

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 3 (1901)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: NOTE SUR LE DÉVELOPPEMENT DE CERTAINES
IRRATIONNELLES DE LA FORME $\frac{\sqrt{A}+M}{P}$ EN
FRACTIONS CONTINUES

Autor: Crelier, L.
Kapitel: IV
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-4662>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

n_1 et m_1 étant liées par les mêmes relations que précédemment.

On a :

$$z < 1$$

et

$$z' < 1$$

ou

$$(10) \quad z = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{n_1} = \frac{1}{\frac{n_1}{\sqrt{A} - \lambda}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{A} - \lambda}{m_1}} = \frac{1}{y'}$$

et de même

$$(11) \quad z' = \frac{1}{y}$$

Les irrationnelles z et z' suivent la même loi que y et y' .

IV

Considérons maintenant des irrationnelles telles que

$$(12) \quad t_1 = \frac{\sqrt{A} + \lambda}{n_1}; \quad t_2 = \frac{\sqrt{A} + \lambda}{m_1}; \quad t_3 = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{n_1}; \quad t_4 = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{m_1},$$

où $A - \lambda^2 = n_1 \cdot m_1$, mais un des facteurs, n_1 par exemple, donne :

$$\sqrt{A} + \lambda < n_1.$$

Il en résulte

$$m_1 < \sqrt{A} - \lambda.$$

On a alors :

$$t_1 < 1, \quad t_2 > 1, \quad t_3 < 1, \quad t_4 > 1.$$

L'étude de ces valeurs donne :

$$t_1 = \frac{1}{t_4}$$

et

$$t_3 = \frac{1}{t_2}.$$

D'autre part

$$t_4 = l + \frac{\sqrt{A} - (b - r)}{m_1} = l' + \frac{1}{x_1}.$$

Mais $x_1 = \frac{\sqrt{A} + b - r}{m_2}$, car il est facile de développer l'équation

$A - (b - r^2) = m_1 \cdot m_2$, en procédant comme dans (4). En outre $x_1 > 1$, et l'irrationnelle $\frac{\sqrt{A} + b - r}{m_2}$ est de la forme y ou y' , car m_1 et m_2 sont inférieurs $\sqrt{A} + b - r$.

Le développement de t_3 entraîne

$$t_2 = l' + \frac{\sqrt{A} + (b - r')}{m_1} = l' + \frac{1}{x_1'}.$$

Ici encore, il est facile de voir que l'irrationnelle x_1 est de la forme y ou y' . D'où il suit que :

Les irrationnelles t_1, t_2, t_3, t_4 , se développent en fractions continues périodiques mixtes, plus petites ou plus grandes que l'unité. La partie irrégulière ne comprend qu'un seul quotient incomplet.

On peut remarquer que, pour deux irrationnelles comme

$$t_2 = \frac{\sqrt{A} + \lambda}{m_1}$$

et

$$t_k = \frac{\sqrt{A} - \lambda}{m_1}$$

toutes deux supérieures à l'unité, les parties périodiques sont identiques dès que l'on a 2λ divisible par m_1 .

V

Nous avons vu des irrationnelles dépendant de $\lambda^2 < A$. On peut aussi en construire avec $\lambda^2 > A$.

Posons :

$$\lambda^2 - A = n_1 m_1.$$

Il en résulte des valeurs comme :

$$(13) \quad V_1 = \frac{\lambda \pm \sqrt{A}}{n_1}$$

et

$$V_2 = \frac{\lambda \pm \sqrt{A}}{m_1}$$