Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 4 (1902)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: différents modes de mesure des angles.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 27.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Les différents modes de mesure des angles.

Dans la plupart des traités de Trigonométrie il manque un chapitre spécial sur les différents modes de mesure des angles; c'est cependant une question des plus importantes, surtout pour la pratique.

Comme unité de mesure on prend ordinairement le degré. Dans ce sens, un degré est un angle, mais on peut aussi le considérer comme un arc $\left(\frac{1}{360}\right)$ de la circonférence et on a la longueur du degré si on connaît le rayon.

Au lieu du degré, on emploie aussi le grade, qui se prête aux mêmes observations, mais dont les sous-divisions sont décimales. C'est le $\frac{1}{400}$ de la circonférence.

Cette unité fut proposée lors de la création du système métrique. Elle offre de grands avantages, et il importe de savoir convertir en grades les degrés, minutes et secondes, et réciproquement.

Les progrès de nos instruments actuels, dans les observations, permettent d'évaluer des angles d'une seconde, alors que Tycho-Brahé, avec son quart de cercle, de dimension beaucoup plus grande, n'arrivait guère qu'au demi-degré.

Lorsqu'il s'agit de calculs trigonométriques, il est plus avantageux, au lieu du degré ou du grade, de prendre une unité empruntée à la nature même du cercle. Celle qu'on a adoptée est le radian, arc dont la longueur est égale à celle du rayon. Dans ce système, un angle droit a pour mesure $\frac{\pi}{2}$, et on a la correspondance que voici entre radians et degrés

R	D
2π	36o
$\frac{\pi}{2}$	90
I	57 17' 44",8
	ou 206 264",8

L'usage du radian, ou unité trigonométrique, s'impose parfois avec un caractère d'urgence.

Si R est le rayon d'un cercle, la longueur d'un arc est α R, si l'angle correspondant est mesuré en radian, pour le nombre α , et $\frac{q}{360} \times 2\pi$ R, si cet angle est mesuré en degrés par le nombre q.

L'avantage saute aux yeux; on en trouverait un pareil dans la comparaison des formules, donnant une vitesse angulaire.

En planimétrie on démontre que le rapport de l'arc de cercle à sa corde a pour limite l'unité quand la corde diminue indéfiniment; et

ainsi la corde, pour de très petits arcs, diffère si peu de l'arc qu'on peut négliger la différence et dire que la corde est égale à l'arc. D'où il suit, sous une autre forme, qu'on a les équations connues :

$$\lim \frac{\sin x}{x} = 1,$$

$$\lim \frac{\tan x}{x} = 1,$$

$$\lim \cos x = 0,$$

$$\text{pour lim } x = 0.$$

Mais elles n'existent que si l'angle x est mesuré au moyen de l'unité trigonométrique.

Si l'on remplace sin x par n, quand l'angle est égal à 1", on obtient

$$n = \frac{1}{206265}$$
 R.

Quand l'angle d'une seconde sous-tend un arc de longueur 1, le rayon de son cercle est de 206 265 unités. Par conséquent pour voir le décimètre sous un angle d'une seconde, on doit s'éloigner de 206 265 décimètres ou plus de 20 kilomètres; pour une minute, l'éloignement est de 350 mètres, et pour un degré de 6 mètres à peu près.

Remarquons que

$$\sin i'' = \frac{1}{206265}$$

d'où l'on tire

$$\log \sin i'' = 4,68557 - 10.$$

Donc, pour trouver approximativement le logarithme d'une fonction goniométrique d'un petit angle on pourra, par exemple, écrire

$$\sin 1^{\circ} 15' = \sin 4500'' = 4500 \sin 1''$$

ou

$$\log \sin 1^{\circ} 15' = \log 4500 + \log \sin 1'' =$$

= 3,65321 + 4,68557 - 10 =
= 8,33878 - 10

tandis que rigoureusement le nombre doit être

$$\log \sin 1^{\circ} 15' = 8,33875 - 10.$$

Quand on sait, que les parallaxes des étoiles fixes qui ont été déter-

minées, sont comprises entre o",2 et 2", on en conclut facilement que les étoiles fixes sont 1 000 000 à 100 000 fois plus loin de nous que le soleil. Pour la constante de l'aberration, on trouve également 20", parce que le rapport entre la vitesse de la lumière (300 000 kilomètres) et la vitesse de la terre autour du soleil (30 kilomètres) est à peu près 10 000. Toujours quand on veut mesurer un petit angle, comme le champ de vision d'un télescope, des cercles gradués, etc., on doit faire usage de cette formule.

Inversement quand il est question de petites quantités, on peut exprimer une longueur en mesure d'angle. Le théorème de Kepler

$$\mathcal{H} = \mathcal{E} - e \sin \mathcal{E}$$
,

où $\mathcal H$ et $\mathcal E$ sont mesurés en degrés et où e est très petit, peut se formuler encore ainsi :

$$\mathcal{H} = \mathcal{E} - \frac{e}{\sin \mathbf{I}''} \sin \mathcal{E}.$$

J.-C. Bolt (Rotterdam).

Remarque sur la cycloïde.

1. La cycloïde peut être engendrée par le mouvement composé d'un point qui se meut sur une circonférence, pendant que celle-ci glisse sur une droite, si l'on suppose que les espaces parcourus par le point mobile du cercle et par le point de contact avec la droite sont égaux. C'est, comme on sait, sur ce mode de génération que l'on s'appuie, pour montrer par la méthode de Roberval que la normale à la cycloïde passe par le point de contact correspondant.

Ce mode de génération peut aussi être présenté d'une manière légèrement différente, comme il suit :

La cycloïde est engendrée par le sommet C ou D, d'un parallélogramme articulé dont le côté AB glisse sur l'axe ox, pendant que les côtés AC et BB tournent autour des points mobiles A et B respectivement, l'espace parcouru par AB étant égale à l'arc décrit par C ou D.

En effet, comme tous les points du côté CD décrivent alors évidemment la même courbe (en des positions différentes), l'on peut, au lieu du parallélogramme, considérer seulement une droite AC dont le point A glisse sur l'axe des x et qui en même temps tourne autour de A. Comme le point C décrit alors, pour un observateur entraîné par le mouvement de A, un arc de cercle, et que ce cercle (si on le décrit) glisse sur une droite parallèle à ox à distance AC, il est évident que tout revient au mouvement composé cité au commencement. M. Schilling a donné dans cette Revue (II, p. 31 et suiv.) des propositions sur