Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 5 (1903)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE EN RUSSIE (1) ÉTAT ACTUEL. — ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR.

Autor: BOBYNIN, V. V.

Kapitel: I. Programme de l'examen de mathématiques pures.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-6642

Programmes de l'examen général dans la Commission physico-mathématique; section des sciences mathématiques.

I. *Programme de l'examen de mathématiques pures.*

A. Géométrie analytique. — Détermination de la position d'un point sur un plan à l'aide des coordonnées rectilignes et polaires. Transformation des coordonnées dans le plan. Signification géométrique des équations entre les coordonnées. Classification des courbes par leurs équations. Signification de l'équation du premier degré à deux variables. Formes les plus usitées de l'équation du premier degré et signification de leurs coefficients.

Problèmes fondamentaux relatifs aux points et aux droites sur un plan : *a*) expression de la distance entre deux points; détermination des coordonnées du point divisant, dans un rapport donné, la droite qui joint deux points; expression de l'aire du triangle par les coordonnées de ses sommets. *b*) Equation d'une ligne droite passant par un ou par deux points donnés; équation d'une droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné; équation d'une droite passant par le point de rencontre de deux droites données. *c*) Condition pour que trois points soient en ligne droite; condition pour que trois droites passent par un même point. *d*) Détermination de l'angle de deux droites données; condition de perpendicularité de deux droites données; équation et longueur d'une perpendiculaire à une droite donnée, passant par un point donné; détermination du rapport de deux segments d'une distance entre deux points donnés, divisée par la droite donnée.

Discussion des courbes représentées par l'équation générale du second degré à deux variables.

Centre, diamètre, diamètres conjugués et axes des courbes du second degré. Equations des tangentes aux courbes du second degré et de leurs polaires, relatives au point donné.

Réduction de l'équation générale des courbes du second degré à la forme la plus simple à l'aide des propriétés des diamètres et des axes.

Construction de l'ellipse et du cercle, de l'hyperbole et de la parabole. Déduction des propriétés fondamentales de ces courbes à l'aide de leurs équations les plus simples.

Foyers et directrices des courbes du second degré.

Équation générale des courbes du second degré, rapportée au sommet. Equations polaires les plus simples de ces courbes.

Détermination de la position d'un point dans l'espace à l'aide des coordonnées rectilignes et polaires. Transformation des coordonnées. Signification géométrique d'une ou de deux équations entre les coordonnées.

Expression de la distance entre deux points donnés. Détermination des coordonnées du point divisant, dans un rapport donné, la droite qui joint deux points donnés. Cosinus des angles, qui déterminent la direction de la droite. Cosinus de l'angle de deux droites, dont la direction est donnée.

Equation du plan. Angles que la perpendiculaire à un plan fait avec les axes. Conditions du parallélisme de deux plans. Equation d'un plan passant par un ou par trois points donnés et d'un plan parallèle à un plan donné et passant par un point donné. Intersection de trois plans. Expression du cosinus de l'angle de deux plans. Conditions de perpendicularité de deux plans.

Équations d'une ligne droite. Conditions du parallélisme de deux droites. Equations d'une droite passant par un ou par deux points donnés ou menée par un point donné parallèlement à une droite donnée. Angle de deux droites. Condition de perpendicularité de deux droites. Condition pour que deux droites passent par un même point.

Condition de parallélisme d'une droite et d'un plan. Condition pour qu'une droite donnée soit dans un plan donné. Equation du plan passant par un point donné et par une droite donnée. Angle d'une droite et d'un plan. Condition de perpendicularité d'une droite et d'un plan. Equation d'un plan perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné. Equations et longueur d'une perpendiculaire à un plan donné, passant par un point donné. Equations et longueur d'une perpendiculaire à une droite donnée, passant par un point donné. Equations et longueur d'une perpendiculaire aux deux droites données.

Centre, plan diamétral, plans diamétraux et principaux des surfaces du second ordre. Réduction à la forme la plus simple des équations des surfaces du second ordre possédant un centre ou dépourvues de centre.

Discussion des formes d'ellipsoïde, de deux hyperboloïdes et de deux paraboloïdes suivant leurs équations les plus simples en coordonnées rectilignes. Discussion des sections circulaires et des génératrices rectilignes des surfaces de second ordre.

B. ALGÈBRE SUPÉRIEURE. — Existence de la racine de l'équation algébrique. Décomposition d'une fonction entière en facteurs. Nombre des racines de l'équation. Racines imaginaires conjuguées. Relations entre les coefficients et les racines. Recherche des racines commensurables des équations à coefficients rationnels.

Réduction de la résolution d'une équation qui a des racines égales à celle de plusieurs équations qui n'ont que des racines simples.

Limites des racines réelles d'une équation. Théorème de Rolle. Méthode de Sturm pour la séparation des racines de l'équation. Méthode de Fourier pour la séparation des racines de l'équation.

Méthode de Newton pour le calcul de la valeur approchée de l'une des racines de l'équation. Complément de Fourier de la méthode de Newton. Signification géométrique de la méthode de Fourier.

Formules de Newton pour l'expression des sommes de puissances semblables des racines d'une équation en fonction des coefficients. Calcul des fonctions symétriques rationnelles des racines de l'équation donnée. Application des fonctions symétriques à la transformation de l'équation. Formation du produit des carrés des différences des racines de l'équation donnée.

Réduction d'une fonction fractionnaire de racine de l'équation à la fonction entière de la même racine.

Application des fonctions symétriques à l'élimination d'une inconnue entre deux équations à deux inconnues.

Résolution algébrique des équations des troisième et quatrième degrés.

Décomposition des fractions rationnelles en fractions simples.

C. Calcul différentiel. — Limite d'une variable. Infiniment petits et infiniment grands. Limites des expressions $\frac{\sin \alpha}{\alpha}$ et $(1+\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$, α étant infiniment petit. Divers ordres d'infiniment petits.

Dérivée et différentielle de la fonction d'une seule variable. Leur signification géométrique. Dérivées des fonctions les plus simples. Dérivées de la fonction de fonction. Dérivées d'une somme, d'un produit et d'un quotient.

Dérivées partielles et différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables indépendantes. Formule générale de la différentiation d'une fonction composée.

Dérivées et différentielles des ordres supérieurs des fonctions d'une seule variable.

Dérivées partielles et différentielle totale des ordres supérieurs des fonctions de plusieurs variables indépendantes. Principe de l'interversion des différentiations.

Différentiation des fonctions implicites. Changement de variables.

Formules de Taylor et de Maclaurin complétées par le reste. Développement des fonctions les plus simples en séries. Détermination de la véritable valeur des fonctions qui deviennent indéterminées pour des valeurs particulières de la variable. Propriété des fonctions homogènes (théorème d'Euler).

Etude de la variation des fonctions. Maxima et minima des fonctions d'une seule ou de plusieurs variables indépendantes. Cas d'une fonction explicite de plusieurs variables liées par des équations données.

Tangente et normale aux courbes planes.

Concavité, convexité et inflexion d'une courbe plane.

Différentielle de l'arc d'une courbe plane. Courbure, rayon de courbure et coordonnées du centre de courbure. Expression du rayon de courbure en coordonnées polaires. Application des formules générales aux courbes du second degré, à la cycloïde et à la spirale logarithmique.

Enveloppe d'une famille donnée de courbes. Contacts des divers ordres des courbes planes. Droite osculatrice. Cercle osculateur. Développées et leurs propriétés. Développées des coniques, de la cycloïde et de la spirale logarithmique.

Tangente et plan normal d'une courbe gauche. Différentielle de l'arc d'une courbe gauche. Rayon de courbure première.

Cosinus des angles que fait la tangente ou la normale principale d'une courbe avec les directions de trois axes rectangulaires. Plan osculateur ou plan de courbure. Cosinus des angles que fait la perpendiculaire au plan osculateur avec les directions de trois axes rectangulaires. Seconde courbure ou courbure de la torsion. Application à l'hélice.

Plan tangent et normal à une surface courbe. Équations différentielles de surfaces cylindriques, coniques, développables et de révolution. Surfaces enveloppes.

D. Calcul intégral. — Intégrale indéfinie et intégrale définie. Procédés principaux d'intégration.

Intégration des fonctions rationnelles.

Cas les plus simples de l'intégration de différentielles irrationnelles.

Conditions d'intégrabilité et formule de réduction de l'intégrale d'une différentielle binôme.

Cas les plus simples de l'intégration de différentielles transcendantes.

Propriétés fondamentales de l'intégrale définie, résultant de sa définition. Cas où les limites des intégrales sont infinies. Cas où la fonction contenue sous le signe $\int$ devient infinie aux limites de l'intégrale.

Série de Taylor sous la forme de l'intégrale définie.

Évaluation approchée de l'intégrale définie à l'aide des séries ou de l'interpolation (méthode des trapèzes, formule de Simpson).

Différentiation de l'intégrale définie relative au paramètre. Intégration sous le signe $\int$. Exemples d'application de la différentiation et de l'intégration sous le signe $\int$, à la détermination des valeurs de quelques intégrales définies.

Intégrales eulériennes de première et de seconde espèce ou fonctions $B(p, q)$ et $\Gamma(p)$. Réduction des intégrales de première espèce à celles de seconde espèce. Propriétés fondamentales de la fonction $\Gamma(p)$.

Intégrales prises entre deux limites imaginaires. Théorème de Cauchy et ses conséquences principales.

Déduction des formules générales pour la détermination des aires limitées par des courbes, des arcs des courbes, des volumes et des surfaces de révolution. Application à quelques exemples.

Intégrales définies doubles et multiples. Changement de variables dans les intégrales multiples.

Détermination du volume des corps terminés par des surfaces quelconques. Quadrature des surfaces. Application à quelques exemples.

E. Théorie de l'intégration des équations différentielles. — Conditions d'intégrabilité des expressions de la forme

$$p_1 dx_1 + p_2 dx_2 + \ldots + p_n dx_n,$$

$p_1, p_2, \ldots, p_n$ étant les fonctions données de variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Equations différentielles ordinaires. Équations aux dérivées partielles. Leur classification par ordres. Formation de l'équation différentielle ordinaire par l'élimination de constantes arbitraires.

Intégrale générale d'une équation différentielle ordinaire. Développement de cette intégrale en séries.

Equations différentielles ordinaires du premier ordre. Cas dans lequel les variables sont séparées. Cas où l'équation ne renferme pas la variable indépendante ou dépendante.

Equations différentielles linéaires. Equations différentielles homogènes. Equations les plus simples réductibles à une équation linéaire et homogène.

Problème des trajectoires. — Théorie du facteur intégrant.

Solutions particulières des équations différentielles du premier ordre. Leur recherche au moyen de l'intégrale générale.

Equations différentielles des ordres supérieurs. Équations de la forme

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f(x),\ f\left(\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}, \frac{d^n y}{dx^n}\right) = 0,\ f\left(\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}, \frac{d^n y}{dx^n}\right) = 0.$$

Abaissement de l'ordre des équations de la forme

$$f\left(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \ldots y^{(n)}\right) = 0,$$

des équations de la forme $f(y, y', y'', \ldots y^n) = 0$ et des équations homogènes relativement à la fonction inconnue et à ses dérivées.

Equations différentielles linéaires. Propriétés générales de leurs intégrales. Abaissement de l'ordre de ces équations à l'aide des solutions particulières.

Variation des constantes arbitraires. Équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Équations différentielles ordinaires simultanées. Réduction de leur intégration à l'intégration d'une équation différentielle ordinaire. Équations linéaires simultanées à coefficients constants.

Intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre qui soient linéaires relativement à la fonction inconnue et à ses dérivées.

F. Calcul des variations. — Variation d'une intégrale simple. Ligne la plus courte entre deux points. Ligne géodésique. Surface de révolution à aire minimum. Brachistochrone. Problème des isopérimètres.

G. Calcul des différences finies. — Expression de la différence d'ordre supérieur à l'aide des valeurs de la fonction et *vice versa* expression d'une valeur de la fonction à l'aide de leurs différences successives. Problème d'interpolation. Formules d'interpolation de Newton et de Lagrange.

Différentiation finie et sommation des fonctions les plus simples. Nombres de Bernoulli. Formule d'Euler pour passer des sommes aux intégrales et *vice versa*. Formule de Stirling.

Application du calcul des différences finies aux équations différentielles linéaires.

H. Calcul des probabilités. — Mesure de la probabilité. Règles fondamentales du calcul des probabilités.

Probabilité des événements composés des mêmes événements simples. Loi des grands nombres et leurs conséquences.

Détermination des probabilités des hypothèses et des événements futurs. Fondements de la méthode des moindres carrés.

L'épreuve sur les parties élémentaires des mathématiques comprend outre le cours de gymnase : Propriétés les plus principales des déterminants et leur application à la résolution des systèmes des équations linéaires. Opérations sur les expressions imaginaires. Formule de Moivre. Résolution trigonométrique des équations binômes. Caractères les plus simples de convergence des séries. Eléments de la théorie des nombres : divisibilité des nombres ; théorèmes de Fermat et d'Euler ; résolution de congruences du premier degré. Eléments de Trigonométrie sphérique. Construction des formules algébriques. Application de l'Algèbre à la résolution de problèmes géométriques.

II. *Programme de l'examen des mathématiques appliquées et des sciences physiques.*

A. Physique. — Notions mécaniques fondamentales. Mesures les plus usitées. Instruments de mesure. Pesanteur. Forces moléculaires dans les corps solides. Corps liquides. Corps gazeux. Mouvement ondulatoire. Acoustique. Optique géométrique. Vision. Instruments d'optique. Spectroscopie. Photométrie. Rayons de lumière et rayons de chaleur. Actions chimiques des rayons. Optique physique. Thermométrie. Dilatations. Calorimétrie. Changements d'état. Echauffement et refroidissement. Conduction de la chaleur. Eléments de la théorie mécanique de la chaleur. Electricité statique. Magnétisme. Electrocinétique. Thermo-électricité. Electrodynamique. Théorie physique du