**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 4 (1902)

**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** DE L'EXPÉRIENCE ET DE L'INTUITION DANS L'ENSEIGNEMENT PROPÉDEUTIQUE DE LA MATHEMATIQUE

**Autor:** Berdellé, Ch.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-5601

# DE L'EXPÉRIENCE ET DE L'INTUITION

DANS

# L'ENSEIGNEMENT PROPÉDEUTIQUE

# DE LA MATHEMATIQUE

Vous tenez entre le pouce et l'index des deux mains un livre dont vous lisez le titre. Vous êtes curieux de lire les annonces de librairie qui se trouvent sur le dos et par un mouvement des doigts vous le faites basculer autour de son axe moyen, et les annonces de librairie se présentent à vos yeux, mais la tête en bas ; il faut donc par des manœuvres des deux mains encore faire tourner le parallélépipède rectangle formé par le livre, autour de son petit axe. On lui a fait faire deux demi-rotations autour des deux axes perpendiculaires l'un à l'autre. On aurait obtenu le même résultat en faisant simplement virer le livre autour de son grand axe, et en lui faisant ainsi décrire un demi-tour. Vous répétez l'expérience avec des dés, des boîtes rectangulaires, une sphère armillaire. Vous prouverez donc par l'expérience, aussi rigoureusement que par un raisonnement que : deux demi-rotations autour de deux axes perpendiculaires l'un à l'autre équivalent à une seule demi-rotation autour de l'axe perpendiculaire aux deux premiers.

Dans l'expérience décrite il faut admettre la parfaite indépendance des mouvements de translation involontaires et des mouvements de rotation voulues que le livre subit en même temps. Avec la sphère armillaire ou d'autres dispositions (1) qu'on

(1) Par exemple une pomme embrochée dans trois aiguilles à tricoter.

pourrait imaginer il n'y aurait plus lieu de faire cette restriction.

Maintenant prenez le même livre. Au lieu de le tenir entre vos doigts posez-le devant vous sur une table, debout, le dos tourné vers vos yeux. Vous voulez encore lire les annonces de librairie. Il suffit pour cela de lui faire faire un quart de rotation autour de l'axe vertical. Mais le livre tombe, les annonces sur la table. Vous lui faites faire le quart de rotation autour de l'axe vertical et vous relevez le livre et lisez. Donc

Trois *quarts de rotation* successifs autour de trois axes perpendiculaires entre eux A, B et C équivalent à un seul *quart de rotation* effectué autour de l'axe B.

On voit donc ici deux théorèmes dont la démonstration semble devoir être difficile et qu'on démontre expérimentalement et intuitivement, d'une manière compréhensible à des enfants.

Donc, comme les autres sciences, la mathématique est une science d'expérimentation. Est-il dit pour cela qu'on doit employer l'expérimention dans l'enseignement.

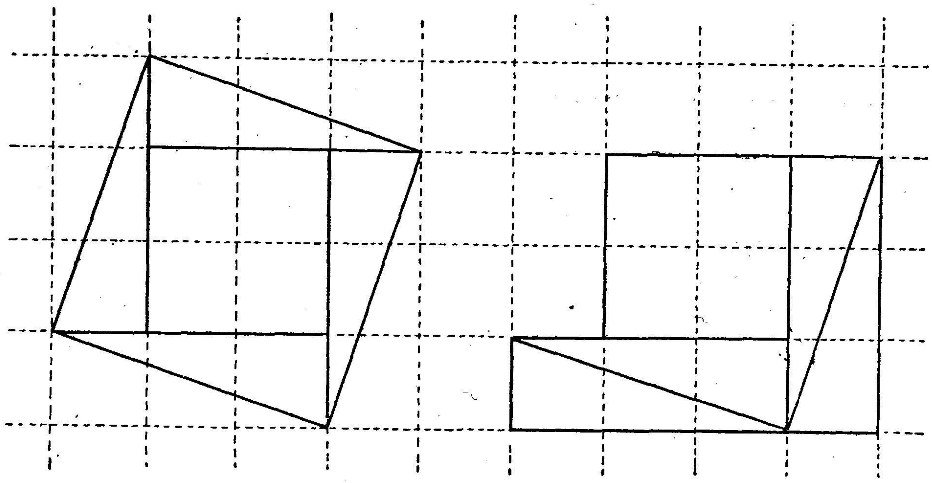
Ici il s'agit de distinguer.

Pourquoi y-a-t-il tant de gens qui ont une sainte horreur de tout ce qui s'appelle sciences mathématiques. C'est à cause de l'aspect rébarbatif qu'on leur a donné dès le premier abord dans l'enseignement; c'est parce qu'on commence leur étude tard, sans les faire précéder de notions préparatoires capables d'en montrer l'intérêt aux jeunes esprits. Or on apprend avec beaucoup plus de facilité les choses qui vous intéressent, et quand on commence sérieusement l'étude d'une science, on y retrouve, comme de vieilles connaissances, un tas de notions qu'on a acquises naguères d'une façon moins méthodique, peut-être, mais plus amusante. C'est dans cette premièrs phase des études qu'il faut recourir souvent aux expériences amusantes, à l'âge où les enfants sont encore incapables de faire des raisonnement suivis, ou d'exprimer par des phrases ceux que leurs yeux leur suggèrent. Mais il faut aussi s'astreindre à faire porter ces expériences sur des éléments très simples, faciles à saisir à l'œil, tels que l'angle droit, les nombres entiers de carrés, de cubes ou de sphères, etc., et ne passer que peu à peu et avec une progression lente à des choses plus compliquées. Et encore faut-il que l'enfant soit capable de corriger les erreurs d'expérience qui peuvent se produire à mesure que les éléments qu'on expérimente tombent moins sous les sens.

Edouard Lucas, dans le deuxième volume de ses récréations mathémathiques, fait semblant de prouver (p. 152) que $64 = 65$. Pour cela il prend un carré quadrillé de 8 centimètres de base et 8 centimètres de hauteur; il le découpe d'abord en deux rectangles ayant 8 centimètres de base et l'un 5 centimètres, l'autre 3 centimètres de hauteur. Par une grande diagonale il découpe ce dernier en deux triangles rectangles. Il découpe l'autre en deux trapèzes aux côtés parallèles égaux à 5 centimètres et à 3 centimètres et ayant 5 centimètres de hauteur. En réunissant ces quatre lambeaux d'une autre façon il en fait une figure qui ressemble à un rectangle de 5 centimètres de haut sur 13 centimètres de base. — Ce genre d'expériences paradoxales et sophistiques est bon pour faire naître dans les esprits des enfants le besoin de démonstrations générales; mais il ne faut l'employer que lorsque l'enfant devient plus ou moins capable de trouver ou tout au moins de comprendre à l'explication le défaut de l'expérience. Ici il s'agit d'avoir assez de connaissances sur la manière de calculer les aires des parallélogrammes et des triangles obliques, ainsi que les transversales parallèles à la base des triangles, et surtout l'art de découvrir par le calcul ce qui reste caché aux yeux.

On connaît le nom de *pont-aux-ânes* généralement donné au théorème du carré de l'hypoténuse. Le théorème ainsi signalé comme la première grande difficulté qui se présente en Géométrie, n'est pourtant pas bien difficile à comprendre, mais « on donne une démonstration géométrique passablement compliquée, très peu naturelle en tous cas, alors qu'il en existe une que l'on doit aux Hindous, qui est non moins rigoureuse, qu'un enfant de dix ans peut facilement comprendre, et qu'il est sûr, l'ayant comprise, de ne jamais oublier. » (Laisant, *La Mathématique*, p. 226.)

La démonstration due aux Hindous nous paraît d'autant plus recommandable qu'elle peut servir à faire d'abord la démonstration de beaucoup de cas particuliers jusqu'au moment où on pourra demander aux enfants de *trouver eux-mêmes* la démonstration générale. Pour cela mettez entre les mains des enfants du papier quadrillé (de préférence au centimètre carré, afin de servir en même temps à exercer le coup d'œil). Faites inscrire aux enfants dans ce quadrillage les deux figures ci-contre, ou même seulement la première, ils y liront sans difficulté que le carré construit sur l'hypoténuse du triangle rectangle dont les



autres côtés sont 1 et 3 est composé de quatre carrés égaux à 1 centimètre carré plus de quatre triangles égaux chacun à la moitié de 3 centimètres carrés et que la contenance en est donc

$$4 + 6 = 10 = 1 + 9 = 1^2 + 3^2$$

Le tableau suivant fournit les données nécessaires pour d'autres exercices du même genre. Il semble inutile d'expliquer sa construction et son usage dont chacun se rendra facilement compte.

Ce tableau, à la fois graphique et numérique qui peut être étendu aussi loin qu'on voudra, est celui de tous les nombres décomposables en sommes de deux carrés entiers. Il a un certain nombre de propriétés. Ainsi dans un carré de 4 de ces nombres les sommes en croix sont égales, ainsi $8 + 18 = 13 + 13$; $13 + 17 = 10 + 20$. Il a de plus la propriété de pouvoir servir aux gens très forts en calcul mental à simuler une très grande mémoire. Ils n'ont qu'à ajouter à un nombre pris dans la ligne des carrés la suite des nombres impairs. Il peut donc fournir, comme beaucoup d'autres tableaux numériques, un certain nombre d'exercices de calcul mental continu. Ex : **64** et 1, **65**; et 3, **68**, et 5, **73**, etc. On ne prononce que ce qui est écrit en gros chiffres et on pense ce qui est en petits caractères.

L'enfant qu'on aurait fait raisonner sur un certain nombre de cas particuliers parviendrait à la fin à faire de lui-même la démonstration générale, soit géométrique, soit algébrique, et ce serait certainement la meilleure manière de la lui faire apprendre, et surtout *retenir*.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |
| **1** | 1 | 2 | 5 | 10 | 17 | 26 | 37 | 50 | 65 | 82 | 101 |
| **2** | 4 | 5 | 8 | 13 | 20 | 29 | 40 | 53 | 68 | 85 | 104 |
| **3** | 9 | 10 | 13 | 18 | 25 | 34 | 45 | 58 | 73 | 90 | 109 |
| **4** | 16 | 17 | 20 | 25 | 32 | 41 | 52 | 65 | 80 | 97 | 116 |
| **5** | 25 | 26 | 29 | 34 | 41 | 50 | 61 | 74 | 89 | 106 | 125 |
| **6** | 36 | 37 | 40 | 45 | 52 | 61 | 72 | 85 | 100 | 117 | 136 |
| **7** | 49 | 50 | 53 | 58 | 65 | 74 | 85 | 98 | 113 | 130 | 149 |
| **8** | 64 | 65 | 68 | 73 | 80 | 89 | 100 | 113 | 128 | 145 | 164 |
| **9** | 81 | 82 | 85 | 90 | 97 | 106 | 117 | 130 | 145 | 162 | 181 |
| **10** | 100 | 101 | 104 | 109 | 116 | 125 | 136 | 149 | 164 | 181 | 200 |

On remarquera dans le tableau les deux nombres

$$25 = 9 + 16 \quad \text{et} \quad 100 = 36 + 64.$$

Ces résultats fourniront d'assez jolies exercices de dessin géométrique à main levée. Par le centre d'une feuille de papier quadrillé je fais passer un axe vertical et un axe horizontal sur lesquels je marque tous les points dont les distances au centre sont 5 et des multiples de 5. Je marque ensuite les 8 points du quadrillage ayant pour coordonnées 3 et 4; ceux ayant pour coordonnées 6 et 8, et ainsi de suite, et j'aurai ainsi pour un certain nombre de cercles concentriques 12 points par cercle qui me permettront, ou plutôt permettront à vos élèves de les tracer à main levée. Une chose à remarquer, c'est que ceux des cercles qui auront pour rayons un multiple de **10** seront partagés par le quadrillage même en douze parties égales, car *sin* $30^\circ = 0,5$. Les fabricants de cadres pour horloges font-ils emploi de cette notion?

Par les mêmes moyens on peut tracer des ellipses dont le grand et le petit axe sont des rayons de deux multiples différents de 5.

Une étude qui devrait être faite expérimentalement avant toute étude mathématique sérieuse est celle des nombres figurés, en commençant par les nombres parallélogrammes et les carrés, et en continuant par les nombres parallélépipèdes et les nombres cubes, parce que ce sont des réprésentations frappantes des produits numériques de deux et puis de trois facteurs (premiers ou non). Après cela viendraient seulement l'étude des nombres triangulaires et des deux espèces de nombres pyramidaux, celle des tas de boulets. En mettant entre les mains des enfants des cubes, des billes, des jetons ronds ou carrés on utiliserait le besoin de l'enfance d'agir par elle-même. Ce serait une introduction non seulement à l'Arithmétique et la Géométrie, mais encore à l'Arithmologie et à l'algèbre, car à l'étude des nombres figurés se rattache étroitement le calcul par différences qui peut être enseigné, d'une manière très élémentaire sous le nom de progression par différence du 1^er^, 2^e^, 3^e^ degré. (Ce mot a été employé je crois, par M. Ed. Lucas). S'y rattache aussi le triangle de Pascal. Cette étude fournit d'innombrables prétextes de calcul mental; et de non moins innombrables formules algébriques faciles à comprendre et rendues intéressantes pour les commençants parce qu'elles se rapportent à des objets qui frappent la vue.

Cet enseignement propédeutique aurait pour résultat voulu de diminuer le nombre de gens incapables de concevoir toute idée mathématique. Mais je crois qu'il lui serait donné *par surcroît* de faire éclore de vrais vocations scientifiques.

CH. BERDELLÉ (Rioz, Haute-Saône).