Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 4 (1902)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES MOUVEMENTS ÉLÉMENTAIRES DE L'ESPRIT

Autor: Lynch, Arthur

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-5592

LES MOUVEMENTS ÉLÉMENTAIRES DE L'ESPRIT

Par des voies diverses et souvent éloignées je suis toujours ramené à la considération des procédés les plus élémentaires de l'intelligence, non seulement, par exemple, ceux qui, sur la base des axiomes, fournissent la preuve des simples théorèmes, mais ceux qui font poser les axiomes comme les résultats d'un système complexe. Mon analyse enfin m'a réduit à un point de vue d'où je regarde les opérations d'addition comme le summum d'une série de mouvements psychiques assez développés, dont l'examen m'a laissé convaincu que la grande conquête de notre esprit a été celle de compter un, deux, trois... L'intelligence qui a pu franchir cette étape ne trouverait pas trop complexes les fonctions abéliennes, l'Ausdehnungslehre de Grassmann, ni les surfaces de Riemann.

Considérez par exemple la question posée dans cette phrase : « On sait intégrer les équations linéaires, par rapport aux fonctions inconnues, et par rapport à leurs dérivées quand elles ont leurs coefficients constants, encore n'a-t-on leurs solutions que sous forme de séries ou d'intégrales définies. Laplace et Ampère ont donné des méthodes applicables aux équations du second ordre à une inconnue et à deux variables, mais dans des cas trop particuliers. Peut-être les difficultés que l'on rencontre dans ces théories ne seront-elles jamais levées. Ne seraient-elles dues à ce que nous ne savons pas exprimer explicitement le mode de dépendance la plus générale des quantités simultanément variables ? Les équations aux dérivées partielles seraient-elles la définition même d'un de ces modes de dépendance, irréductible à un mode plus simple ? » Cette question implique la considération de tous les systèmes du calcul et les algorithmes respectifs. Il nous fait demander en quoi consiste la nécessité inéluctable de développer la mathématique suivant certaines voies, et encore à demander à chaque tournant du développement pourquoi poursuivre une direction plutôt qu'une autre.

Qu'y a-t-il, par exemple, dans le théorème de Taylor qui le fasse jouer un rôle si important dans le Calcul différentiel : une question très pratique puisque Taylor lui-même semble avoir ignoré toute la signification de sa série, et il fut réservé à Lagrange d'en démontrer la grande portée. La question nous amènerait vite à considérer une autre notion plus fondamentale, celle de la dérivée d'une fonction ? Nous avons, enfin, le rapport d'un très petit accroissement d'une fonction à l'accroissement correspondant de la variable ; et nous verrions que par la condition de petitesse infinie de l'accroissement, le rapport serait la seule relation fertile en développements, au moins dans les parties élémentaires du calcul. Mais le rapport est l'opération qui est l'inverse de la multiplication et dont nous ne pourrions autrement nous former une idée ; et la multiplication n'est qu'une manière d'expression de certaines opérations dérivées de l'addition.

L'addition mène à la considération de l'opération de compter, et c'est de là que nous sommes conduits à considérer ce qu'est au juste l'unité. Cette dernière question qu'on considérait généralement tout à fait oiseuse me semble ouvrir un monde de pensées. Elle conduit à la fin à l'étude de notre être au point de vue physiologique ; et c'est en contemplant la manière de notre développement qu'à un moment donné nous semblons regarder une mer infinie d'actions et de réactions, et d'où s'élève un instant comme résultat des forces impliquées le premier acte de notre intelligence consciente.

Considérons encore l'Histoire des sciences, surtout de la mathématique, où la place la moindre possible est laissée aux hypothèses et aux spéculations. Une polémique assez vive engagea l'attention de savants en Europe à une certaine époque concernant la véritable unité de travail, jusqu'à ce que d'Alembert, par l'analyse des conditions nécessaires, démontra que la discussion n'était qu'une question de mots. Des questions psychologiques eurent de telles influences sur le développement du calcul infinitésimal que l'usage du système des différentielles fut retardé, et même Lagrange se condamna à une vue de son instrument bornée à certains égards. En Angleterre, ces questions semblent avoir paralysé l'esprit des mathématiciens pendant toute la période de cette floraison du génie qui distingua l'histoire des premières étapes du calcul. Encore de nos jours la discussion de la nature véritable du symbole $\sqrt{-1}$ continue, et la question n'est pas entièrement vidée. Toutefois la convention qui le regarde comme un symbole de rotation d'un quadrant a pu suggérer les vues générales dans cette manière d'interprétation, qui n'est qu'une interprétation partielle. Ainsi la considération de trois plans au lieu d'un seul est d'une suggestion facile, et voilà la base jetée de l'analyse vectorielle. Peut-être une vue plus générale encore de ce symbole et d'autres pareils suggérerait de nouvelles conceptions dans le domaine des fonctions algébriques.

Qu'est-ce que c'est que l'unité ?

Faisant l'observation que tous nos systèmes de calcul dépendent de l'addition, et qu'ils ne sont formés que de complexes formes d'addition, je me suis posé la question. Est-il possible de trouver un système qui ne dépend pas de l'addition ? Je ne crois pas, car mon analyse m'a conduit de déduire l'addition des nécessités de notre constitution mentale, et de trouver des relations inévitables même entre notre constitution physique et ces formes d'addition qui ont pu suggérer la multiplication.

Conduit à la considération de l'unité, je me suis posé une foule de questions dont quelques-unes feraient ressortir immédiatement la complexité de cette question. Quelle est la chose commune entre une pomme, un son, un mouvement, une sensation de blanc et un continent, qui nous permet d'appeler pour nos besoins chacune de ces choses une unité ? Si par exemple, en fermant les yeux, nous mettons le bras droit en rotation, d'appeler ce mouvement une unité ; et si nous faisons ensuite un mouvement correspondant avec le bras gauche, est-il de toute nécessité que cela soit appelé une unité aussi ? Si le premier mouvement est associé avec un son, par exemple un mot, est-ce que ce mot serait la véritable unité ? Est-ce que nous pourrions appeler le mouvement une unité simplement de par l'application de ce symbole ? Et si le symbole même, n'étant formé d'un son pur, est complexe, est-ce que quelque chose de plus profond encore, représentant le mot, est la véritable unité ?

Et quelle est la connexion entre les unités qui proviennent des éléments les plus simples de chacun des sens à tour de rôle ?

Est-ce que l'élément du temps est essentiel dans la conception de l'unité ? Je ne continue pas, car je n'ai voulu que soulever un moment le voile qui me semble cacher un fond de spéculations étranges. Il faudrait un volume pour décrire les curieuses expériences que j'ai faites et les questions parfois bizarres que je me suis proposées, non seulement à propos de l'unité, mais aussi à propos des axiomes et des questions de continuité.

Je résumerai, sans autres indications, certaines conclusions que je crois pouvoir formuler. Il y a un développement, comme il est expliqué dans les lois d'évolution de notre constitution physique d'abord, auquel correspondent une multitude d'actes qui pour être au-dessous de notre conscience, n'influencent pas moins notre vie consciente. Même dans notre vie intellectuelle la plus grande part des actions mentales qui influencent la pensée sont toujours au-dessous de notre conscience. L'action de l'esprit est alors le résultat d'une immense complexité de facteurs qui échappent à tout effort de recognition intuitive ou d'introspection, et qu'il faudrait étudier, autant que cela soit possible, dans leurs antécédents physiques.

Les actions de notre esprit forment un système de mouvements quasi dynamiques qui ne correspondent pas aux formes enseignées dans les livres de Logique, et qui sont encore très imparfaitement étudiées. Nous ne pouvons sciemment diriger ces actions que d'une façon relativement faible. Ce que nous appelons la similarité d'objets n'est que la mesure de notre pouvoir de discernement, qui est variable entre différents individus, et même pour un individu donné, à différentes périodes de son développement. Communication est possible entre hommes par la raison même de ces limitations de discernement ; et les axiomes ne sont qu'une expression de cette limitation. Le premier axiome veut dire : objets dont la différence est au-dessous de notre discernement produit des résultats inappréciablement différents dans le système dynamique de nos pensées. Physiologiquement nous dirions des stimuli inappréciablement différents produiraient des semblables perturbations de notre système nerveux. L'extension n'est pas difficile aux formes complexes, et aux perturbations qui sont des antécédents physiques immédiats de sensations, ou d'idées. La marche de l'esprit est discontinue. La pensée se montre dans notre conscience comme les sommets des ondes d'une mer infinie. C'est l'emploi de symboles qui fait que nous pourrions reconnaître des objets complexes comme des unités. L'analyse de cet emploi de symboles nous conduit à la considération de symboles fondamentaux et à l'observation du sens de l'énergie dépensée dans les actes physiques. Au-dessous de ce sens il y a la recognition de ce qu'on peut appeler le pouls d'attention. C'est la véritable unité, et l'élément du temps y est indissolublement lié. Dans l'acte de compter nous perdons bientôt la conscience intuitive des opérations précédentes, comme, par exemple, à la fin d'un long raisonnement mathématique nous perdons connaissance des parties de l'enchaînement logique.

A quel point dans l'acte de compter est-ce que nous perdons connaissance du premier mouvement ? La question est très obscurcie par nos habitudes de compter, par l'usage de symboles, et par une multitude d'associations qui en fait l'analyse la plus difficile qui existe. Il me semble toutefois que nous ne pouvons avoir en conscience à la fois que deux objets reconnus comme unités, et le sens du passage de l'un à l'autre.

Ainsi nos simples chiffres 3, 4, etc., ne sont que des opérateurs, et dès le commencement notre système de mathématiques est symbolique. C'est cette pensée qui m'a fait dire que les plus grandes étapes franchies par l'esprit humain se trouvent au seuil de notre vie intellectuelle. L'art de compter et l'emploi de symboles pour représenter des mots sont des conquêtes des plus merveil- de notre race.

Il s'ensuit de toutes ces considérations que les systèmes symboliques, soit de Leibniz, soit de Arbogast, ou de Boole, sont de toute rigueur, pourvu simplement qu'ils soient corrects dans leur expression formelle.

Aussi par la discontinuité même de nos actes conscients nous ne pouvons former une idée de continuité que par des moyens de discontinuité. Ainsi la conception des tangentes de Descartes est la seule véritablement possible. Le système de limites est de toute rigueur, le système de différentielles aussi, puisqu'une expression générale n'a pas de sens que par son application à un cas quelconque particulier, et l'expression générale n'est que le symbole de l'application. Les preuves de la disparition des différentielles d'un ordre élevé dans une équation contenant les différentielles du premier ordre sont fallacieuses sans ces conceptions ; et elles sont contenues dans ces conceptions.

La place me manque pour le développement de ces idées, mais en terminant je voudrais parler généralement de l'utilité de ces études. Il est vrai qu'on peut étudier la mathématique sans se préoccuper de ces questions du tout ; mais il est vrai aussi qu'on pourrait rendre plus effectif le fonctionnement d'une machine à vapeur sans se préoccuper du principe fondamental, et encore moins des lois de la thermodynamique. Edison, dit-on, se vante de ne pas connaître la loi d'Ohm. C'est un mécanicien de génie qui travaille dans ces instruments des plus délicats, des courants électriques. Les mathématiques sont si vastes que des mécaniciens de génie trouveraient des combinaisons infinies d'instruments plus intangibles encore, les formules de développement de toutes sortes. A la rigueur un mathématicien pourrait avancer sa science tout en acceptant certaines formules comme les prémisses de son raisonnement et sans avoir jamais examiné leur bases fondamentales.

Toutefois, pour mon compte, j'espère que ces études, dont je viens de donner une esquisse hâtive, auraient quelque intérêt pour elles-mêmes, et je crois que l'habitude d'analyse persistante est toujours utile à n'importe quel point dans le progrès de la science ; et je pense enfin que l'étude des actes rudimentaires de l'esprit conduirait à la connaissance des plus fins rouages de la machine intellectuelle, et que l'observation de son action appliquée à telle science donnerait lieu à un commentaire logique de cette science, et aiderait la recherche des lois du fonctionnement de cette machine qui est l'esprit, et des meilleurs moyens de la perfectionner.

Arthur Lynch,

Membre de la Chambre des Communes.