

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 3 (1901)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE EN ALLEMAGNE PENDANT LE XIX^e SIÈCLE
Autor: Pietzker, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-4640>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

EN ALLEMAGNE

PENDANT LE XIX^e SIÈCLE

(*Suite et fin.*)

III. — L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE AUX ÉCOLES SECONDAIRES SUPÉRIEURES

On est en droit de dire que tous les efforts se réunirent pour fournir un développement toujours ascendant à l'enseignement mathématique aux Gymnases pendant le XIX^e siècle. Nous donnerons dans la suite une vue générale de la marche de ce développement, mais nous n'en tracerons, comme il est aisé de le comprendre, que les traits caractéristiques.

Développement général de l'enseignement, particulièrement en Prusse. — Dans ce développement, nous ferons abstraction des écoles spéciales, et nous n'envisageons que l'enseignement mathématique relatif à la culture générale.

Le Gymnase, qui était issu des Écoles Latines (*Lateinschulen*) du siècle précédent, fut regardé jusqu'aux temps modernes comme le porteur de la culture générale ; dans sa première forme il avait fait une large place à l'enseignement mathématique, quoiqu'il fût dénué le plus souvent de caractère scientifique. Le plan d'étude de 1816, que nous aurons encore à citer, témoigne de la place qu'on y avait faite aux mathématiques. Au point de vue de l'organisation des études, la période qui fait l'objet de cet article est surtout caractérisée par le fait qu'à son commencement l'enseignement mathématique était de plus en plus mis à l'arrière-plan pour laisser au programme du Gymnase un caractère philologique prépondérant. Ce fait est dû en partie

à l'essor que prit à cette époque l'étude scientifique des langues sous l'influence d'une série de savants éminents ; d'autre part il fut aussi la conséquence d'une certaine exagération dans le but de l'enseignement mathématique, tel qu'il était posé dans le susdit plan d'études ; mais il fut surtout amené par la position même qu'occupait l'École dans l'organisme de l'État.

Sous le nom d'État, il faut entendre avant tout l'État de Prusse, dont les institutions servirent de modèle et de règle à l'organisation des établissements du reste de l'Allemagne. Dans l'exposition qui va suivre, nous parlerons donc principalement de ce qui s'est passé en Prusse ; quant aux autres États de l'Allemagne, nous en parlerons toutes les fois que leurs institutions s'écartent par trop de ce qui est cité.

La réorganisation de l'État de Prusse, après la période napoléonienne, n'avait été possible que par une absolue concentration de toutes les forces. Cette concentration avait déjà fait surgir et favorisé de bonne heure la pensée d'introduire une instruction systématique, poussée dans le sens et le but de la subordination de toutes les forces à l'organisme de l'État. C'est ainsi que l'Instruction publique, qui avait été reconnue de tout temps comme une des branches importantes de l'Administration, revêtit en Prusse un caractère tout particulier, dont l'empreinte se remarque surtout dans les branches supérieures, en ce que les Écoles de cet ordre furent organisées de façon à former des fonctionnaires d'État. En conséquence de quoi on fixa par décrets ce qui, jusque-là, avait été plus ou moins abandonné au libre arbitre de chacun.

Examen de maturité. — En 1788 il avait déjà été institué un examen qui fixait la préparation nécessaire à ceux qui voulaient commencer leurs études universitaires, puis on l'avait révisé dans un autre règlement daté de 1812. Mais, malgré ces prescriptions, beaucoup de ceux qui n'avaient pas réussi à passer recevaient quand même la permission de suivre les cours universitaires ; la sûreté des résultats de l'épreuve était donc souvent incomplète, en ce sens, que l'examen pouvait aussi être passé à l'Université et qu'une marche fixe de l'instruction antérieure n'était pas obligatoire.

Place secondaire occupée par les mathématiques. — Par

l'ordonnance d'examen de 1834, les Gymnases furent exclusivement chargés de faire passer ces examens, appelés : examens de maturité ou de sortie (*Abiturienten-Prüfung*) ; leur plan d'études fut bientôt après (1857) soumis à un nouveau règlement. Dans cette nouvelle ordonnance, qui transformait notablement le plan d'études de 1816, toutes les branches qui, d'après les vues dominantes, semblaient avoir une importance secondaire furent placées à l'arrière-plan. Dans ce temps-là, où la vie industrielle était encore peu développée, on n'attacha guère d'importance aux sciences mathématiques et naturelles. C'est ainsi que le Gymnase, qui se chargea en même temps seul de la préparation à l'Université, reçut un caractère éminemment philologique. Il prit ce caractère sous l'influence dominante des égards donnés aux études que l'administration de l'Etat choyait surtout alors, c'est-à-dire celles de la Théologie, du Droit, de la Philosophie et de l'Histoire. Pendant ce temps les exigences qu'on aurait pu faire valoir en faveur des études universitaires en médecine, en mathématiques et sciences naturelles durent céder le pas aux premières.

Création des écoles « réales » (enseignement secondaire moderne). — En attendant la vie industrielle se renforça sensiblement et l'on acquit la conviction que l'instruction savante donnée aux Gymnases ne répondait point comme préparation aux besoins de futurs techniciens et industriels. Le besoin d'une nouvelle espèce d'école se fit sentir et trouva son point d'appui dans un établissement qui avait déjà été fondé par HECKER, vers le milieu du XVIII^e siècle (1747), l'école réelle royale de Berlin. Dans son article M. GÜNTHER a déjà fait une courte mention du mouvement connu sous le nom de *Philanthropisme* qui a été inauguré au commencement du XVIII^e siècle par SEMLER à Halle, et qui appuyait sur le fait de l'inutilité de l'enseignement du Latin pour le bourgeois industriel. Le résultat durable de ce mouvement fut la fondation de l'école sus-nommée. Son but fut d'avoir un égard plus grand des besoins de la vie réelle, comme son nom l'accusait déjà ; mais, en face de courants plus puissants à cette époque, elle ne put atteindre une signification plus marquée.

Sous l'impulsion d'une vie nouvelle, qui, dans le second quart du XIX^e siècle, commençait aussi à se réveiller sur le champ économique, ce courant resté longtemps latent reprit son élan. L'établissement précité placé sous la direction d'un homme prudent et énergique reçut une nouvelle organisation, d'autres établissements du même genre furent fondés et, en 1832, cette nouvelle espèce d'écoles reçut un ordre officiel dans l'organisme entier de l'Instruction publique par une « instruction préalable relative aux examens de sortie à faire dans cette espèce d'écoles ». Un ordre fixant ces relations en général fut admis en 1859. Dans cet intervalle le caractère de ces écoles avait changé, en ce que, mettant à l'arrière-plan la tâche de préparer aux carrières industrielles, elles mirent en première ligne celle de donner une instruction générale. Comme sous l'influence des idées dominantes cela ne semblait point alors possible sans la connaissance du latin, cet enseignement, à l'origine étranger au plan d'études des écoles réales, y fut admis en restreignant celui des branches réales (les langues modernes et les sciences exactes). En conséquence de quoi l'ordonnance de 1859 fit une différence entre les écoles réales enseignant le latin qu'elle plaça au premier rang, et celles qui ne l'enseignaient point, mises au second rang ⁽¹⁾. C'est ainsi que peu à peu surgit une certaine rivalité entre les écoles réales et l'ancien Gymnase qui fut également soumis à une nouvelle réforme en 1856 et en 1867, laquelle eut pour conséquence d'autres ordonnances sur l'enseignement public promulguées en 1882 et en 1892.

Le caractère de ces transformations est marqué, d'une part, par l'effort de rapprocher toujours davantage les établissements où le latin est enseigné, c'est-à-dire le Gymnase et l'école réelle, autrefois nominée de premier ordre et aujourd'hui désignée sous le nom de *Realgymnasium*, d'autre part, par la prétention toujours croissante des établissements qui ne donnent pas l'enseignement de cette langue, de pouvoir également contribuer à fournir un enseignement portant le caractère d'une culture intellectuelle générale.

(1) Une certaine variété de ces écoles portaient autrefois le nom de *Höhere Bürgerschulen*, aujourd'hui inusité.

Organisation actuelle : les trois espèces d'écoles secondaires supérieures. — D'après cela, il y a maintenant en Allemagne, dont les différents États ont suivi plus ou moins vite la marche de la Prusse, trois espèces d'écoles secondaires supérieures (*höhere Schulen*) : 1° le *Gymnase*, dont le plan d'études embrasse principalement l'enseignement du latin et du grec et n'admet que le français, parmi les langues modernes, comme généralement obligatoire ; 2° le « *Gymnase Réal* » (*Realgymnasium*) qui, comparé au *Gymnase*, n'enseigne le latin que d'une manière restreinte, et l'anglais au lieu du grec ; 3° l'*École réelle supérieure* (*Ober-Realschule*) qui, renonçant aux langues anciennes, n'enseigne que les langues modernes, surtout le français et l'anglais.

Chacun de ces trois établissements comprend un cours de neuf années ; après l'achèvement des six classes inférieures, la réussite d'un examen particulier procure au candidat une diminution du temps de service dans l'armée. Outre les établissements complets, comprenant les neuf classes, il y a aussi des établissements incomplets, des écoles, qui n'ont que les six classes inférieures ; elles portent les différents noms de *Progymnasium*, *Realprogymnasium* et *Realschule*.

Les cours aux établissements qui embrassent toutes les classes se terminent par un examen *de maturité* (*Reifeprüfung*). Le certificat de réussite de cet examen donne droit au porteur d'entrer dans les carrières appelées supérieures, sans restriction cependant seulement pour ceux qui quittent les *Gymnases*, avec de certaines restrictions pour ceux qui viennent des *Gymnases* « réaux » (*Realgymnasien*) et avec de plus grandes restrictions encore pour ceux qui sortent des « écoles réales » supérieures (*Oberrealschulen*).

Place occupée par l'enseignement mathématique dans les trois établissements secondaires. — Il importe ici avant tout de voir le rôle que joue l'enseignement des Mathématiques aux trois établissements mentionnés. Les détails donnés sur le caractère de ces trois établissements font supposer que l'importance de l'enseignement mathématique et celui des sciences naturelles sont en raison inverse des droits que leur confère l'examen de maturité de chacun de ces établissements.

En réalité, par la diminution d'heures données au latin, au Gymnase réel, l'enseignement des sciences exactes obtient un certain renforcement qui s'accroît encore davantage à la *Ober-realschule*, où le latin disparaît entièrement, d'après le nombre d'heures consacrées à l'étude et le but qui lui est assigné. Cependant dans ce renforcement une part notable revient aux sciences naturelles, de façon que, par rapport au but de l'étude, il n'y a plus aujourd'hui une grande différence, pour l'enseignement des sciences mathématiques, entre le Realgymnasium et la *Ober-realschule*.

L'arrangement de l'enseignement des mathématiques est le même dans les trois établissements : c'est la marche suivie depuis des années, d'après laquelle on commence par la Planimétrie et l'Algèbre ; la Planimétrie est remplacée ensuite par la Stéréométrie et la Trigonométrie. L'examen écrit de maturité exige en conséquence la solution de quatre questions tirées, comme par le passé, de la Planimétrie, de la Stéréométrie, de l'Algèbre et de la Trigonométrie ; la question de Planimétrie peut être remplacée par un travail de Géométrie analytique.

Le plan d'étude de 1816 faisait commencer cet enseignement dans un degré très inférieur, c'est-à-dire dans les dernières classes (la sixième et la cinquième) ⁽¹⁾, les équations du second degré, avec les applications qui s'y rapportent, devaient se faire dans la troisième et la quatrième année d'étude ; dans la cinquième année, l'étude des puissances et des logarithmes, avec le théorème du binôme, pendant qu'en Géométrie il fallait non seulement terminer la Planimétrie, mais encore le calcul des volumes des principaux corps solides et les éléments de la Géométrie analytique et de la Trigonométrie.

Dans les quatre classes supérieures, l'enseignement fut encore chargé d'une révision approfondie de tout le champ parcouru précédemment dans les degrés inférieurs, qui recevait une extension considérable ; on y traitait en particulier aussi les équations jusqu'au quatrième degré, leur résolution par approximation, le développement en séries par la méthode des coefficients indéter-

(1) Dans les établissements de la Prusse, on désigne les classes en commençant par la classe supérieure : Ober-prima, Unter-prima, Ober-secunda, Unter-secunda, Ober-tertia, Unter-tertia, Quarta, Quinta et Sexta.

minés, la série de Taylor, en accordant une large part aux mathématiques appliquées.

Modifications des plans d'études des gymnases. — Pour accomplir ce programme on consacre aux mathématiques dans chaque classe six heures de leçon par semaine ; malgré ce temps, largement suffisant, il fut hors de doute que la plupart des élèves ne pouvaient atteindre ce but visiblement bien au delà de leur portée. Conséquemment à cela, les plans d'études subséquents abaissèrent de beaucoup le but exigé, non sans diminuer en même temps dans une forte mesure le temps donné à l'enseignement mathématique. Ainsi les six heures de leçon par semaine furent réduites soit à quatre heures, soit à trois heures, suivant les différentes classes. En même temps le commencement de l'enseignement fut monté au troisième degré (Quarta), à partir d'en bas ; il comprend encore aujourd'hui l'introduction à l'enseignement méthodique de la Géométrie. L'enseignement de l'Algèbre fut reporté par les plans d'études de 1867 encore plus haut, c'est-à-dire à la quatrième classe (*Unter-Tertia*) en comptant d'en bas. Cet enseignement doit se rattacher à celui de l'Arithmétique pratique terminé en Quarta. Pendant de longues années on employa une introduction géométrique propédeutique, qui n'était qu'intuitive, pour poser les bases et fournir les notions et les idées de cette science.

Tout ce qui se rapportait aux mathématiques supérieures fut retranché. Quant à l'Algèbre, les équations au delà du deuxième degré furent supprimées ; on garda la théorie des combinaisons, les fractions continues et les équations de Diophante du premier degré ; les séries et la Géométrie analytique furent aussi écartées. Dans cette forme même donnée à l'enseignement, le maître gardait encore une certaine liberté, surtout dans la répartition de la matière dans les classes supérieures comprenant les théorèmes relatifs aux corps solides et la Trigonométrie. Du reste chacun des maîtres, en cas de circonstances favorables, telle que la présence d'élèves mieux doués, pouvait faire rentrer dans son enseignement les chapitres élagués du plan d'études général obligatoire. Cette période est certes caractérisée par le fait que des élèves, moins bien doués pour comprendre les mathématiques,

n'assistaient que corporellement aux cours, avec l'espoir qu'à l'examen de maturité les points manquant aux mathématiques seraient compensés par ceux obtenus dans les langues anciennes.

Les plans d'études des établissements « réaux ». — Les écoles réales (*Realschulen*) furent mieux partagées sous ce rapport, car dès l'abord, vu leur caractère général même, une plus grande importance fut accordée aux Mathématiques. Dès le commencement le temps d'étude fut plus étendu et le but de l'étude plus élevé qu'aux Gymnases, de façon qu'on arrivait en général à terminer le champ d'étude un an avant les Gymnases. La résolution des équations du troisième degré fut ajoutée au champ d'étude de ces dernières; les écoles réales supérieures (*Oberrealschulen*) purent encore traiter les équations du quatrième degré, ainsi que la résolution approximative d'équations numériques, la Trigonométrie sphérique et les éléments de la Géométrie analytique et descriptive. Ce dernier enseignement fut relié intimement à celui du dessin, qui fut cultivé avec plus de soin dans les établissements réaux qu'aux Gymnases.

Les éléments de l'Analyse infinitésimale trouvèrent aussi une place transitoire (jusqu'en 1892) dans l'enseignement *Oberrealschulen*, surtout pour traiter la théorie des maxima et minima.

Rapprochement des plans d'études des trois établissements secondaires. — La tendance précitée de rapprocher le plus possible les plans d'études des écoles destinées à donner une instruction préparatoire générale et la prise en considération de l'importance des sciences exactes, amenèrent graduellement d'autres changements dans le plan d'études, des Gymnases surtout, dans lequel on exigea toujours davantage à faire rentrer les éléments de la Géométrie analytique et ceux de la théorie des sections coniques. La récente Ordonnance de l'Enseignement prit donc en considération cette demande en plaçant également dans le plan d'étude gymnasial la Trigonométrie sphérique, la regardant comme préparation indispensable à la Géographie mathématique qui, du reste, rentre dans le domaine de la Physique. Comme le nombre d'heures affecté à l'enseignement géométrique restait le même, il fut nécessaire de supprimer quelques chapitres moins utiles, parmi lesquels on choisit les

règles de combinaison, les fractions continues et les équations de Diophante, tandis que le binôme fut conservé avec recommandation spéciale d'être limité aux exposants entiers positifs.

Le nouvel examen des candidats à l'enseignement vient de faire une place importante aux mathématiques appliquées ; aussi est-on obligé, dans l'enseignement gymnasial, d'avoir égard, jusqu'à un certain point, aux principes fondamentaux de la Géométrie descriptive qui, dans les occasions convenables, doivent être ajoutées à l'enseignement stéréométrique.

Introduction de deux cycles d'études. — Une autre mesure, également réclamée de divers côtés, donna à la tournure entière de l'enseignement une forme particulièrement importante, à savoir celle d'accorder aux six classes inférieures du cours scolaire une certaine indépendance dans leur ensemble. Le caractère du plan d'études de 1816 fut quelque peu renouvelé par cette mesure, en ce que le degré supérieur reçut la tâche de reprendre l'enseignement donné aux classes inférieures en l'approfondissant et en l'étendant. Dans le domaine des Mathématiques, les théorèmes relatifs aux corps furent en partie transportés dans le degré inférieur, où l'on peut déjà traiter les principaux calculs. En Trigonométrie les éléments du calcul des triangles furent placés au degré inférieur et la théorie systématique au degré supérieur ; on en fit de même avec les logarithmes ; en Planimétrie, le degré supérieur fut chargé de fournir une introduction aux éléments de Géométrie moderne (projective).

L'Enseignement dans les autres États de l'Allemagne. — Le système scolaire en vigueur en Prusse, tel que nous l'avons résumé brièvement ci-dessus, fut accepté sans changement par une série d'États plus petits ; les plus grands parmi ceux qui font partie de l'Empire allemand, présentent certains écarts que nous devons relever sommairement ici, au point de vue de l'enseignement mathématique. *Les grands États de l'Allemagne du Nord*, plus ou moins placés sous l'influence des événements en Prusse, ont généralement gardé le plan d'études tel qu'il était en Prusse avant 1892. La réserve observée vis-à-vis de l'innovation de 1892 s'explique bien par le fait que, même parmi ceux qui approuvent l'idée fondamentale de ce plan d'études, celui-ci a

trouvé bien des contradicteurs n'admettant pas les détails d'exécution ajoutés à l'idée principale, et que, dans d'autres milieux, on le regardait comme un état transitoire d'une faible durée.

Dans les *États du Sud de l'Allemagne*, où l'on ne saurait s'empêcher de reconnaître aussi l'influence prussienne, tout en se faisant remarquer dans une moindre mesure, les écarts des plans d'études sont encore plus considérables. M. GÜNTHER a déjà fait remarquer que la mesure, d'après laquelle se fit la marche ascendante de l'enseignement mathématique en *Bavière*, fut sensiblement moins accélérée qu'en Prusse ; il en est de même du *Württemberg*, où, comme en Bavière, le but d'étude de l'enseignement gymnasial est actuellement un peu inférieur à celui posé en Prusse, tout en dépassant ce dernier dans une certaine mesure, en ce que les chapitres de l'enseignement qui y ont été retranchés par la nouvelle Ordonnance de 1892, forment encore aujourd'hui en Bavière et en *Württemberg* l'objet d'un enseignement. Cet état de choses provient en Bavière de ce que dans les classes supérieures de l'enseignement gymnasial les Mathématiques et la Physique, comparativement à ce qui se fait en Prusse, sont fondues ensemble dans le total général des heures données à l'enseignement.

D'ailleurs, l'observation qui vient d'être faite ne se rapporte qu'à l'enseignement gymnasial ; quant aux *Écoles Réales*, le but d'étude dépasse plutôt en partie celui posé aux établissements prussiens. C'est le cas tout particulièrement pour le *Württemberg* où, pour les établissements qui y comptent dix degrés, on voit paraître, dans le degré supérieur, la Géométrie analytique à trois dimensions et les éléments du calcul différentiel et intégral. Cette culture renforcée des mathématiques en *Württemberg* est due à l'activité de quelques hommes qui ont travaillé au développement de ces écoles et ont contribué avec un zèle et un succès particuliers à relever le niveau de l'enseignement mathématique. Le Grand-Duché de *Bade* a aussi trouvé dans cette branche des représentants influents, car son plan d'études dépasse aussi celui de la Prusse en ce que le programme de la classe supérieure du Gymnase ; il renferme la Géométrie de position, et celui des Réaux l'étude des déterminants.

Tendances de l'enseignement mathématique. — A côté de l'ordre extérieur de l'enseignement qui, comme nous l'avons déjà fait observer, ne peut être présenté que dans ses traits généraux, il est intéressant avant tout de saisir l'esprit qui domine cet enseignement. Il sera facile de comprendre que cet esprit est influencé par les divers courants qui, d'ailleurs, régissent l'époque. Effectivement les mêmes courants, indiqués comme ayant servi de règle à la recherche mathématique et à l'enseignement universitaire de cette science, peuvent être remarqués aussi dans l'enseignement mathématique, quoiqu'ils se présentent d'une manière un peu différente. A côté de cela les courants particuliers connexes au développement général de l'Instruction publique se font naturellement aussi valoir.

Ce qui est le moins sensible dans la sphère scolaire, *c'est l'influence du progrès que la science mathématique a fait dans sa substance même*, et cela est fort naturel. D'une part ce progrès s'est effectué en majeure partie dans des domaines que leur difficulté rend dès l'abord inadmissibles dans l'enseignement scolaire, d'autre part, l'École, d'après sa nature même, ne peut introduire dans son plan d'études, parmi les matières dont elle peut user, que les sciences arrivées déjà à une conclusion certaine. Cependant on ne peut disconvenir d'une certaine influence de la recherche surtout dans le champ industriel, sur l'introduction graduelle dans le plan d'études de la Géométrie nouvelle, de la Géométrie projective et de celle de position ; en Algèbre on peut encore citer ici l'essai fait en faveur de la théorie des déterminants.

L'analogie entre l'Université et le Gymnase, au point de vue de l'enseignement est bien plus sensible *dans la lutte entre les directions arithmétisante et géométrique*. Il existe ici, parmi les maîtres aux Gymnases, souvent une opposition aussi forte que celle qui se dessine entre les professeurs universitaires, et qui résulte principalement de l'impulsion que chacun a reçu à l'Université à laquelle il doit son instruction scientifique. Cette opposition entre les deux directions apparaît clairement dans la manière de traiter l'enseignement stéréométrique, où les uns procèdent dans le sens constructif, les autres en insistant sur les calculs de l'espace. Mais cette opposition se prononce tout particulièrement dans la méthode relative aux sections coniques que

les uns traitent d'une façon purement analytique, les autres surtout constructivement. Les plans d'études laissent en cela une large liberté à chacun des maîtres, de façon qu'un grand nombre d'entre eux tâche de tenir la balance égale entre les deux directions.

Influence des sciences appliquées. — *Le courant technique* est aujourd'hui fort apparent. Il existe entre les Écoles supérieures (*Hochschulen*) et les Établissements qui y préparent, indirectement, une analogie évidente, en ce que les Écoles réales pour arriver à prospérer eurent à lutter pour leur équivalence avec les Gymnases ; d'où une espèce de contre-partie des rapports existant entre les Écoles techniques supérieures et les Universités. Il y a aussi une grande ressemblance intérieure en ce que la réclamation de tenir compte des applications des mathématiques dans les plus anciens établissements, comme les Universités et les Gymnases, qui n'avaient eu en vue d'abord que l'enseignement théorique, acquit également une influence toujours croissante. Il s'ensuivit, dans l'enseignement gymnasial, une très vive opposition à la pratique qui, négligeant les faits réels, compose artificiellement les questions qui servent d'exercices au savoir acquis. La demande de tenir le plus grand compte possible des faits de la vie réelle et des événements naturels et positifs forme le sujet d'une décision particulière prise en 1894 à l'assemblée de la Société, déjà mentionnée, pour l'avancement de l'enseignement des Sciences mathématiques et naturelles.

Dépassant encore ce qui vient d'être dit, quelques maîtres prétendent qu'aux classes supérieures, l'enseignement des mathématiques doit se fondre dans celui de la Physique, comme c'est le cas, en effet, jusqu'à un certain degré, dans les Gymnases de la Bavière.

Place occupée par l'Histoire de la science ; caractère philosophique de l'enseignement. — *Le courant historique* est aussi fort reconnaissable. Il a commencé à exercer ici, de même qu'aux Universités, son influence et cela dans les temps les plus récents. Les dissertations scientifiques jointes aux rapports annuels des Écoles supérieures montrent diversement que toute une série de maîtres demande la prise en considération dans l'enseignement

du développement historique des sciences mathématiques ; et ils désirent voir le maître donner à l'occasion une indication sur la part qu'ont prise à ce développement les divers peuples.

D'autre part il y a un nombre non négligeable de maîtres qui donnent à l'enseignement de la classe supérieure une *profondeur philosophique* (*philosophische Vertiefung*), où ils traitent la question des bases sur lesquelles repose notre manière de concevoir l'espace, et scrutent aussi jusqu'à un certain point les notions fondamentales de l'Algèbre. Cela se pratique cependant toujours avec prudence. En tout cas le nombre des maîtres qui voudraient commencer l'enseignement entier par l'exposé des idées fondamentales n'est que restreint.

Toujours est-il que de tels maîtres ne manquent pas entièrement ; ce fait est en connexité avec la lutte des deux courants dont nous avons déjà eu l'occasion de parler plus haut en traitant l'Ordonnance d'examen pour les candidats à l'enseignement et dont l'un donne plus d'importance au caractère scientifique pour l'instruction des maîtres, tandis que les partisans de l'autre envisagent avant tout le caractère pédagogique et didactique. Dans le domaine de l'instruction pratique cette lutte se reconnaît dans celle entre les directions *systématique* et *méthodique*.

Les directions systématique et méthodique. — Les partisans de la première partent du point de vue que l'enseignement mathématique, plus que tout autre, est appelé à donner à l'élève l'image d'un système scientifique bien net, que ce but ne peut être atteint que par un enchaînement exempt de lacunes et, qu'il faut pour cela commencer par poser une base de notions entièrement irréfutables dont découle tout le reste avec une conséquence naturelle et logique. En opposition de cela, les méthodiques prétendent qu'au commencement de l'enseignement mathématique on ne peut compter sur la compréhension de ces notions générales, que c'est justement cette introduction prématurée dans le système scientifique qui a été la cause du peu de succès obtenu dans l'enseignement mathématique d'autrefois et a fait croire que, même pour les mathématiques élémentaires, il faut chez l'élève un don particulier pour les comprendre. Selon eux il vaut mieux s'élever du simple au

général et avoir, dès le commencement, plutôt recours à l'intuition qu'à la compréhension des notions, et terminer avec le système bien ordonné plutôt que de commencer par lui.

L'exposé ci-dessus de la marche que la forme extérieure de l'enseignement mathématique a prise fait ressortir évidemment comment, dans le cours des temps, le point de vue des méthodiques l'a emporté de plus en plus sur celui des systématiques. On peut aussi l'observer dans le changement graduel que la disposition de cet enseignement a subi extérieurement dans de certaines branches, à savoir dans la Trigonométrie et la Stéréométrie.

L'enseignement de la Géométrie. — Dans le domaine géométrique c'est avant tout le changement graduel des manuels qui marque la victoire que la direction méthodique avait remportée sur la systématique. Le plan d'études de 1816 prescrit en Prusse partout l'emploi des éléments d'Euclide dont on répartit les différents livres sur chacune des classes, selon leur degré.

Longtemps encore après, jusque vers le milieu du siècle, l'œuvre d'Euclide était la base de l'enseignement géométrique dans quelques établissements ; d'autres passèrent, déjà bien avant cette époque, à une autre marche qui, tout en s'appuyant en général sur Euclide, s'en écartait en faisant appel à l'intuition dans ses démonstrations. A tout considérer, c'est toujours encore le système emprunté à Euclide qui domine dans la plupart des manuels de Géométrie qui ont paru depuis en grand nombre ; seulement un moins grand nombre parmi eux essaie, avec plus ou moins de succès, de s'appuyer sur les bases fondamentales de la nouvelle Géométrie, et de remplacer par un système plus naturel et plus cohérent en lui-même ce qu'il y a d'artificiel dans celui d'Euclide, qui aime à ménager dans chaque théorème nouveau une surprise nouvelle. A côté de cela on voit aussi apparaître quelques efforts qui, prenant les théorèmes qui font partie du système, veulent en tirer le résultat compréhensible en traitant quelques problèmes appropriés. Ces essais sont de plus en plus favorisés par ceux qui sont d'avis d'écarter en général ces problèmes, autrefois fort usités, pour la solution desquels on a besoin de trucs, et les voudraient voir remplacés par d'autres plus simples et liés plus intimement aux progrès faits dans les sciences mathématiques.

L'enseignement de l'Algèbre. — Les timides essais faits dans l'enseignement géométrique ont déjà obtenu gain de cause dans l'enseignement algébrique, cela depuis des années et presque partout. La circonstance que cet enseignement, qui fait suite à celui de l'Arithmétique pratique, trouve déjà chez les élèves un bagage de notions qu'ils possèdent parfaitement et qui n'a plus besoin que de formules fixes, fit bientôt écarter en pratique tous les essais de déductions qui pouvaient dépasser les capacités des élèves. On ne prit comme but de la théorie que le résumé systématique des connaissances isolées acquises, en accordant une importance capitale à une façon intelligente de manier les lois arithmétiques fixées par la théorie ; on mit au centre de l'enseignement la théorie des équations qui devait se déduire d'elle-même des problèmes posés. Cet enseignement offre donc relativement plus que tout autre l'image d'une marche d'étude disposée d'après les vues méthodiques.

Caractère professionnel et culture générale. — Cette prise en considération du principe méthodique est partie des cercles scolaires secondaires et, de là, a passé aux universités. A cette tendance vient s'ajouter encore en seconde ligne une autre, peu forte jusqu'à présent, mais croissant de jour en jour et d'ailleurs connexe à la précédente. A l'opposition existant entre les directions méthodiques et les systématiques correspond en un certain sens l'opposition entre les représentants de la direction technique (*Fachbildung*) et ceux qui estiment que les mathématiques doivent être regardées comme élément d'une culture intellectuelle générale (*Allgemeinbildung*). Dans sa nature, la première direction mène à une augmentation toujours croissante du plan d'études ; elle cherche, déjà dans l'enseignement scolaire, à concourir avantageusement avec la culture mathématique donnée aux universités. Les représentants de la deuxième direction sont enclins de baisser tant soit peu le but d'étude et de regarder comme ample compensation de cet abaissement de la culture mathématique obtenue la liaison plus intime de celle-ci avec l'ensemble de la culture intellectuelle générale. Ils espèrent par là, en tirant un plus grand profit des éléments d'instruction généraux renfermés dans la matière de l'enseignement mathématique, de donner un

coup de main appréciable aux exigences d'un troisième courant. Celui-ci est particulier aux écoles moyennes et n'a aucun rapport avec les Universités ; ce nouveau courant reconnaît pleinement la valeur des mathématiques et des sciences exactes comme moyen d'instruction intellectuelle générale. La situation exposée plus haut montre que cette recognition fait défaut encore jusqu'à aujourd'hui, en ce que les droits conférés par les certificats de maturité des établissements à neuf degrés sont en rapport inverse avec l'étendue de l'enseignement qui y est consacré aux branches d'étude des sciences exactes. En donnant une plus grande importance à la valeur de ces branches qui fournissent une culture générale, et surtout aussi à celle des mathématiques, on espère relever le niveau de cet enseignement dans l'organisation scolaire de façon que la renonciation aux buts plus élevés indiqués par les partisans de l'opinion contraire en soit largement compensée. L'introduction dans le programme de l'étude des déterminants et de celle des éléments de l'Analyse infinitésimale est réclamée par ceux qui voudraient rehausser le but de l'enseignement mais elle est repoussée par l'autre parti.

Tous ces courants s'entre-croisent actuellement de façon bien diverse et donnent lieu à de vives luttes d'opinions qui se vident dans les périodiques spéciaux et les Assemblées annuelles des maîtres de mathématiques, surtout dans le « Verein zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts ». Elles donnent à celui qui veut porter un jugement complet sur l'état de cet enseignement à la fin du XIX^e siècle l'impression qu'il se trouve encore dans une période transitoire. Cela ne s'applique pas seulement à l'enseignement secondaire supérieur, mais aussi à l'enseignement universitaire.

Evolution de la science et de l'enseignement. — La science trône dans son élévation altière que ne saurait léser la divergence des directions qui travaillent à son avancement ; chacune de celles-ci peut se mouvoir librement l'une à côté de l'autre ; toutes apportent un tribut à son progrès.

Il en est autrement des établissements qui doivent satisfaire au désir de ceux qui demandent des lumières scientifiques ou une culture intellectuelle générale. Ici, l'une des directions à laquelle

on a accordé sa faveur exclut forcément une autre ; il s'agit de choisir la forme qui convient le mieux au but qu'on se propose d'atteindre, forme qui n'est souvent née que des circonstances des temps. Ainsi ce mouvement touche aussi l'enseignement mathématique universitaire, il s'accroît toujours davantage sur ce terrain et l'on se demande si cet enseignement répond encore actuellement aux exigences des temps, au moins dans sa forme. Fréquemment les cours universitaires font concurrence aux œuvres imprimées, car dans le cours oral on ne dit pas autre chose que ce que chacun peut lire dans ces ouvrages. Maintes fois la question a été posée, si les professeurs aux établissements supérieurs ne feraient pas mieux, en laissant de côté les détails du système scientifique, de choisir pour leurs cours oraux les parties essentielles du système, quelquefois empreintes de subjectivité, mais qui tirent de l'enseignement oral leur principal effet d'action. Nous avons parlé plus haut des luttes engagées sur le terrain de l'enseignement moyen.

Celui qui suit attentivement toutes ces évolutions doit aussi se demander sans doute, laquelle des directions actuellement en lutte, finira par l'emporter sur les autres. Mais quelle que soit la voie que suivra un jour le développement de l'enseignement mathématique, il faut se réjouir sincèrement de ce qu'il s'opère sous de vives luttes. Vivre c'est lutter et lutter c'est vivre ; c'est une vérité en tout et tout particulièrement dans le domaine de la science. Comme le développement pour atteindre des buts toujours plus élevés n'est possible que sous de pareilles luttes, et qu'il ne se présente que comme leur résultat, on ne saurait se formaliser de l'état inachevé qui caractérise la situation actuelle. Cet état d'inachèvement est lui-même le signe évident d'un développement qui ne s'arrête jamais. C'est ainsi, qu'au moment du changement du siècle, on peut envisager l'avenir avec courage, sans perdre de vue les projets destinés à apporter une amélioration. La tendance au progrès est la marque commune du développement dans tous les domaines de la vie intellectuelle et cela chez toutes les nations civilisées ; elle est surtout celle de la science mathématique et de son enseignement, et peut-être est-il permis de désigner ce domaine, grâce à sa matière libre de toute particularité nationale, comme celui où un progrès incessant dû à l'action commune de tous les peuples civilisés et

dirigée vers le même but, sera le plus assuré. L'Allemagne s'allie aux autres nations qui, comme elle, sont chargées de soutenir la civilisation, pour atteindre ce but et à y travailler par l'enseignement.

F. PIETZKER (Nordhausen).

(Traduit de l'allemand par M. L. Déppe.)

APPENDICE

Plans d'études de l'enseignement mathématique dans les gymnases et les écoles « réales ».

Nous croyons utile de joindre à notre exposé quelques détails relatifs aux programmes actuellement en vigueur dans les trois sortes d'établissements secondaires. Nous nous bornerons d'abord aux écoles de la Prusse, puis nous indiquerons en quoi les programmes des autres Etats diffèrent de l'organisation prussienne.

En Prusse les établissements « complets » comprennent six classes; les trois classes supérieures se répartissent chacune sur deux années d'études (*Ober-Prima* et *Unter-Prima*; *Ober-Secunda* et *Unter-Secunda*; *Ober-Tertia* et *Unter-Tertia*). Dans les trois classes inférieures (*Quarta*, *Quinta*, *Sexta*) la durée des études est d'une année. Il y a donc en réalité neuf degrés; nous les désignerons, en suivant l'ordre ascendant, par VI, V, IV, III^B, III^A, II^B, II^A, I^B, I^A.

Voici d'abord le tableau des heures accordées par semaine à l'enseignement des mathématiques :

CLASSE	GYMNASE	« GYMNASÉ REAL »	« ÉCOLE RÉALE »
VI	4	4	5
V	4	4	5
IV	4	4	6
III ^B	3	5	6
III ^A	3	5	5
II ^B	4	5	5
II ^A	4	5	5
I ^B	4	5	5
I ^A	4	5	5
TOTAL	34	42	47

En VI^e et en V^e le programme est le même pour les trois établissements, mais il est plus approfondi dans les écoles réales, grâce au nombre supérieur

des heures. Le programme comporte uniquement l'enseignement de l'Arithmétique pratique ; en voici le détail :

VI^e. — Révision des opérations sur les nombres entiers. Les mesures allemandes ; poids et monnaies, avec exercices sur la notation décimale et les opérations simples sur les nombres décimaux.

V^e. — Divisibilité des nombres. Fractions ordinaires. Problèmes simples sur la « règle de trois » (par réduction à l'unité). Les mesures allemandes ; poids et monnaies (comme en VI^e).

Dans les classes suivantes la différence entre les programmes des trois établissements s'accroît de plus en plus. La répartition du nombre des heures est, en général, laissée à l'initiative du maître, sauf quelques exceptions, ainsi que le montre le tableau suivant :

	GYMNASE	« GYMNASÉ RÉAL » <i>Realgymnasium</i>	« ÉCOLE RÉALE » <i>Oberealschule ; Realschule</i>
IV	<i>Arithmétique.</i> 2 h. : Nombres décimaux ; opérations. Règle de trois, simple et composée, avec des nombres entiers et fractionnaires (problèmes empruntés à la vie pratique). <i>Planimétrie.</i> 2 h. : Étude de la droite, des angles et des triangles.	<i>Arithmétique.</i> 2 h : Programme du gymnase ; en outre, premières notions sur l'emploi des lettres dans les calculs. <i>Planimétrie.</i> 2 h. : Programme du gymnase ; en outre, étude du parallélogramme ; introduction à la mesure des aires.	<i>Arithmétique.</i> 3 h. : Programme du gymnase réel. <i>Planimétrie.</i> 2 h. : Programme du gymnase réel.
III B	<i>Arithmétique.</i> 1 h. : Les opérations sur les nombres absolus limitées aux notions les plus indispensables. (Dans les exercices on fera aussi usage des équations du premier degré à une inconnue.) <i>Planimétrie.</i> 2 h. : Parallélogramme, étude élémentaire du cercle.	<i>Arithmétique</i> : Les opérations sur les nombres absolus. Équations du premier degré ; applications empruntées à la vie pratique et à l'arithmétique commerciale. <i>Planimétrie</i> : Étude du cercle. Théorème relatif, (au calcul des aires). Aires des figures polygonales.	Programme du gymnase réel (avec 6 h. au lieu de 5).
III A	<i>Arithmétique.</i> 1 h. en été, 2 h. en hiver : Équations au premier degré, à une ou à plusieurs inconnues (exercices sur le calcul des fractions). Puissances à exposants entiers et positifs. Notions essentielles sur les racines.	<i>Arithmétique.</i> 2 h. : Puissances et racines. Équations, y compris les équations du second degré à une inconnue dans les cas simples.	Programme du gymnase réel.

	GYMNASE	« GYMNASÉ RÉAL » <i>Realgymnasium</i>	« ÉCOLE RÉALE » <i>Oberealschulé ; Realschule</i>
III A <i>Suite</i>)	<i>Planimétrie</i> . 2 h. en été, 1 h. en hiver : continuation de l'étude du cercle. Théorèmes relatifs à l'équivalence des aires. Calcul des aires. Similitude.	<i>Planimétrie</i> . 3 h. : Similitude. Calculs relatifs aux polygones réguliers. Aire du cercle; mesure de la circonférence.	Programme du gymnase réal.
IIB	Equations, y compris les équations du second degré à une inconnue, dans les cas les plus simples. Puissances négatives et fractionnaires. Logarithmes ; exercices de calculs à l'aide des logarithmes à cinq décimales. Aire du cercle ; mesure de la circonférence. Définition des fonctions trigonométriques à l'aide du triangle rectangle ; résolution du triangle rectangle et du triangle isocèle. Les solides simples ; calcul de leur volume, de leur aire et de leurs arêtes.	Les notions les plus importantes relatives aux logarithmes et à leurs applications ; exercices de calculs logarithmiques. Premières notions de trigonométrie ; résolution des triangles. Les théorèmes essentiels relatifs aux plans et aux droites dans l'espace ; étude des solides simples (comme au gymnase).	Programme du gymnase réal.
I B	Revision du programme d'algèbre des classes précédentes à l'aide d'exercices et de problèmes. Intérêts composés et rentes. Les quantités imaginaires. Goniométrie (les théorèmes de l'addition). Théorèmes fondamentaux de la stéréométrie.	Equations cubiques. Les théorèmes les plus importants relatifs aux sections coniques (étude synthétique élémentaire). Trigonométrie sphérique ; application à la Géographie mathématique.	Programme du gymnase réal ; en outre, suivant l'avis du maître, étude des équations du quatrième degré et des méthodes de la résolution approximative des équations numériques d'un degré quelconque.
I A	La loi du binôme pour des puissances entières et positives. La notion des coordonnées et quelques notions sur les sections coniques. Revision et compléments des programmes précédents, surtout de celui de la stéréométrie.	Théorie élémentaire des maxima et minima ; en outre, selon l'avis du maître, étude des séries les plus importantes de l'analyse algébrique. Géométrie analytique à deux dimensions.	Programme du gymnase réal ; toutefois l'étude des séries est exigée.

Quant à la différence qui existe entre le plan d'études en Prusse et celui des Etats du Sud de l'Allemagne, nous l'avons déjà indiquée, à grands traits, dans notre article. Nous y apporterons encore quelques compléments de détails.

Les *gymnases wurtembergeois* comprennent dix années d'études. L'enseignement de la Géométrie commence au quatrième degré, à partir du plus élevé (classe VIII d'après le système wurtembergeois, ou IIB d'après la désignation usitée en Prusse).

En *Bavière*, cet enseignement commence un an plus tôt, mais encore un an plus tard qu'en Prusse.

Dans les *gymnases badois*, l'étude de la Trigonométrie a lieu un an plus tôt, celle du binôme un an plus tard qu'en Prusse.

Le « *Realgymnasium* » *bavarois* présente le même total des heures, mais il diffère de l'école prussienne en ce qu'il comprend en outre la *Géométrie descriptive* qui, en Prusse, est rattachée au dessin. Dans les « *Oberrealschulen* » du *Duché de Bade*, la Géométrie descriptive figure dans les trois classes supérieures pour deux heures par semaine à côté des cinq heures consacrées aux autres branches mathématiques. Cette même branche occupe encore une place plus importante dans les établissements similaires du *Wurtemberg*. D'ailleurs, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, c'est précisément celui des Etats allemands qui offre la plus large part aux mathématiques, soit au point de vue des programmes, soit à celui du temps consacré à cette branche ; dans les classes supérieures (VII, VIII, IX, X), les branches mathématiques occupent respectivement 8, 9, 12, et 9 heures par semaine.

En ce qui concerne la catégorie des écoles, ce sont, parmi les établissements « complets », les gymnases qui sont en plus grand nombre ; en Prusse leur nombre est le double de celui des gymnases réaux et des écoles réales réunis.

Le nombre des gymnases réaux est le double de celui des écoles réales. D'autre part, les rapports sont renversés si l'on compare le nombre des établissements « incomplets » ; les écoles réales sont en plus grand nombre, puis viennent les « *Realprogymnasien* » et enfin les « *Progymnasien* ».

F. P.