Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 4 (1902)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PROPOS D'UN ARTICLE DE M. PIETZKER SUR LA NATURE DE L'ESPACE

Autor: Laurent, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5603

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

A PROPOS D'UN ARTICLE DE M. PIETZKER

SUR LA NATURE DE L'ESPACE

Des discussions à perte de vue s'élèvent en ce moment à propos du postulatum d'Euclide et l'on se demande avec anxiété, si à défaut de preuves géométriques, on ne pourrait pas établir d'une façon irréfutable et une bonne fois pour toutes, la fausseté des géométries non-euclidiennes s'appuyant sur des considérations d'ordre physique ou métaphysique.

Et d'abord, j'avoue que je ne comprends pas l'importance que l'on attache au postulatum d'Euclide, alors que la géométrie élémentaire admet une foule d'autres postulatums, certainement moins évidents que celui-ci. Mais passons.

Avant de discuter sur les démonstrations des théorèmes de la géométrie, il serait bon d'examiner le terrain sur lequel on va marcher, c'est-à-dire de se faire une idée aussi nette que possible des objets sur lesquels on va spéculer.

Logiquement et historiquement la géométrie avant d'être une science de raisonnement a dû être une science d'observation ; bien avant de songer à démontrer les cas d'égalité des triangles, on a dû appliquer aux arts certaines propositions de géométrie suggérées par le bon sens et l'expérience ; plus tard on a essayé de coordonner les faits connus et de montrer qu'un certain nombre d'entre eux étaient des conséquences nécessaires des autres, puis successivement on a essayé de réduire les vérités fondamentales dont on prétendait déduire les autres à un nombre minimum. Il faut avouer qu'on s'y est fort mal pris. Pouvait-on faire mieux ? C'est une question à laquelle il est difficile de répondre.

J'insiste sur ce point : la géométrie avant d'être une science rationnelle est une science d'observation ; or, nous ne pouvons observer que des *apparences*. Toute la géométrie est fondée sur ce fait que *deux objets susceptibles de coïncider quand laissant l'un fixe on* TRANSPORTE *l'autre sur le premier, coïncideront encore quand on aura* DÉPLACÉ *le premier. Alors on dit que ces objets sont égaux, et l'on dit qu'ils n'ont pas changé de forme pendant leur déplacement.*

Que cette phrase soit énoncée ou sous-entendue par Euclide et ses continuateurs, la géométrie cesse d'exister si elle n'a pas de sens.

Or, elle n'a pas de sens.

Donc les raisonnements de la géométrie sont absurdes.

Et cependant la géométrie forme un corps de doctrine étendu qui traduit des faits non contradictoires, cela ne fait l'objet d'un doute pour personne. Je vais plus loin, les géométries euclidiennes et non-euclidiennes ont toutes la même valeur. Je nie que la géométrie euclidienne soit plus simple, parce qu'il est impossible de définir la simplicité qui est une chose toute relative : 1° à la conformation de notre cerveau ; 2° à notre atavisme ; 3° à notre éducation, c'est-à-dire à l'ordre dans lequel le hasard nous a amené à considérer les choses.

Nous ne saurons jamais ce qu'est *un déplacement sans changement de forme*. Je m'explique :

Vous croyez à la géométrie euclidienne, vous croyez les autres fausses. Supposez qu'il existe un autre monde qui soit le transformé par rayons vecteurs réciproques du nôtre et cela à chaque instant ; les êtres qui seront votre image pourront raisonner sur les images de notre monde comme nous raisonnons sur ce que nous appelons des réalités, les êtres qui sont nos images appelleront déplacements sans changement de forme des choses qui pour nous seront toutes différentes, ils n'auront pas la même idée que nous de l'égalité des figures.

Les individus qui sont nos images se font une singulière idée de la géométrie, mais à leur tour ils auront le droit de nous considérer comme des êtres bizarres s'ils nous regardent avec leurs lunettes. Au fond, où seront les êtres bizarres, quel est le juge qui pourra dire où est la vérité ?

Hé bien, ce juge existe ; ce sera vous et moi, si vous le voulez bien ; mais pour être impartial il faudra faire abstraction de vos préjugés et pour dépouiller le vieil homme, il faudra prendre une voie détournée.

Appelez point l'ensemble de trois nombres x, y, z, ligne deux équations entre x, y, z et surface une seule équation entre x, y, z. Appelez déplacement une substitution orthogonale effectuée sur x, y, z, posez encore quelques définitions et vous ferez facilement une science (dont j'ai exposé les principes dans *Scientia*) et cette science est, à la signification des mots près, identique à la géométrie euclidienne, en ce sens que tous ses théorèmes s'énoncent dans les mêmes termes (identiquement) que ceux de la géométrie euclidienne.

Première conséquence à tirer de là : la géométrie est un ensemble de vérités qui s'appliquent non seulement aux apparences que nous appelons figures, mais à une foule d'autres objets qui leur correspondent comme on dit aujourd'hui d'une manière univoque.

Deuxième conséquence : à un point de vue plus concret la géométrie euclidienne subsiste toute entière en appelant *plans* une triple famille de surfaces en nombre infini comportant énormément d'arbitraire dans leur définition.

Enfin, suivant les groupes de substitutions en x, y, z auxquels on voudra donner le nom de déplacements sans changement de forme, on obtiendra autant de types de géométries que l'on voudra, qui toutes seront aussi aptes les unes que les autres à classer, à coordonner et à expliquer les phénomènes observés dans le domaine géométrique.

La question suivante :

Y a-t-il des raisons de croire que le postulatum d'Euclide est vrai ?

est une question dénuée de sens. Les géométries non-euclidiennes coordonnant les faits géométriques aussi bien que la géométrie ordinaire.

Le postulatum d'Euclide est vrai si l'on veut, il est faux si l'on veut, cela dépend de ce que l'on appelle déplacement sans changement de forme.

L'univers est limité ou illimité, c'est comme l'on veut, cela

dépend de la manière dont on numérotera certaines surfaces repères, servant à définir les positions relatives des corps.

Si l'on veut démontrer sans l'analyse algébrique le postulatum d'Euclide ou même une seule des vérités qui le précèdent dans les livres classiques, on se heurtera nécessairement aux difficultés suivantes :

Impossibilité de définir l'invariabilité de la forme.

Impossibilité de définir la distance de deux points.

Impossibilité de définir les figures égales.

Impossibilité de définir la droite.

Impossibilité de définir le plan.

Une foule de choses répondant en réalité à l'idée que nous nous fesons de ces objets.

Tout cela n'empêche pas notre géométrie d'être à la fois utile et intéressante, mais à la condition de renoncer aux démonstrations saugrenues qui émaillent le premier et le cinquième livre. La réforme de l'enseignement de la géométrie ne se fera pas plus que la réforme de l'orthographe, et nos fils continueront à *démontrer* les cas d'égalité des triangles comme ils continueront à écrire honneur et honorable, le premier mot avec deux *n*, le second avec un, parce que leur avenir en dépend dans la société routinière dans laquelle nous sommes obligés de vivre.

H. Laurent (Paris).