Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 2 (1900)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: José Echegaray. — Lecciones sobre resolucion de ecuaciones y teoria de ecuaciones. Madrid, 1899.

Autor: de Galdeano, Z. G.

blent déplacées dans un manuel tel que celui-ci. Il en résulte que les questions d'un intérêt général ne prennent pas une forme plus simple que dans d'autres ouvrages. Nous croyons donc que cet ouvrage, écrit d'ailleurs sous une forme très claire, trouvera meilleur accueil dans les milieux scientifiques que chez les praticiens auxquels il était spécialement destiné.

Dr Christian Beyel (Zurich).

José Echegaray. — **Lecciones sobre resolucion de ecuaciones y teoria de ecuaciones.** Madrid, 1899.

L'apparition, chez nous, d'un ouvrage consacré à la théorie de Galois sur les équations peut être considérée comme un événement.

Dans l'enseignement de l'Algèbre nous sommes encore obstinés à suivre, presque sans y rien ajouter de nouveau, les doctrines classiques qui se terminent au célèbre théorème de Sturm ou au non moins célèbre théorème de Cauchy, si fondamental aujourd'hui dans les cours modernes d'Analyse.

M. Echegaray, en publiant ses remarquables leçons données à l'Athénée de Madrid, a donné un coup de bélier à notre routine invétérée qui résiste avec entêtement, dans nos établissements d'enseignement, à l'introduction des concepts combinatoires, presque restreints à présent à la théorie des déterminants et à quelques ébauches sur la théorie des congruences : nous ne nous inquiétons pas de la prépondérance des concepts d'ordre et de combinaison dans toutes les branches de la Mathématique.

M. Echegaray commence son exposition en montrant l'enchaînement des questions qui présentent de jour en jour une plus grande amplitude et exigent de nouveaux algorithmes pour aboutir aux solutions.

« Parler de la résolution des équations, dit-il, c'est parler de l'*infini*, parce qu'il existe des classes infinies d'équations, et nous ne pouvons en résoudre qu'un très petit nombre : il faut, pour le voir, combiner sous le signe d'une intégrale définie tous les signes algébriques qui nous sont connus. »

En passant de l'équation implicite à l'équation explicite, on augmente le *degré de sa transcendance ;* nous nous élevons ainsi, depuis les fractions, les quantités négatives, imaginaires, jusqu'aux fonctions elliptiques, etc.

Conduit au calcul symbolique, il donne une très élégante démonstration géométrique du principe fondamental des équations, et il établit d'abord les rapports entre les fonctions symétriques des racines d'une équation et ses coefficients. En présence de l'impossibilité de suivre une méthode synthétique, et à défaut d'une méthode générale, il poursuit la méthode analytique, se servant des exemples des équations des quatre premiers degrés, dans le but d'offrir une ébauche de ce que serait la méthode générale : il apprend à trouver la *résolvante*, et développe la théorie des substitutions, l'obtention de l'inconnue au moyen de la multiplication : la représentation analytique des substitutions est mise en lumière par de nombreux exemples, ainsi que l'étude des transpositions et des cycles, qui est rendue intuitive à l'aide de représentations graphiques ingénieuses, où l'on emploie des transversales comprises entre des parallèles : il fait voir que pour chaque cycle, la *transversale du produit est la résultante du produit des facteurs*, pour obtenir la substitution transformée par une autre. L'emploi du tableau que M. Echegavay appelle *de Cauchy*, et sa représentation symbolique, facilitent la démonstration du théorème de Lagrange sur l'expression rationnelle d'une fonction par une autre quand son groupe contient le groupe de celle-ci, et l'étude successive des cas de la fonction symétrique d'une seule valeur, de celle qui en a 1, 2... *n*, de la fonction alterne, et de celle des trois valeurs, montre combien M. Echeragay prend de précautions pour dérober au commençant la difficulté des généralisations, par la décomposition graduelle des qnestions.

L'étude des *domaines* de rationalité dont l'amplification s'obtient à l'aide des quantités adjointes, qui facilite la décomposition d'une fonction en facteurs rationnels, précède immédiatement le théorème de Galois sur l'expression des racines de l'équation proposée en fonction rationnelle de celles de la résolvante ; ce théorème est en outre simplifié par l'emploi du tableau que M. Echegaray appelle *de Galois*, à cause de l'application continuelle qu'il en fait dans la suite de son exposition.

Des exemples faciles sur la réductibilité, par l'amplification du domaine de rationalité, des équations irréductibles, préparent à la connaissance de ce qui est essentiel dans la méthode de Galois, c'est-à-dire à l'abaissement du degré de la résolvante ; l'étude du groupe caractéristique de toute équation, motive un judicieux examen des conclusions de M. Picard, publiées dans le troisième volume de son *Traité d'Analyse*, et provoque des observations lumineuses de M. Echegaray ; la distinction entre l'invariabilité de forme, et celle de la valeur numérique des fontions est très intéressante. *Parfois, la valeur numérique d'une fonction ne change pas, malgré le changement de forme*, ce qui arrive quand il existe des liaisons entre ses racines, circonstance très consciencieusement observée par M. Picard et aussi par M. Echegaray dans la suite de son ouvrage, dont le premier volume se termine par l'établissement de la réciprocité de deux des concepts : *domaine de rationalité*, *invariabilité*, et *groupe de l'équation*, par rapport au troisième.

L'objet prédominant des premiers cahiers parus du deuxième volume est l'*invariabilité de la valeur numérique* des fonctions ; l'auteur donne une grande importance au théorème de M. Picard sur le cas d'existence d'une relation rationelle entre les racines d'une équation, qui facilite la réduction des théorèmes relatifs à l'invariabilité de forme, à ceux concernant l'invariabilité numérique.

Il est à espérer que le deuxième volume, destiné tout entier à la théorie de Galois, augmentera l'intérêt du lecteur déjà familiarisé avec le style toujours attrayant de M. Echegaray.

Z. G. de Galdeano (Saragosse).

C. Burali-Forti. — **Les propriétés formales des opérations algébriques** ; in-8°, 40 p. ; Turin, G. Gallizio, 1900.

Cette brochure est extraite de la *Revue de mathématiques*. Elle renferme d'excellentes idées, dont plusieurs pourront profiter à l'enseignement. Malheureusement, les symboles dont l'auteur fait usage n'ont pas encore pénétré dans le public mathématique. Ce sont ceux que M. le Professeur Peano s'efforce de propager depuis plusieurs années avec beaucoup de persistance et beaucoup de talent ; il faut avouer cependant que cette sorte de langue nouvelle n'est pas exempte de difficultés, devant lesquelles plus d'un mathématicien recule. Et puis, progressivement, les symboles augmentent en nombre