BIBLIOGRAPHIE

A. Markoff. — **Calcul des probabilités**; Saint-Pétersbourg, imprimerie de l'Académie des Sciences, 1900 (en russe).

Il existe un grand nombre d'ouvrages sur le calcul des probabilités, mais la matière est tellement vaste que tous ces ouvrages présentent de grandes dissemblances. Le livre de M. Markoff peut être rangé parmi les plus clairs, les mieux ordonnés et les plus intéressants. On en jugera par le résumé suivant.

Le premier chapitre est consacré aux définitions fondamentales et aux théorèmes généraux relatifs à l'addition et à la multiplication des probabilités. Pour bien faire comprendre le sens et l'importance de ces théorèmes, l'auteur considère une urne renfermant des boules blanches et des boules noires numérotées et d'où il suppose qu'on retire une ou plusieurs boules. On peut ainsi examiner diverses probabilités et les calculer au moyen des théorèmes démontrés.

Au début du chapitre II qui a pour titre *De la répétition des expériences*, nous rencontrons d'abord deux démonstrations fort élégantes du théorème suivant :

Si pour n expériences indépendantes, la probabilité d'un événement E a des valeurs différentes $p_1, p_2, \dots p_n$, la probabilité que l'événement E arrivera m fois dans les n expériences est égal au coefficient de ξ^m dans le produit

$$(p_1\xi + q_1)(p_2\xi + q_2)\dots(p_n\xi + q_n), \text{ où } q_i = 1 - p_i.$$

Si $p_1 = p_2 \dots = p_n = p$, la probabilité est $\dfrac{n!}{m!(n-m)!} p_m q^{n-m}$, où $q = 1 - p$.

Vient ensuite le célèbre théorème de Bernoulli que M. Markoff établit en s'appuyant sur l'inégalité de Laplace qu'il a légèrement modifiée.

Voici comment le théorème de Laplace est énoncé :

Si t_1 et t_2 désignent deux nombres quelconques $(t_1 < t_2)$, et si n grandit indéfiniment, la probabilité des inégalités $np + t_1\sqrt{2npq} < m < np + t_2\sqrt{2npq}$ a pour limite l'intégrale $\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}\displaystyle\int_{t_1}^{2} e^{-t^2}dt$. ($n$, m, p, q ont les mêmes significations que plus haut). On en déduit alors le théorème de Bernoulli :

Etant donnés arbitrairement deux nombres positifs ε et η, pour des valeurs suffisamment grandes de n la probabilité des inégalités $-\varepsilon < \dfrac{m}{n} - p < +\varepsilon$ *est supérieure à* $1 - \eta$.

Dans le chapitre III l'auteur définit l'espérance mathématique, établit les théorèmes relatifs à l'addition et la multiplication des espérances mathématiques. Il en déduit la remarquable inégalité de Tchebycheff, la généralisation du théorème de Bernoulli. Le chapitre se termine par le théorème de Poisson, appelé la *Loi des grands nombres*.

Les chapitres IV et V renferment les solutions de nombreux problèmes bien choisis, par exemple ceux sur les joueurs, sur la loterie, le problème célèbre de Tchebycheff (étant pris au hasard les deux termes d'une fraction, probabilité que cette fraction est irréductible), et un problème bien connu, traité par Buffon, dans son *Essai d'arithmétique morale* (4^e *volume du supplément à l'histoire naturelle*).

En voici l'énoncé :

Sur un plan recouvert d'une série de droites parallèles à la distance h les unes des autres, on lance une aiguille dont la longueur l est plus petite que h. Trouver la probabilité que cette aiguille coupera l'une des droites tracées sur le plan. On sait que cette probabilité est égale à $\frac{2l}{h\pi}$.

A ce sujet, M. Markoff raconte qu'un astronome de Zurich voulant vérifier expérimentalement ce résultat, traça des lignes parallèles distantes les unes des autres de 45 millimètres, et prit une aiguille dont la longueur était de 36 millimètres. L'aiguille fut lancée 5000 fois, elle rencontra une ligne 2532 fois ; la probabilité résultant de cette expérience est 0,5064, tandis que la probabilité théorique est 0,5093. La faible différence de ces résultats peut être considérée comme une vérification du théorème de Bernoulli.

Le chapitre VI est intitulé : *Probabilités des hypothèses et des événements futurs.* L'auteur y établit la formule de Bayes, sur les probabilités des hypothèses, et il en déduit une autre formule qu'on peut utiliser pour calculer les probabilités des événements futurs. Suivent quelques applications.

M. Markoff termine ce chapitre par quelques mots sur la probabilité des témoignages, dans le but de montrer que ces questions ont un caractère insuffisamment défini et ne peuvent être résolues qu'au moyen d'hypothèses plus ou moins arbitraires. Il cite comme exemple un problème traité par Bouniakovsky.

Enfin les deux derniers chapitres sont consacrés à la méthode des moindres carrés et à l'assurance sur la vie.

Ainsi qu'on le voit, l'ouvrage de M. Markoff donne une idée suffisamment complète des méthodes et des applications du calcul des probabilités ; la lecture en est aisée, attachante même, et peut être recommandée aux mathématiciens qui connaissent la langue russe.

G. Papelier (Orléans).

Cr. Alasia. — La recente Geometria del triangolo.

Rectification. — Dans le compte rendu de cet intéressant ouvrage, publié dans le dernier numéro, il s'est glissé une faute, due à l'omission d'une ligne ou deux, et le sens de la phrase se trouve complètement dénaturé. Voici, à partir du bas de la page 144 (2^e ligne en remontant) comment le texte doit être rétabli :

« M. C. Alasia résume en un court chapitre les connaissances antérieures « acquises de tout temps sur le triangle, donne un aperçu de Géométrographie particulièrement utile dans la Géométrie récente ; puis il entre pleinement, etc. ».