

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 3 (1901)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: NOTE SUR LE DÉVELOPPEMENT DE CERTAINES
IRRATIONNELLES DE LA FORME $\frac{\sqrt{A}+M}{P}$ EN
FRACTIONS CONTINUES

Autor: Crelier, L.

Kapitel: VIII

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-4662>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Mais il est à remarquer, que le premier terme de y' est le deuxième de y , (α), et ainsi de suite; on aura donc, à cause de la symétrie connue de ces irrationnelles

$$y = \sqrt{A} + b = [2b, b_1, b_2, \dots, b_2, b_1; 2b, \dots]$$

et

$$\sqrt{A} = [b, b_1, b_2, \dots, b_2, b_1, 2b; b_1, b_2, \dots],$$

développement donné par Legendre (1).

Remarque. — Le second sommet de la symétrie dans ce développement ne peut être formé de deux quotients incomplets égaux qu'au cas où A est décomposable en une somme de deux carrés parfaits différents et plus grands que 1.

VIII

Si p est le nombre des quotients incomplets de la période de y et $\frac{P_p}{Q_p}$ la partie réduite de ladite fraction continue, on a :

$$y = \frac{P_p y + P_{p-1}}{Q_p y + Q_{p-1}}$$

et

$$y' = \frac{P_p y' + Q_p}{P_{p-1} y' + Q_{p-1}}$$

Les valeurs y et $-\frac{1}{y'}$, sont les racines de l'équation :

$$n \chi^2 - 2\lambda \chi - m = 0,$$

ou de l'équation

$$Q_p \chi^2 + (Q_{p-1} - P_p) \chi - Q_p = 0.$$

La proportionnalité des coefficients donne :

$$\begin{aligned} nB &= Q_p \\ -2\lambda B &= Q_{p-1} = -P_p \\ mB &= P_{p-1} \end{aligned}$$

(1) LEGENDRE. *Théorie des nombres.*

En tenant compte de la relation bien connue :

$$P_p \cdot Q_{p-1} - P_{p-1} \cdot Q_p = \pm 1,$$

on peut former l'équation

$$Q_{p-1}^2 + 2\lambda B Q_{p-1} - (A - \lambda^2) B^2 \mp 1 = 0,$$

qui, résolue en Q_{p-1} , donne :

$$Q_{p-1} = -\lambda B + \sqrt{AB^2 \pm 1}$$

où l'on a

$$B = \frac{Q_p}{n} = \frac{P_{p-1}}{m}.$$

On aurait trouvé de même

$$P_p = \lambda B + \sqrt{AB^2 \pm 1}.$$

Comme ces valeurs doivent être des nombres entiers, on en déduit que la quantité sous le radical est un carré parfait ; ce qui donne lieu au théorème suivant de la théorie des nombres.

THÉORÈME. — *Etant donné un nombre A non carré parfait il existe un ou plusieurs nombres entiers B, tels que l'on a $A \cdot B^2 \pm 1$ carré parfait.*

Il faut remarquer qu'au nombre A correspondent un nombre limité d'irrationnelles y , et par conséquent aussi un nombre limité de valeurs B.

L. CRELIER (Bienne).

SUR LA DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE TAYLOR

I. — M. Hatzidakis (Athènes) a donné dans cette revue (II, p. 447) un article très intéressant sur une démonstration simplifiée de la formule de Taylor. Cependant trois inconvénients m'inspirent des scrupules :