Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 2 (1900)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PROBLÈMES MATHÉMATIQUES
Autor: Hilbert, D.
Kapitel: II. Problèmes empruntés a l'arithmétique et a l'algèbre
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3575

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

3. *Axiomes de la Physique.*

Établir les systèmes d'axiomes du Calcul des probabilités, de la Mécanique rationnelle et des différentes branches de la Physique, puis fonder sur ces axiomes l'étude rigoureuse de ces sciences.

II. Problèmes empruntés a l'arithmétique et a l'algèbre

4. *Problème de Riemann sur les nombres premiers.*

Démontrer dans toute leur étendue les propositions formulées par Riemann sur la fonction $\zeta(s)$, en particulier la suivante :

La différence entre le nombre des nombres premiers inférieurs à une quantité x *et le logarithme intégral de cette quantité devient infinie avec* x *d'un ordre égal ou inférieur à* $\sqrt{x}$.

Etendre les propositions de Riemann à la fonction analogue $\zeta_k(s)$ *correspondant à un corps algébrique* k :

$$\zeta_k(s) = \sum \frac{1}{\{n(j)\}^s}$$

($n(j)$ désigne la norme de l'idéal j ; la somme s'étend à tous les idéaux j du corps).

5. *Certains nombres sont-ils transcendants ou du moins irrationnels ?*

Démontrer que la fonction $e^{i\pi z}$ *a une valeur transcendante, lorsque la variable* z *est algébrique irrationnelle.*

Examiner si les puissances a^β *ont toujours des valeurs transcendantes ou du moins irrationnelles, lorsque la base est un nombre algébrique et l'exposant un nombre algébrique irrationnel.* (Exemples : $2^{\sqrt{2}}$, $e^\pi = i^{-2i}$).

6. *Les solutions de l'équation du 7e degré ne peuvent pas s'obtenir par la Nomographie.*

La Nomographie permet de résoudre une équation lorsque les racines peuvent être obtenues par *une suite finie d'opérations ne portant que sur deux paramètres.* Il s'agit de *démontrer que l'équation générale du 7e degré ne rentre pas dans cette catégorie.*

7. *Géométrie de situation des courbes et des surfaces algébriques.*

Harnack a déterminé le nombre maximum de traits de courbe fermés et séparés les uns des autres dont peut se composer une courbe algébrique d'ordre m. On demande *d'étudier la situation réciproque de ces traits ; d'établir un théorème analogue à celui de Harnack pour les surfaces algébriques et d'examiner ensuite la situation réciproque des diverses nappes.*

III. Problèmes empruntés a la théorie des fonctions

La notion de fonction est tellement générale, que, dans une étude approfondie, il faut se borner à n'en considérer que certaines classes particulièrement importantes.

Si l'on choisissait la classe des fonctions définies par des équations différentielles algébriques, un certain nombre de fonctions intéressantes échapperaient à nos recherches (ainsi la fonction $\zeta(s)$ de Riemann).

Si, d'autre part, nous considérions toutes les fonctions continues ayant des dérivées de tous les ordres, nous ne pourrions pas employer la méthode si souple des séries de puissances.

Il paraît donc légitime de vouer une attention toute spéciale aux fonctions analytiques ; les fonctions importantes étudiées jusqu'à présent rentrent du reste toutes dans cette catégorie.

8. *Caractère analytique de certaines fonctions rencontrées dans le calcul des variations.*

Un problème du calcul des variations

$$\int\int F(z, p, q; x, y)\, dx\, dy = \min. \qquad \left[\frac{\partial z}{\partial x} = p, \frac{\partial z}{\partial y} = q\right]$$

sera dit *régulier*, lorsque la fonction F est analytique et lorsqu'elle satisfait à l'inégalité

$$\frac{\partial^2 F}{\partial p^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial q^2} - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial p \partial q}\right)^2 > 0.$$

Démontrer que la solution z *d'un problème régulier est nécessairement une fonction analytique des variables* x *et* y.

Voici encore un problème analogue plus spécial :