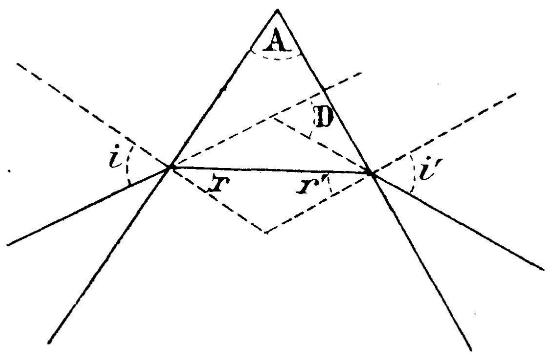
Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 5 (1903)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ÉQUATION DU PRISME OPTIQUE
Autor: Maltézos, C.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-6649

L'ÉQUATION DU PRISME OPTIQUE

L'étude des formules du prisme optique, dans le cas d'un rayon se propageant dans une section principale, peut se faire d'une manière plus didactique qu'on ne la fait ordinairement. Voici la marche à suivre.



Les équations du prisme sont :

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r'} = n,\\ &A = r + r'\\ &D = i + i' - (r + r'),\end{aligned}\right.$$

au nombre de 4 entre 7 quantités. On pourra donc en éliminer les quantités r, i', r' et trouver ainsi une relation

$$f\,(D,\ A,\ n,\ i) = 0.$$

Pour cela de (1) nous tirons

$$i' = D + A - i$$

et

$$\frac{\sin\,(D + A - i)}{n} = \sin r' = \sin\,(A - r) = \frac{\sin A\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos A\,\sin i}{n}.$$

L'équation cherchée ($f = 0$) est ici

$$(2)\qquad \sin\,(D + A - i) - \sin A.\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \cos A.\sin i = 0.$$

Discussion. — 1^er^ *cas.* En supposant que A augmente, les i et n restant constant, on voit que D augmente aussi, car on a

$$\frac{dD}{dA} = \frac{\cos A\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \sin i\,\sin A}{\cos\,(D + A - i)} > 0.$$

2^e^ *cas*. En supposant que n augmente, les i et A restant constant, on voit de l'équation (2) que D augmente aussi.

3^e^ *cas*. Supposant enfin que i varie, les A et n restant constant, la déviation D varie aussi. Prenons la dérivée

$$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i}{\cos(D + A - i)}\left[\frac{\sin A \sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} + \cos A\right]$$
$$= 1 - \frac{\cos i \,.\, \cos r'}{\cos i' \,.\, \cos r},$$

qui peut s'annuler pour une valeur particulière de i. Il existe donc une valeur extrême de D.

Pour cet angle d'incidence on doit avoir $\frac{dD}{di} = 0$, c'est-à-dire

$$(3) \qquad \frac{\cos i}{\cos i'} = \frac{\cos r}{\cos r'}$$

et, en élevant les deux membres de l'égalité (3) au carré, on trouve

$$\frac{1 - \sin^2 i}{1 - \sin^2 i'} = \frac{n^2 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i'} = \frac{n^2 - 1}{n^2 - 1} = 1,$$

d'où

$$\sin^2 i = \sin^2 i'.$$

On a donc pour la déviation extrême

$$i' = i$$

et l'on voit aisément que cette valeur correspond à un minimum de déviation, en comparant la déviation pour cette valeur à la déviation correspondant à une autre incidence, ou encore en examinant le signe de la dérivée seconde $\frac{d^2D}{di^2}$, pour $i = i'$.

C. Maltézos (Athènes).