Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 2 (1900)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: EUCLIDIEN ET NON-EUCLIDIEN
Autor: Andrade, Jules
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-3571

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

rer les mathématiques à un moulin qui moud admirablement ce qu'on lui donne à moudre, mais qui ne rend pas autre chose que ce qu'on lui a donné. — Gardons-nous donc d'y mettre rien de faux, rien d'arbitraire, rien de contraire au bon sens !

M. Frolov (Genève).

EUCLIDIEN ET NON-EUCLIDIEN

M. Frolov est plutôt dur pour ceux qu'il appelle [1] à tort *les non-euclidiens*.

Il paraît supposer que nous voulons interdire aux équerres le dessin des carrés et réclamer pour nous-mêmes le monopole de l'absurdité.

Que M. Frolov se rassure ! malgré les erreurs de raisonnement que renferme son article, je tiens celui-ci pour très intéressant.

Nous pouvons tous nous tromper, et l'étude de loyales erreurs de logique est précieuse pour ceux qui ont la curiosité des questions de pédagogie ; de plus, il y a des erreurs périodiques qu'il importe de souligner.

Il y a quelques années, dans une réunion que je ne préciserai pas davantage, j'ai entendu, formulée gravement, cette opinion « *que la morale elle-même est intéressée à la démonstration du postulatum d'Euclide ; car, disait-on, si la certitude déserte même les mathématiques, que deviendront hélas, les vérités morales* » ! Vous voyez le thème.

Je crois que la morale est plus qu'une convention, mais j'ai la certitude que le postulatum d'Euclide est *une convention* éminemment utile ; en ce sens, je reste euclidien ; mais l'étude *des autres conventions possibles* a aussi son intérêt, en ce sens je suis non-euclidien.

Il y a dans les sciences quelques autres conventions plus ou

---

[1] Voir l'*Enseignement mathématique*, 2e année, p. 179-187, mai 1900.

moins utiles, le principe de l'inertie par exemple ; le rôle de ces diverses conventions est de simplifier soit le langage, soit nos images réduites du monde.

Parlons donc, avec M. Frolov, des images que nous faisons de l'espace.

Certains métaphysiciens croient expliquer le monde par des *points*, *centres de forces*, et suppléer ainsi à la matière.

Ils ne se doutent pas, les malheureux, que le géomètre lui-même, pour donner un appui à son espace, a besoin de la matière.

Prenons la définition logique de la droite :

Un ensemble primaire de points qui, dans un domaine suffisamment réduit est défini par deux de ces points.

Si, n'en déplaise à M. Frolov, nous savons *en toute certitude* que cette définition et la notion d'angle superposable à lui-même par ses deux faces, sont insuffisantes pour engendrer la Géométrie euclidienne, il nous faut cependant reconnaître que cette définition pour sortir du pur domaine de l'esprit doit être complétée par deux *hypothèses expérimentales*.

Première hypothèse. — Nous *pouvons* matérialiser dans des conditions physiques déterminées la définition d'une droite limitée ; en d'autres termes, *nous avons foi dans le mètre des Archives*.

Deuxième hypothèse. — Nous pouvons *prolonger une droite* grâce à notre confiance dans la propagation rectiligne de la lumière.

Ces deux confiances simultanées rendent possible la Géodésie.

La Géométrie est sans doute l'étude du groupe des déplacements, mais il faut ajouter que la Géométrie ne peut se réaliser en dehors de notre esprit que par une définition (un idéaliste pur dirait *une convention*) expérimentale qui nous donne : 1° *un type d'assemblages qui ne cassent pas ;* 2° un moyen *de prolonger* l'assemblage particulier qui porte le nom de droite.

Existe-t-il à l'égard de ces assemblages des vérifications de *la convention* euclidienne ?

On a dit qu'il existe de grands triangles astronomiques dans lesquels l'*observation* aurait montré que la somme des trois angles d'un triangle est égale à deux angles droits.

Cette assertion n'est pas exacte, et elle ne deviendra exacte que le jour où trois observateurs situés sur trois planètes différentes pourront, à un signal donné, se viser réciproquement les uns les autres.

Et même ce jour-là, l'expérience interplanétaire ne sera tout à fait probante que si nos trois astronomes ont étudié l'Optique non-euclidienne.

J'incline d'ailleurs à croire que lorsqu'une Physique non-euclidienne sera construite, on trouvera *d'excellentes raisons pour continuer à préférer la traduction euclidienne des phénomènes.*

Mais dans cette grande et belle école de logique qui s'appelle la Géométrie il n'y aura alors rien de changé.

Et, alors comme aujourd'hui, tous les penseurs qui voudront se donner la peine de réfléchir sauront démontrer que le postulatum d'Euclide est indémontrable, c'est-à-dire que ni la Géométrie de Riemann, ni celle de Lobatchewsky ne renferment de contradiction intrinsèque.

Voici, de cette affirmation une démonstration simple et brève :

« *Chacune des trois Géométries est caractérisée par ses propriétés métriques, c'est-à-dire par sa Trigonométrie plane ; mais celle-ci, sous l'une ou l'autre de ses trois formes, est la traduction de l'existence du groupe d'équivalence d'un système de vecteurs.*

« *Or, que l'existence générale du groupe d'équivalence ne renferme aucun élément de contradiction, c'est ce qui résulte du théorème suivant :*

« *Tout système de vecteurs est* RÉDUCTIBLE *à un vecteur unique* R *passant par un point arbitraire et à un couple* G *dont l'axe passe par le même point.*

« *Et la Trigonométrie plane de l'une des trois Géométries exprime que la réduction précédente appliquée à une paire de vecteurs contraires, ayant même ligne d'action, conduit à un vecteur* R *nul et à un couple* G *nul.* »

Lorsque seront étudiés, dans l'enseignement moyen, des théorèmes tels que le précédent, les élèves cesseront de perdre leur temps dans la vaine recherche de *la démonstration* de la *convention* d'Euclide.

Jules ANDRADE (Montpellier).