II. Grandeurs polaires

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1901)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Les grandeurs correspondantes par rapport aux plans des yz et zx seront (permutation circulaire des $-p$, $-q$, 1).

$$\begin{cases} N'P' = x\sqrt{1+q^2}, \\ M'N' = x\dfrac{\sqrt{1+p^2+q^2}}{-p}, \end{cases} \quad \begin{cases} N''P'' = y\sqrt{1+p^2}, \\ M''N'' = y\dfrac{\sqrt{1+p^2+q^2}}{-q}. \end{cases}$$

II. Grandeurs polaires

8. *Courbes gauches.* — Si l'on mène par le pôle O un plan P perpendiculaire au rayon vecteur, on appellera *sous-tangente* polaire le segment TO, entre le pôle O et l'intersection T de la tangente à la courbe avec le plan (P), et *tangente* polaire le segment MT ; de même si la normale principale et la binormale de la courbe coupant le plan (P) aux points N et B, NO et MN seront respectivement la *sous-normale principale* et la *normale principale polaires* BO et MB, la *sous-binormale* et la *binormale* polaires.

9. L'angle ω (OMT) du rayon vecteur avec la tangente sera

$$\cos\omega = \frac{xdx + ydy + zdz}{\rho ds} = \frac{d\rho}{ds},$$

d'où

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\sqrt{ds^2 - d\rho^2}}{d\rho} = \frac{\rho\sqrt{d\theta^2 + \sin^2\theta d\psi^2}}{d\rho};$$

on aura donc d'abord :

$$\text{(9)} \qquad TO = \rho\frac{\sqrt{ds^2 - d\rho^2}}{d\rho}, \qquad MT = \frac{\rho}{\cos\omega} = \frac{\rho ds}{d\rho}. \qquad \text{(10)}$$

10. L'angle φ (OMN) de la normale principale avec le rayon vecteur sera

$$\cos\varphi = \frac{(xx'' + yy'' + zz'')R}{\rho}, \qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{\sqrt{\rho^2 - R^2(\Sigma(xx''))^2}}{R.\Sigma(xx'')},$$

(R, rayon de courbure ; x'', y'', z'' dérivées secondes par rapport à la variable indépendante s).

Cette expression ne se transforme pas facilement en coordonnées polaires (à cause de R) ; il vaut donc mieux conserver l'ex-

pression *cartésienne de la sous-normale principale et de la normale principale polaires*, qui seront

$$\begin{cases} \mathrm{NO} = \rho \operatorname{tang} \varphi = \sqrt{\Sigma(x^2)} \sqrt{\dfrac{\Sigma(x^2)\,\Sigma(x''^2)}{(\Sigma(xx''))^2} - 1}, & (11) \\ \mathrm{MN} = \dfrac{\rho}{\cos\varphi} = \dfrac{\Sigma(x^2)\sqrt{\Sigma(x''^2)}}{\Sigma xx''}. & (12) \end{cases}$$

11. De même, on aura

$$\begin{aligned} \cos\chi\,(\equiv \cos \mathrm{OMB}) &= \frac{x\lambda + y\mu + z\nu}{\rho} \\ &\equiv \frac{\mathrm{R}}{\rho} \sum_{x,\,y,\,z} [x\,(y'z'' - y''z')] + \operatorname{tang}\chi \\ &= \frac{\sqrt{\rho^2 - \mathrm{R}^2\,(\Sigma\,[x\,(y'z'' - y''z')])^2}}{\mathrm{R}.\Sigma\,[x\,(y'z'' - y''z')]}, \end{aligned}$$

expression qui, de même, ne se transforme pas élégamment en coordonnées polaires. On aura donc les expressions *cartésiennes des sous-binormale et binormale polaires :*

$$\begin{cases} \mathrm{BO} = \rho \operatorname{tang}\chi = \sqrt{\Sigma(x^2)} \sqrt{\dfrac{\Sigma(x^2).\,\Sigma(x''^2)}{\{\Sigma\,[x\,(y'z'' - y''z')]\}^2} - 1}, & (13) \\ \mathrm{MB} = \dfrac{\rho}{\cos\chi} = \dfrac{\Sigma(x^2)\sqrt{\Sigma(x''^2)}}{\Sigma\,[x\,(y''z'' - y''z')]}. & (14) \end{cases}$$

12. Quant aux problèmes que l'on peut se proposer sur les grandeurs précédentes, il y aura en général de très difficiles à résoudre, mais en combinant adroitement les différentes grandeurs par rapport aux différents plans coordonnés, on pourra en trouver aussi de très faciles qui pourraient trouver place dans les livres d'enseignement.

N.-J. Hatzidakis (Athènes).