

Zeitschrift:	L'Enseignement Mathématique
Herausgeber:	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band:	1 (1899)
Heft:	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
 Artikel:	 LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DES CONNAISSANCES HUMAINES
Autor:	Laurent, H.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-1244

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DES CONNAISSANCES HUMAINES

Dans toutes les directions de la Pensée la Métaphysique commence où la clarté finit; elle offre ses services, aussitôt que la science refuse les siens.

(SULLY PRUDHOMME.)

Pour nous, le fait le plus certain, c'est que nous existons. Ce fait nous est révélé, non pas, comme le disait Descartes, parce que nous pensons, mais parce que nous sentons, parce que nous avons des sens, parce que nous avons de la *sensibilité*.

Nous avons en outre quelque chose qui nous fait conserver, ou qui fait que nous croyons conserver en nous l'impression des sensations déjà perçues, et cela dans l'ordre où elles ont été perçues; ce quelque chose est la *mémoire*, à laquelle est liée la notion du *temps*.

Ces impressions que nous croyons conserver sont des *idées*.

L'*intelligence* est le pouvoir que nous avons d'associer des idées, de les comparer, de conclure que nous pouvons ressentir des impressions analogues à celles que nous avons déjà éprouvées; les impressions que nous n'avons pas reçues et que nous concevons sont encore des idées. *Penser*, c'est avoir des idées et les combiner.

Nous pensons : 1^o parce que nous avons de la sensibilité; 2^o parce que nous avons de la mémoire; 3^o parce que nous avons de l'intelligence; et en résumé parce que nous existons.

Je crois que l'origine de toutes nos idées se trouve dans nos sens. On a affirmé qu'il y avait des idées innées, c'est-à-dire ayant une autre origine. Je voudrais que l'on me citât une pareille idée. Pour ma part, je n'en connais pas; je ne peux pas prouver qu'il n'en existe pas, je me borne à dire que je n'en ai jamais eu

de pareilles ; et, qu'il en existe ou qu'il n'en existe pas, je n'aurai pas à m'en préoccuper dans la suite.

Jusqu'ici je n'ai fait que constater un état de choses évident : nous avons de la sensibilité, de la mémoire, de l'intelligence. Pour continuer, je vais faire des hypothèses ; rien ne prouve leur légitimité *a priori*, mais en les admettant j'expliquerai bien des choses sans rencontrer de contradictions.

Notre première hypothèse peut se formuler ainsi : nos sensations sont produites par des choses qui sont en dehors de nous, dont l'existence est indépendante de la nôtre ; les unes sont *matérielles* et impressionnent directement nos sens, les autres sont incapables d'impressionner directement nos sens et sont analogues au moi ; ce sont des choses qui, si je puis m'exprimer ainsi, sont d'autres moi.

Je ferai cette hypothèse que deux choses matérielles, ou, comme l'on dit, deux corps, occupent des positions distinctes, ce qui revient à admettre la notion de l'*espace* ; en outre, j'admettrai qu'un corps peut changer de place, c'est-à-dire peut être *déplacé*.

La notion de temps s'impose ; et lorsqu'un déplacement a lieu effectivement dans le temps et dans l'*espace*, il devient un *mouvement*.

Il est bien difficile de nier l'existence du temps ; on peut nier celle de l'*espace* ; mais ce qu'on ne peut pas me contester, c'est que j'ai le droit de tirer de l'hypothèse de leur existence les conclusions logiques qu'il me plaira d'en tirer, tant que ces conclusions ne seront pas contradictoires.

Il me semble que je puis agir sur la matière pour la déplacer, la transformer, comme il me semble qu'elle agit sur mes sens ; j'admetts que cette action est réelle, ou, si vous préférez, quand je dirai que j'agis sur la matière ou que la matière agit sur moi, il faudra sous-entendre ces mots *il me semble que...*, ou *tout se passe pour moi comme si...*

Cela bien entendu, voyons quelle est la raison de nos actes. Sans que nous puissions précisément définir la jouissance ou la souffrance, nous savons qu'elles ont une existence très réelle et qu'elles sont susceptibles de plus et de moins ; quand nous allons

accomplir un acte nous croyons savoir qu'il va nous procurer des jouissances ou des souffrances ; nous croyons savoir également que si nous ne l'accomplissons pas il en résultera d'autres jouissances ou d'autres souffrances. Nous nous décidons dans le sens qui nous procure le plus de satisfaction ou le moins de désagrément ; ce qui fait que nous nous décidons est ce que j'appelle la *volonté*.

Nos actes peuvent-ils être prévus, notés à l'avance par une intelligence supérieure, comme nous prévoyons certains phénomènes, d'après ce que l'on appelle les lois de la nature ? Je n'en sais rien, c'est un mystère que je n'essaierai pas de pénétrer ; au surplus il n'y a là, je crois, qu'une querelle de mots, et pour ce qui va suivre, je n'aurai pas besoin de trancher la question.

Le but que je me propose dans ce qui va suivre est de montrer comment se forment et se développent les connaissances humaines et comment on peut arriver à la connaissance du plus grand nombre de vérités.

Le but des sciences est la recherche des vérités et leur classification dans un ordre méthodique, de manière à les retenir plus facilement. La Philosophie est la science par excellence, c'est l'ensemble de toutes les sciences ; elle a pour but d'étudier leurs procédés généraux, leur classification, leurs affinités.

Et d'abord il faut bien nous rendre compte de ce que nous appelons une vérité. L'origine de nos connaissances se trouve dans nos sens ; or ces sens ne nous transmettent que des impressions dont la cause nous restera éternellement inconnue ; et pour classer ces impressions, bien plus que pour nous en rendre un compte exact, nous avons fait quelques hypothèses. J'appellerai *vérité* tout ce qui ressortira logiquement de ces hypothèses.

La vérité n'a donc rien d'absolu ; elle est toute relative à l'idée que l'on se fait d'un monde qui n'existe peut-être pas, et sur lequel nous avons certainement des idées fausses, ainsi que je le démontrerai, lorsque j'analyserai la notion que nous nous faisons de l'espace.

Descartes croit que nous pouvons connaître la vérité absolue parce que Dieu n'a pas voulu que nous fussions les jouets de per-

pétuelles illusions. Or sans faire profession d'athéisme, il sera bien permis de dire que l'idée de Dieu est une idée déjà très complexe, et qu'elle ne saurait intervenir *a priori* pour expliquer nos impressions premières ; et toute démonstration de l'existence de Dieu contiendra au fond les hypothèses fondamentales que nous avons été obligés de faire. Même en admettant la révélation et le miracle, il faut admettre que cette révélation et ce miracle ne sont pas des illusions. Il est vrai qu'en faisant de Dieu l'hypothèse fondamentale, on pourrait se passer de celles que nous avons faites ; c'est une autre manière d'envisager les choses ; mais Descartes lui-même n'acceptait évidemment pas ce point de vue.

Encore quelques mots d'explication : dans la suite nous serons obligés de faire de nouvelles hypothèses ; leurs conséquences seront encore des vérités, jusqu'au moment où, ayant reconnu quelque contradiction dans les conséquences de ces hypothèses, nous serons conduits à les rejeter. En résumé, la vérité ne peut se présenter à nous que sous une forme toute relative. Au fond, quand nous formulerois une affirmation, il y aura toujours un sous-entendu : c'est que nos hypothèses sont exactes.

Mais, dira-t-on, puisque la certitude n'existe pas, puisque les vérités sont purement relatives, à quoi bon nous livrer à l'étude des sciences ?

A cela je répondrai que nous faisons tous de la science à notre insu, comme monsieur Jourdain faisait de la prose. Instinctivement, la cuisinière qui met du sel dans sa soupe fait de la science ; elle applique cette vérité, à laquelle elle croit, pour l'avoir acquise, qu'une soupe sans sel ne procure qu'une médiocre jouissance à celui qui la mange ; elle n'est pas absolument sûre que celui qui mangera sa soupe sera un être réel, ni à plus forte raison qu'il éprouvera une jouissance réelle ; mais en faisant sa soupe, elle fait mentalement cette hypothèse, sans peut-être s'en rendre compte. Notre cuisinière est un tout petit savant ; nous sommes tous des savants malgré nous.

En second lieu, bien que les vérités acquises soient toutes relatives, elles sont pour nous une source de jouissances. Enfin, il y a des esprits curieux qui éprouvent le besoin, pour leur satisfaction

personnelle, de chercher la vérité pour elle-même. D'ailleurs beaucoup de vérités restées longtemps stériles ont fini par devenir des sources de jouissances pour l'humanité tout entière. La science n'est donc pas seulement un pur objet de curiosité.

La connaissance de la vérité relative étant une chose désirable, il se pose alors cette question qui, considérée au point de vue le plus général, est du ressort de la Philosophie. Comment peut-on parvenir à connaître la vérité ?

Il y a en général trois manières d'arriver à la connaissance de la vérité : la première toute rudimentaire et qui s'impose à l'homme le moins cultivé est l'*observation*, c'est-à-dire la classification dans la mémoire, des impressions laissées par les sens ; cette observation peut se borner à une simple réceptivité, et elle ne nous fait alors acquérir que des connaissances très élémentaires ; elle peut être faite avec méthode, attentivement, et elle conduit ainsi à un plus grand nombre de vérités plus importantes.

L'*observation*, au lieu d'être en quelque sorte passive, peut se faire en provoquant l'apparition de phénomènes ; on fait alors ce que l'on appelle une *expérience*. Le jour où l'homme, après avoir constaté par l'*observation* que les arbres portaient des fruits utiles à sa nourriture, a eu l'idée de cultiver ces arbres pour étudier les conditions d'une meilleure récolte, il a fait une *expérience*. L'*expérience*, qui est un moyen de connaître la vérité, est l'*observation* faite d'un phénomène provoqué par l'homme et que la nature seule ne nous aurait pas permis de faire.

Enfin, on peut encore trouver des vérités en *raisonnant*, c'est-à-dire en cherchant les conséquences des phénomènes observés.

Ces trois manières de parvenir à la vérité donnent lieu à trois catégories de sciences : les sciences d'*observation*, les sciences expérimentales et les sciences de *raisonnement*. Cette classification n'est pas rigoureuse, car dans toutes les sciences on fait usage des trois moyens d'*investigation* dont nous venons de parler. Il y a plus ; je démontrerai que toute science passe par trois phases successives : 1^o la phase d'*observation* ; 2^o la phase de *raisonnement* ; 3^o la phase expérimentale.

Nous avons maintenant à examiner comment doivent être diri-

gées l'observation, l'expérience, le raisonnement, pour parvenir à la vérité.

D'abord, il convient d'observer que nous avons un moyen puissant de soulager notre mémoire et de retrouver la trace, l'image des phénomènes que nous avons observés ; c'est le langage ; et, bien que cette assertion paraisse assez évidente, il ne sera pas inutile de montrer à quoi cela tient ; nous verrons en même temps l'importance d'une langue bien faite sur le développement des idées, c'est-à-dire en définitive sur le développement de la science.

On peut créer une langue rudimentaire en représentant les objets dont l'existence nous est directement révélée par les sens, par des signes qui seront des images (des dessins) plus ou moins grossières rappelant ces objets. On peut avoir d'autres signes pour rappeler les sensations produites par ces objets ; adoptons un signe exprimant l'affirmation, un signe exprimant la négation, un signe exprimant un état passé, un signe exprimant un état présent, un signe exprimant un état futur ; cela suffira pour classer un nombre d'idées très supérieur au nombre des signes employés et pour soulager considérablement la mémoire ; supposons par exemple que les lettres A, B, C... désignent des objets matériels, *a*, *b*, *c*... des sensations, que

- z soit le signe de l'affirmation,
- ν soit le signe de la négation,
- soit le signe du passé,
- ω soit le signe du présent,
- + soit le signe du futur.

En supposant le nombre des lettres égal à 25, nous pourrons exprimer $25 \times 25 \times 5$, soit 3125 idées avec $25 + 25 + 5$ ou 55 signes. Si par exemple A est un chien, si *a* est la sensation produite par ce qui est chaud,

A zωa

exprimera que le chien est chaud ;

A zωa Aν + a

exprimera qu'il est chaud, mais qu'il ne le sera pas toujours, etc.

Une pareille langue hiéroglyphique est une langue primitive très rudimentaire et très mal faite ; elle ne peut permettre que l'expression d'un nombre très restreint d'idées, mais telle qu'elle est, elle peut déjà rendre d'immenses services.

Une langue bien faite doit remplir les conditions suivantes : 1^o elle doit n'employer qu'un petit nombre de signes conventionnels ; 2^o elle doit être pauvre, c'est-à-dire que toute idée nette et précise doit pouvoir se rendre simplement d'une manière, et d'une seule ; 3^o des règles absolument fixes, et sans exception, doivent présider à la formation des signes qui représentent les idées.

Une pareille langue, dira-t-on, ne se prêtera ni aux développements oratoires, ni à l'expression des sentiments poétiques ; à cela je répondrai : vous n'en savez rien, l'expérience seule pouvant nous renseigner à cet égard ; et ensuite, cela m'est indifférent ; si une pareille langue existait, ce serait celle des savants, et qui sait ? peut-être aussi celle des poètes.

Il est certain que la langue très compliquée des Chinois a dû être la cause de l'arrêt complet qui s'est produit dans le développement de leur civilisation.

Je n'ai pas l'intention d'étudier la manière dont se sont formées les langues ; le temps, l'espace et surtout l'érudition me font défaut ; il me sera cependant permis de croire que l'alphabet, qui dérive sans doute des caractères hyéroglyphiques, a été l'une des inventions qui ont eu le plus d'influence sur le développement de la pensée.

Enfin je ferai cette remarque, qu'aucune langue existante n'est bien faite ; je n'en voudrais pour preuve que le besoin qu'ont éprouvé les géomètres de créer une langue universelle pour exprimer certaines idées, à la rigueur possibles, mais difficiles, à exprimer en langage ordinaire ; cette langue n'est autre que la notation algébrique ; la notation algébrique n'est sans doute pas parfaite, puisqu'elle s'est modifiée depuis son invention ; mais il faut croire qu'elle est singulièrement précise, puisqu'il s'est fondé en Italie une école philosophique qui emploie pour étayer ses raisonnements un mode de représentation de la pensée qui a de grandes analogies avec la notation algébrique.

Mais il est temps de fermer cette parenthèse, que nous avons ouverte à propos du langage, afin surtout de pouvoir expliquer pourquoi les savants ont été conduits à créer parfois un langage conventionnel.

Nous allons maintenant montrer comment on doit procéder pour faire des observations, des raisonnements, des expériences.

Une observation n'a de valeur scientifique que si sa description fait foi, c'est-à-dire que si tout le monde peut être assuré de l'exactitude de cette description. Pour cela, plusieurs conditions sont nécessaires : 1^o il faut que le phénomène décrit soit possible en lui-même, c'est-à-dire ne soit pas en contradiction manifeste avec ce que nous savons pertinemment d'ailleurs ; si l'on nous annonce que l'on a observé hier César et Pompée se promenant sur le boulevard des Italiens, ce fait, fut-il affirmé par les gens les plus dignes de foi, sera absolument sans valeur ; 2^o si le phénomène est possible en lui-même, il acquiert un degré équivalent à une quasi-certitude et devient une vérité, s'il peut être observé par celui qui en a lu ou entendu la description, à la condition qu'il aura convenablement fixé son attention en observant par lui-même ; 3^o le témoignage de plusieurs personnes peut avoir la valeur d'une observation personnelle, quand ces personnes sont suffisamment nombreuses, quand leurs affirmations concordent, quand elles n'ont aucun intérêt à déguiser la vérité, enfin quand on a de bonnes raisons de croire qu'elles ne se sont pas trompées.

Il est plus difficile de donner des préceptes pour bien conduire un raisonnement (ce qui ne veut pas dire qu'il est plus difficile de bien raisonner que de bien observer). Les préceptes que les philosophes ont donnés à cet égard sont, tantôt d'une simplicité extrême, tantôt d'une complication si effrayante, qu'à les en croire, une petite élite serait seule capable de bien conduire ou comprendre le raisonnement le plus simple.

« Il sert de peu, dit Arnaud (*Art de penser*) de savoir les règles du Syllogisme..., mais le tout est de bien arranger ses pensées... »

Si ce précepte ne nous apprend rien au sujet de l'art de raisonner, il est au moins la condamnation des interminables discussions des logiciens sur les formes du syllogisme et des arguments en baroco et en baralypton.

Pascal donne un excellent conseil : « Prouver toutes les propositions un peu obscures, et n'employer à leur preuve que des axiomes très évidents ou des propositions déjà accordées ou démontrées. » Mais le conseil est plus facile à donner qu'à suivre.

Je ne crois pas qu'il existe d'autre manière d'apprendre à raisonner que de faire de nombreux raisonnements sous la direction d'un maître, ou de lire ceux qui ont été écrits par de bons auteurs. Cependant, au point de vue de la satisfaction de l'esprit, sinon au point de vue didactique, il peut être intéressant de rechercher quels sont les éléments d'un bon raisonnement.

1^o Les éléments du raisonnement se réduisent à ce que l'on a appelé un syllogisme. Le syllogisme, d'après la remarque très juste de Duhamel, consiste en ceci : « quand il a été permis d'affirmer une chose d'un individu, on a le droit de la répéter ». On fait un syllogisme en remplaçant A,B,C, dans la phrase suivante par des objets déterminés :

Tout A est un B; or tout B est un C; donc tout A est un C. Cette phrase est composée de trois propositions ; la première porte le nom de *majeure*, la seconde est la *mineure*, la dernière est la *conclusion*.

2^o Le raisonnement prend encore une autre forme qui est celle-ci :

Ce qui est vrai pour A est vrai pour les objets qui ne diffèrent en rien de A.

Les fautes de raisonnement consistent donc à porter des jugements tels que *tout A est un B*, quand il n'en est pas ainsi ; car il faudrait réellement le vouloir pour se tromper dans la conclusion, *donc tout A est un C*.

Ces fautes proviendront d'une observation mal faite, consistant à affirmer que *tout A est un B*, ou d'une conclusion antérieure inexacte. Le point de départ d'un raisonnement faux se trouve donc en général dans une observation mal faite. Sans doute quand Pascal dit : *ne s'appuyer que sur des axiomes très évidents*, il

entend par là qu'il faut faire les observations avec grand soin.

De cette petite discussion, il résulte déjà qu'il n'existe pas à proprement parler de science qui soit exclusivement une science de raisonnement; car le point de départ d'une science de raisonnement devra être un *syllogisme* dont la majeure sera une observation supposée bien faite.

Donner des règles pour bien diriger le raisonnement, ce n'est pas montrer comment on découvre la vérité, c'est montrer seulement comment on peut éviter l'erreur.

Il est plus difficile de dire comment on fait pour découvrir la vérité; en réalité, le meilleur moyen de développer en soi l'esprit d'invention, c'est de lire et de méditer les écrits des grands maîtres, de ceux surtout qui ont exposé leurs recherches sans parti pris de cacher les méthodes qui les ont conduits à la vérité.

On peut cependant dire que les sciences de raisonnement font usage de deux méthodes que l'on appelle la synthèse et l'analyse. Je vais dire ce qu'à *mon avis*, on doit entendre par ces méthodes, dont on a donné les définitions les plus diverses. Il est évident que ces mots « analyse et synthèse » n'ont pas, pour tous ceux qui les ont employés, la même signification. Les mathématiciens appellent en général *analyse* l'Algèbre et le Calcul infinitésimal, et *synthèse* ce qui est du ressort de la Géométrie pure. Si l'on compare les méthodes employées le *plus souvent* en Algèbre et en Géométrie, on sera conduit à définir les méthodes analytiques, en disant que ce sont celles qui font découvrir les vérités, tandis que les méthodes synthétiques sont celles qui permettent d'établir solidement les faits que l'on soupçonne, et de décider si une chose est ou n'est pas.

En général, pour découvrir une vérité, on se pose un problème, c'est-à-dire une question à laquelle on essaye de répondre. Pour trouver la réponse, on fait dépendre la question posée d'autres plus simples, et celles-ci à leur tour de nouvelles questions de plus en plus simples, jusqu'à ce que l'on parvienne à des questions dont la réponse est immédiate, soit parce qu'elles sont connues, soit parce qu'elles sont évidentes. Chemin faisant, on

rencontre des vérités qui portent le nom de théorèmes. Le génie consiste à savoir poser ainsi une suite de problèmes intéressants, conduisant à des vérités importantes et surtout à savoir discerner, parmi les vérités que l'on rencontre, celles qui sont les plus fécondes, en mettant leur utilité en relief. Procéder ainsi, c'est, il me semble, faire de l'analyse.

On peut aussi découvrir la vérité au moyen d'hypothèses, de divinations plus ou moins ingénieuses, en généralisant des faits connus ; on énonce un théorème et l'on se propose d'en faire la démonstration ou d'en reconnaître la fausseté ; on peut pour cela suivre une marche progressive ou une marche régressive ; dans le premier cas, on va du simple au composé, en établissant des faits de plus en plus compliqués, conséquences de ceux d'où l'on est parti ou de ceux que l'on établit successivement, jusqu'à ce que l'on parvienne au théorème que l'on doit démontrer ou rejeter comme faux. Cette marche peut souvent conduire à d'autres vérités que celles que l'on cherche, mais présentant avec celles-ci des analogies ; cette manière de procéder, à mon avis, est encore analytique.

La marche régressive consiste au contraire à partir du théorème que l'on veut démontrer et à le remplacer par d'autres plus simples dont il serait une conséquence, jusqu'à ce que l'on parvienne à des résultats que l'on sait pertinemment être faux ou exacts. C'est dans cette manière, procédant du composé au simple, que consiste, pour moi, la synthèse.

En réalité, dans toute recherche il y a un mélange d'analyse et de synthèse, de divinations et de vérifications. On fait de l'analyse quand on découvre, on fait de la synthèse quand on vérifie. L'analyse est l'instrument créateur, la synthèse n'est qu'un moyen d'exposition.

Les auteurs qui emploient la forme synthétique pour exposer leurs découvertes ou celles des autres sont peut-être plus faciles à suivre, parce qu'en définitive ils ont, parmi les démonstrations qui s'offrent à eux, plus de choix et qu'ils peuvent être plus concis ; mais la lecture de leurs ouvrages est moins instructive, en ce sens qu'ils ne montrent pas comment on est arrivé aux vérités qu'ils rendent manifestes ; il y a, si j'ose m'exprimer ainsi,

un manque de franchise dans leur manière de procéder. Les auteurs qui emploient la méthode analytique sont plus séduisants, et malgré la complication apparente de la forme, ceux qui les lisent leur sont au fond reconnaissants de leur avoir montré le chemin qui les a conduits au but. En général, on retient mieux les démonstrations analytiques que les démonstrations synthétiques.

La méthode expérimentale est fondée sur ce que l'on appelle l'induction ; c'est à la fois une divination raisonnée et une hypothèse ; c'est une opération qui consiste à présenter le syllogisme sous cette forme dubitative :

Si A est un B , comme tout B est un C , A sera un C ;

Ou encore :

Si A est un B , et si tout B est un C , A sera un C .

Il reste à voir si A est un B et si tout B est un C , et l'expérience consiste à voir si en réalité dans la nature A paraît être un B et si tout B paraît être un C . L'écueil à éviter dans la méthode expérimentale est la tendance que l'on a d'atteindre un but déterminé à l'avance, tendance qui porte naturellement l'expérimentateur à négliger les observations qui ne viennent pas à l'appui de sa thèse et à exagérer l'importance des autres, au point même de les décrire inexactement.

J'arrive maintenant à la classification des connaissances humaines. Et puisque l'origine de nos connaissances se trouve dans notre sensibilité, il paraît naturel :

1^o de définir une science en disant quelles sont les notions qu'elle emprunte au témoignage des sens ;

2^o de ranger les sciences dans un ordre tel, que le nombre des notions empruntées au témoignage des sens aille en croissant ou en décroissant de l'une à l'autre.

En nous plaçant à ce point de vue, nous mettrons en première ligne la Mathématique ; de toutes les sciences c'est celle qui emprunte le moins de notions à l'observation, c'est-à-dire au témoignage des sens. *Un seul* syllogisme, énoncé ou sous-entendu, contient une affirmation empruntée à l'observation : *nous éprou-*

vons des sensations successives. Pour édifier toute la Mathématique, il n'est même pas nécessaire de supposer l'existence de la matière, de l'espace; il suffit de posséder un seul sens, le plus imparfait de tous, si l'on veut, l'odorat. — En réalité, il vaut mieux supposer quelque chose de plus, mais seulement parce que l'on veut en définitive relier la Mathématique aux autres branches des connaissances humaines.

Pour expliquer en quoi consiste la Mathématique, je me placerai d'abord au point de vue le plus général; je supposerai que la Mathématique soit étudiée, non pour elle-même, mais comme une partie du savoir humain. Des objets sont distincts lorsqu'ils diffèrent l'un de l'autre par quelque propriété, par exemple par leur couleur, par leur position dans le temps ou dans l'espace, par leur goût, par leur odeur, etc.; des objets qui ne présentent aucun caractère qui ne leur soit pas commun constituent un seul et même objet, ou, comme l'on dit, des objets *identiques*. Et en effet s'ils ne constituaient pas un seul et même objet, ils auraient quelque propriété différente; par exemple ils n'occuperaient pas la même place, ils n'auraient pas la même existence simultanée, ...

Des objets très distincts, très différents à certains points de vue, sont dits égaux, à un certain point de vue, quand ils possèdent une propriété commune énoncée explicitement ou sous-entendue. Si dans un parc nous voyons un cheval, un bœuf et une poule, nous pouvons dire que dans ce parc il y a trois animaux, et qu'il y a seulement deux quadrupèdes. Dans le premier cas, le bœuf, le cheval et la poule sont des choses égales; dans le second, le bœuf est égal au cheval, mais n'est pas égal à la poule.

La notion d'égalité est donc fondée sur une *abstraction*, c'est-à-dire sur une convention que l'on fait de négliger toutes les propriétés d'un objet, pour ne tenir compte que d'une seule d'entre elles.

Ajouter des objets a , b , c , ... c'est former, avec ceux-ci, un objet S qui porte le nom de somme de a , b , c , ... et qui jouit des propriétés suivantes: en suivant une règle fixe, on combine a avec b , on obtient un objet B ; en combinant B avec c et en sui-

vant cette règle, on obtient un objet C , et ainsi de suite ; et finalement on obtient l'objet S ; si la règle suivie est telle que l'on obtienne toujours S , quel que soit l'ordre dans lequel on considère $a, b, c\dots$, on dira que l'on a ajouté $a, b, c\dots$; S sera leur somme ; $a, b, c\dots$ sont les *parties* de S . Si S ne dépend pas de l'objet a , c'est-à-dire si la somme de $a, b, c\dots$ est la même que la somme de b, c, \dots , on dit que l'objet a est nul ou de nul effet.

Lorsqu'à propos d'une catégorie d'objets, on a défini l'égalité et l'addition, ces objets deviennent ce qu'on appelle des *quantités de même espèce*.

On dit qu'une quantité A est plus grande qu'une quantité B , de même espèce, quand on obtient A en ajoutant une certaine quantité à B ; on dit aussi que B est plus petit que A .

Peut-être ne sera-t-il pas mauvais de faire observer que ces propositions :

La somme est plus grande que ses parties;

Les quantités égales à une autre sont égales entre elles;
ne sont pas des *axiomes*, mais des *vérités de définition*.

Avant d'aller plus loin, que l'on me permette une petite digression pour justifier ce qui précède. J'ai donné des définitions de l'égalité et de l'addition. Il y a deux espèces de définitions : les unes ont pour but de préciser la notion de choses parfaitement connues ; ces définitions n'ont rien d'arbitraire ; elles s'appliquent à des objets connus, mais dont la notion n'est pas précise, elles doivent donner une description de l'objet en question, de manière à le distinguer nettement, sans ambiguïté, de tous les autres objets. D'autres définitions sont de pures conventions ; elles ont pour but de faire connaître des objets dont on est censé ignorer l'existence, et qui sont la création, pour ainsi dire, de celui qui définit. Ces définitions de l'égalité, de l'addition, de la quantité, sont des définitions de la première espèce ; bien des auteurs jugent ces définitions inutiles, et ne les donnent pas ; ils sont alors conduits à confondre des vérités qui peuvent se démontrer avec des axiomes ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ On objectera peut-être à ma définition de l'addition, qu'elle s'applique à la multiplication, puisqu'un produit de facteurs ne dépend pas de l'ordre des fac-

Je poursuis : *Mesurer* une quantité, c'est la désigner avec précision de manière à ce que l'on ne puisse pas la confondre avec celles qui sont plus grandes ou plus petites ; cette mesure se fait à l'aide d'un *nombre*.

Un *nombre* est une locution ou un signe qui sert à désigner avec précision une quantité et *toutes celles qui lui sont égales*, de manière à les distinguer de celles qui sont plus grandes ou plus petites ; on prouve que cette désignation peut se faire.

La *Mathématique pure* peut se définir : la science qui a pour but la comparaison des quantités ; et comme les quantités sont représentées par des nombres, on peut dire aussi que la Mathématique est la théorie des nombres.

Je n'ai pas à dire comment on a procédé pour dénommer tous les nombres ; je n'écris pas un cours de mathématiques, je veux simplement constater la manière dont se sont formées les sciences, et plus exactement comment elles peuvent se développer.

Un grand nombre de mes collègues critiqueront peut-être la définition que j'ai donnée du nombre et vous diront que le nombre peut être défini indépendamment de la quantité. En cela ils ont raison ; et leur raison satisfera certainement quelques philosophes, qui verront sans doute avec plaisir que la notion de nombre, loin de reposer sur une application générale de nos sens, repose en définitive sur ce seul postulat, que nous avons conscience d'impressions successives. Ma notion du nombre repose sur l'existence des choses, la leur seulement sur l'existence des impressions.

Mais en se plaçant à leur point de vue qui est surtout celui des géomètres allemands, il est impossible d'établir des relations entre la Mathématique pure et les autres sciences, sans faire une opération qui revient à la définition que j'ai donnée du nombre.

Au point de vue didactique, ma définition, moins abstraite, ils sont obligés de l'avouer, est la seule qui soit accessible à de jeunes intelligences, et moi à mon tour je leur ferai cette concession que leur définition doit trouver sa place dans cette partie de la théorie des nombres qui porte le nom d'Arithmologie ou

teurs. A cela je répondrai que la multiplication est effectivement une des formes de l'addition, dans laquelle l'*unité* est l'objet nul et de nul effet.

d'Arithmétique supérieure, et qui est, en quelque sorte, la partie esthétique de la Mathématique pure, où le nombre est considéré en lui-même, indépendamment des applications que l'on peut en faire.

J'ai dit que la Mathématique était la théorie des quantités ou des nombres, c'est-à-dire, en définitive, l'étude et le développement de la double notion de l'égalité et de l'addition. On conçoit les applications de cette notion, et elles semblent d'abord assez limitées. Plus limité encore semble le champ des développements de cette idée en dehors de toute application. Toutefois, il faut l'avouer, de même que c'est du *grossier mécanisme des sens* que naissent les plus belles idées, de même les plus belles théories de la Mathématique pure ont leur origine dans le besoin que l'homme a éprouvé de résoudre des questions d'un ordre très matériel. Les sciences sont nées du besoin que nous avons de satisfaire nos sens; elles se développent en réagissant les unes sur les autres, et l'attrait des difficultés à vaincre nous pousse à les cultiver pour elles-mêmes et sans avoir en vue les applications immédiates. C'est le besoin de résoudre un ensemble de questions très pratiques, très terre à terre, si je puis m'exprimer ainsi, qui a donné naissance au Calcul infinitésimal, la plus belle invention de l'esprit humain, après celle des lettres, et cette invention s'est ensuite développée sans avoir pour but immédiat les applications. Et cependant les théories sont journalement appliquées dans un but utile par des personnes qui n'ont qu'une connaissance imparfaite de ces théories, qu'elles auraient été souvent incapables d'édifier.

S'il n'est pas possible ici de donner un aperçu détaillé des matières dont traite la Mathématique pure, nous pouvons et nous devons même indiquer l'esprit de la méthode employée dans cette science pour découvrir la vérité. La Mathématique procède successivement par abstraction et par généralisation; elle débute, comme nous l'avons vu, par une abstraction, car l'idée de nombre est évidemment née de l'abstraction que l'on est obligé de faire pour définir l'égalité. L'Algèbre, ou plutôt l'Analyse algébrique, est fondée sur une abstraction qui consiste à ne retenir des nombres que cette seule propriété commune à chacun

d'eux de représenter des quantités ; ainsi en Algèbre une lettre *a* représente non plus un nombre, une quantité déterminée, mais un nombre quelconque jouant un rôle déterminé, rôle qui pourra être joué par tous les nombres ou par toute une catégorie de nombres déterminés. On va même jusqu'à raisonner sur des catégories d'opérations, faisant abstraction d'une foule de leurs propriétés pour ne retenir qu'une seule d'entre elles qui est loin d'être une opération. Les grandes découvertes ne sont souvent que des généralisations, suggérées par des indications bien dirigées. Le Calcul différentiel, qui a été toute une révolution dans le monde scientifique, est né de la généralisation de l'idée si simple des tangentes au cercle (de ces lignes qui touchent un rond sans le couper, sans le traverser). Disons enfin que c'est en perfectionnant le langage ordinaire, par l'introduction de nouveaux symboles pour condenser et mieux fixer les idées, que l'on arrive le plus souvent à découvrir des faits nouveaux en classant mieux les faits connus.

La Mathématique a son origine dans le témoignage des sens, dans l'observation ; cela est évident ; mais le rôle de l'observation est tout à fait secondaire. Il n'en est pas de même de l'expérience, bien que la théorie des nombres se suffise à elle-même. On peut en effet exposer la doctrine, sans montrer tout ce que la Mathématique pure a emprunté aux autres sciences ; au point de vue philosophique, c'est peut-être mauvais, parce qu'il n'est pas bon de tromper ceux qui cherchent à s'instruire ; on peut faire des raisonnements sans en donner des vérifications matérielles ; c'est théoriquement inutile, s'ils sont bien faits. Mais si l'on réfléchit, on ne tarde pas à s'avouer à soi-même combien de fois l'on s'est trompé en raisonnant, et l'on éprouvera le besoin de vérifier expérimentalement les faits découverts par le raisonnement. Les plus grands géomètres font des fautes de calcul ; ils font souvent des fautes dans de simples additions ; au fond ce sont des fautes de raisonnement qui consistent dans des propositions fausses telles que deux et trois font sept.

Le rôle de l'expérience consistera souvent à employer d'autres méthodes pour retrouver les vérités révélées d'une certaine

manière, ou à voir si les faits restent exacts dans les cas particuliers dont la proposition trouvée est la généralisation (n'oublions pas en effet que la vérité se découvre surtout par généralisation).

La science des nombres, la Mathématique domine toutes les autres sciences; elle se suffit à elle-même; aucune autre, comme je le démontrerai, ne pourrait se passer de son concours direct ou indirect; je laisse de côté la philosophie qui n'est pas une science, mais la science par excellence, considérée dans son ensemble. Le rôle des sens dans le développement des connaissances mathématiques pures est presque nul; aucun sens en particulier n'y joue un rôle spécial et ce rôle est tout à fait abstrait. Quand le rôle des sens devient concret dans une science, celle-ci devient une science physique ou naturelle. À ce point de vue la Géométrie, dont nous allons parler, est une science physique, parce qu'elle emprunte au témoignage des sens la notion de l'*espace* et la notion de *déplacement* (je ne dis pas *mouvement*, c'est-à-dire déplacement effectif, et qui suppose la notion de *temps*).

Comme toutes les sciences physiques, la Géométrie a débuté par être une science d'observation; il est bien clair en effet qu'avant de spéculer sur ces figures que l'on appelle points, lignes, surfaces, volumes, lignes droites, cercles ou ronds, carrés, rectangles ou carrés longs, triangles, sphères ou boules, etc., les hommes avaient tracé ou construit plus ou moins grossièrement de pareilles figures et en avaient *observé* les propriétés essentielles. Pour ceux qui ne se sont pas livrés à l'étude des sciences, le point, c'est la trace laissée par un crayon que l'on a simplement appuyé sur le papier; et pour le praticien, c'est un peu cela aussi; la ligne, c'est la trace laissée par le crayon que l'on déplace, et c'est souvent cela aussi pour le savant (il faut l'avouer); ce qui étonne surtout les commençants, c'est quand, à grands renforts d'arguments, on vient leur prouver des choses qu'ils croyaient savoir, pour les avoir observées cent fois.

Aussi devrait-on, à mon avis, enseigner la Géométrie en suivant la marche que l'on adopte dans l'enseignement de la Physique, et énoncer des faits, sans chercher tout d'abord à les

démontrer ; plus tard, on sentira la nécessité des démonstrations et il sera temps de procéder scientifiquement en faisant nettement la part laissée à l'hypothèse.

Il vient en effet un moment où, après avoir procédé expérimentalement, c'est-à-dire après avoir tracé des figures sur le papier, il vient un moment, dis-je, où l'on constate que les vérités soupçonnées ainsi ne s'appliquent pas précisément aux figures grossières que l'on a tracées au crayon, mais à des êtres de raison, à des êtres abstraits, qui n'ont qu'une existence idéale et qui sont en quelque sorte la perfection des figures tangibles que l'on a tracées.

On s'aperçoit bientôt que le raisonnement permet de découvrir, autrement que par des observations faites au hasard, certaines propriétés des figures ; et pour diriger ce raisonnement et le rendre satisfaisant pour l'esprit, on éprouve alors le besoin de donner des définitions précises des êtres de raison que l'on a conçus.

La Géométrie est la science qui s'occupe des êtres de raison dont la notion nous est imposée par le sentiment que nous avons de l'espace et de la forme ; c'est, si l'on veut, la science qui s'occupe des relations de forme et de position des objets dans l'espace.

Depuis longtemps on sait que les premières propositions de la Géométrie sont assises sur des démonstrations tout à fait insuffisantes, et les postulatum qu'il faut admettre sont en réalité en bien plus grand nombre qu'on ne l'avait cru jusque dans ces dernières années.

Il s'est fait pour la Géométrie ce qui s'était fait antérieurement pour les autres sciences physiques ; on s'est demandé quelles étaient les hypothèses fondamentales nécessaires et suffisantes pour expliquer tous les phénomènes *apparens* de la Géométrie. Voici la voie que l'on a suivie et qui jette un jour tout nouveau sur la nature, ou, pour mieux dire, sur l'*essence* de l'espace ; et nous allons montrer comment on a résolu, peut-être pour la première fois, une véritable question de métaphysique.

Le lecteur, pour bien me comprendre, devra oublier le sens

qu'il attache aux mots *point*, *ligne*, *surface...* et en général à tous les mots que nous employons pour désigner des formes ; je le prie de vouloir bien oublier la notion de l'espace, en faire abstraction complète.

Cela posé, j'appelle *point*, l'ensemble de trois nombres quelconques. Quand ces nombres varient, on dit que le point représenté par ces nombres se *déplace* ; suivant la manière dont ces nombres varient, le point se déplace en décrivant une *ligne* ou une *surface* ; et à l'aide de définitions et de considérations *exclusivement* empruntées à la Mathématique pure, on parvient à construire une science très curieuse. Cette science ne dépend d'aucune hypothèse étrangère à la science des nombres ; elle est une branche de la mathématique pure et se subdivise elle-même en plusieurs autres ; cette science est la Pangéométrie.

L'une de ses branches contient une infinité de propositions dont les énoncés sont, exactement, sans changer un seul mot, les énoncés des propositions que l'on rencontre en Géométrie. Par exemple on y énonce cette proposition : *les diagonales d'un carré se coupent en parties égales*. Seulement les mots *diagonale*, *carré*, *couper*, ont des significations absolument différentes de celles qu'elles ont en Géométrie ou dans le langage ordinaire. Cette coïncidence n'est certainement pas fortuite, et elle jette un jour tout nouveau sur la conception que l'on peut se faire de l'espace.

Il suffit en effet pour identifier la Géométrie vraie avec cette science, qui en est en quelque sorte son *sosie*, d'admettre :

1° Que nous avons la notion du point, notion abstraite, que je ne puis définir qu'imparfairement, en disant que c'est l'élément primordial de l'espace, que c'est l'espace, auquel on a enlevé toutes ses qualités, excepté la seule qui fait que c'est un espace ; que c'est l'être abstrait et parfait dont l'image grossière est la marque laissée par un crayon simplement appuyé sur une feuille de papier.

2° Qu'à tout point de l'espace, on peut faire correspondre trois nombres, et cela de telle sorte que trois nombres quelconques déterminent un point et un seul. À cela il faut joindre une définition du déplacement, et de la distance.

Mais (et c'est en cela surtout que la Pangéométrie doit intéresser les métaphysiciens et les philosophes et les engager à cultiver les mathématiques) suivant la manière dont il plaira au théoricien de définir la *distance* et le *déplacement des figures sans changement de forme*, la Géométrie et la notion de l'espace revêtiront des aspects très différents. Cela nous montre que nous pouvons concevoir l'espace tout autrement qu'on ne le fait ordinairement par suite de l'*éducation qui nous a été donnée* et des préjugés qu'elle a enracinés en nous. Je vais essayer de mieux me faire comprendre.

Transportons-nous par la pensée dans un monde idéal, avec les notions que nous avons de l'espace (j'entends avec les notions qui résultent de l'éducation que nous avons reçue); ce monde est constitué de la manière suivante : tous les objets matériels diminuent de volume à tel point qu'ils finissent par s'anéantir en s'approchant d'un point fixe que j'appellerai le centre du monde ; (cette hypothèse, en soi, n'a rien d'absurde ; on sait en effet que tous les corps diminuent de volume en se refroidissant et que leur volume finirait par se réduire à rien pour un froid suffisamment intense); supposons les volumes des corps sensiblement proportionnels à leurs distances au centre du monde. Que seront dans un pareil monde deux corps égaux, pour des êtres qui ne jugent des dimensions des corps qu'en les comparant ? Nous jugeons que deux corps sont égaux quand on peut faire coïncider leurs dimensions linéaires. Or pour établir une coïncidence, il faut effectuer au moins un déplacement, pendant lequel les dimensions du corps déplacé vont changer. L'égalité, dans le monde idéal dont nous venons de parler, la notion de la distance, ne seront pas les mêmes que pour nous.

Renversons les rôles ; c'est l'être idéal qui nous observe ; pour lui, nous avons une notion fausse de la distance. Qui a raison ? La Pangéométrie nous répond que tout le monde a raison, elle nous dit ceci : En concevant l'espace comme vous l'avez fait, en créant une Géométrie toute particulière, vous avez employé un langage qui vous a permis d'exprimer des relations de la manière qui vous a paru la plus simple.

Encore quelques mots pour me faire mieux comprendre : considérons une mappemonde en verre, plaçons notre œil en un

point de cette mappemonde et regardons au travers une feuille de papier blanche ; avec un crayon nous pourrons sur le papier tracer une image des contours des continents, des fleuves, etc., de telle sorte que l'image de ces contours sur la mappemonde semble recouvrir leur image sur le papier. L'image sur le papier sera une perspective de l'image tracée sur la sphère, ce sera une carte de géographie. Cela posé, désignons par le même mot ou par la même locution une figure de la mappemonde et son image sur la carte de géographie, et conservons les dénominations usuelles pour les figures tracées sur la carte. Nous aurons une Géométrie absolument vraie sur la mappemonde, mais qui s'exprimera dans un langage bien choquant. Par exemple si nous disons (ce qui est vrai d'une figure tracée sur la carte) : les diagonales d'un carré se coupent en parties égales, cette proposition sera encore vraie pour la figure correspondante de la mappemonde ; seulement l'égalité ne se définira pas de la même manière pour les figures de la mappemonde et celles de la carte.

Or, supposons que la mappemonde soit la terre elle-même et supposons nos sens construits de telle façon qu'ils ne perçoivent que les images des phénomènes qui se passent sur la terre ; voilà notre Géométrie usuelle remplacée par une autre bien bizarre et qui cependant pourra s'exposer avec les mêmes formes de langage que la nôtre. Or qui peut affirmer que nos sens ne perçoivent pas quelque image des phénomènes réels ? Descartes prétend que ce n'est guère possible, parce que Dieu n'a pas voulu que nous soyons jouets d'illusions. C'est d'abord une affirmation sans preuve ; quant au mot illusion, il faudrait savoir jusqu'à quel point il est juste.

En définitive, nos sens ne font que nous donner des impressions ou, si l'on veut, des images des objets réels. La mappemonde est une image, la carte en est une autre ; quelle est la bonne ? L'une et l'autre, car l'une et l'autre nous font en définitive connaître ou enregistrer les mêmes vérités relatives, les seules que nous puissions connaître en dehors de nous-mêmes.

Demander si l'espace est limité ou ne l'est pas ne comporte pas de réponse positive ; c'est comme l'on voudra ; la sphère a une étendue limitée, son image a une étendue illimitée ; entre les deux nous pouvons choisir. Voilà, je crois, une question de

Métaphysique qui se trouve résolue, et qui l'aurait cru ? par des mathématiciens.

La Pangéométrie a reçu une généralisation bien remarquable, car elle touche encore de très près à des questions de Métaphysique. On peut appeler point l'ensemble de quatre nombres, et dire que quand ces nombres varient, le point qu'ils représentent décrit une figure dans l'espace à quatre dimensions. On peut ainsi édifier à l'aide de quelques nouvelles définitions une science qui est une extension de la Géométrie, ou plutôt de la Pangéométrie, et que l'on appelle quelquefois Géométrie à quatre dimensions. On a même inventé des Géométries à cinq, six... dimensions. Ces Géométries sont-elles susceptibles d'applications, ou bien sont-elles un objet de pure curiosité ? J'ai déjà fait observer qu'il n'y a pas à proprement parler de vérité de pure curiosité, et que l'on pouvait toujours espérer quelque résultat utile d'une vérité. Mais dès à présent on peut dire que la considération des espaces à plus de trois dimensions a rendu de réels services à l'Analyse mathématique ; au fond, dans ces considérations, il n'y a qu'une forme donnée au langage pour exprimer la pensée d'une façon plus concise ; mais nous avons déjà vu combien il était important de symboliser la pensée et de la condenser.

La Géométrie est à une, deux, trois... dimensions quand la position d'un point peut être déterminée en se donnant un, deux, trois... nombres. Si l'on fait de la Géométrie vraie et non de la Pangéométrie et si l'on ne s'occupe que des points situés sur une ligne, en se donnant la distance d'un point A sur cette ligne à un point fixe O, le point A se trouve déterminé ; on fait alors de la Géométrie à une dimension.

Si l'on ne s'occupe que des points situés sur un plan (une feuille de papier) ou sur une sphère (une boule, une mappemonde) deux nombres suffiront pour déterminer ce point ; par exemple sur la mappemonde un point est déterminé dès qu'on connaît sa longitude et sa latitude ; sur le plan sa position est déterminée quand on connaît sa distance à deux lignes droites fixes perpendiculaires l'une sur l'autre ; on fait alors de la Géométrie à deux dimensions.

Si l'on s'occupe de tous les points possibles, accessibles à nos sens, on pourra déterminer la position d'un point quelconque en se donnant par exemple : 1^o sa hauteur au-dessus du sol, et 2^o la longitude et la latitude du point où il tomberait, si, supposé pesant, on l'abandonnait à lui-même ; en d'autres termes, un point situé sur le sol et sur la même ligne verticale que lui ; trois nombres sont nécessaires et suffisants pour déterminer la position d'un point ; dans ce dernier cas, on dit alors que l'on fait de la Géométrie à trois dimensions. Nos sens sont organisés de telle sorte qu'ils ne nous donnent pas la sensation d'un espace à plus de trois dimensions.

Et cependant l'existence d'un espace à quatre dimensions n'est pas théoriquement impossible. En faisant l'hypothèse qu'un pareil espace existe réellement, on peut expliquer bien des phénomènes inexplicables sans cela. Et d'abord, pour bien nous faire une idée de ce que peut être un espace à quatre dimensions, considérons une portion de surface plane (un petit fragment de papier susceptible de glisser sur une grande feuille de papier) assujettie à rester dans le même plan, mais capable de se mouvoir d'ailleurs en tout sens ; supposons qu'une bonne fée anime tout à coup cette petite portion de surface en lui donnant des sens qui lui permettent de se rendre compte de tout ce qui se passe dans son plan (sur la feuille de papier), mais qui lui laissent non seulement ignorer ce qui existe en dehors, mais qui ne lui permettent même pas de soupçonner l'existence du dehors. Cette petite portion de surface ne pourra faire que de la Géométrie à deux dimensions ; notre Géométrie à trois dimensions lui paraîtra aussi absurde qu'à nous la Géométrie à quatre dimensions.

Que l'espace à quatre dimensions ait une existence réelle, il n'y a donc à cela aucune impossibilité ; admettons qu'il existe, jusqu'à preuve du contraire ; nous n'en sommes pas à notre première hypothèse, ni à la dernière.

Le je ne sais quoi, qui n'est certainement pas notre corps, ce qui ne sera pas notre cadavre après notre mort, cette chose qui a de la sensibilité, de la mémoire, de l'intelligence et de la vérité et qui est ce que j'appellerai notre âme, vit

peut-être dans l'espace à quatre dimensions; elle agit sur notre corps comme nous agissons sur une feuille de papier que nous faisons glisser sur une table. Rien ne nous empêche d'ailleurs, au moyen d'une fiction, de placer dans un espace à quatre dimensions des choses qui, comme l'âme, ont une existence réelle, sans que nous puissions les trouver dans notre espace cognoscible. Dans l'état de vie, l'âme humaine repose sur notre espace, comme le doigt qui s'appuie sur la feuille de papier pour la faire glisser sur une table; dans l'état de mort, l'âme cesse de toucher notre espace à trois dimensions à l'endroit où est notre corps. Quelque chimérique que paraisse cette idée de l'existence effective de la quatrième dimension, il était bon, je crois, de la mentionner, ne fût-ce qu'à cause des services effectifs qu'elle rend à la science.

En parlant de la Géométrie et de ses affinités avec la Pangéométrie, nous n'avons guère quitté le domaine de la Mathématique pure; et avant d'abandonner complètement ce domaine, il faut mentionner une méthode qui a exercé une influence des plus considérables sur le développement de la science; je veux parler de la méthode infinitésimale.

Lorsque l'on veut étudier un phénomène, il est évident qu'il est plus facile de faire cette étude dans une faible portion de son parcours que dans son ensemble; et cette remarque seule ne présente pas un grand intérêt; mais ce qui constitue une découverte merveilleuse, c'est que dans une petite portion du parcours d'un phénomène quelconque, quelque petite que soit cette portion, certaines relations entre les éléments qui constituent le phénomène se conservent intactes. L'étude de ces relations, généralement assez facile, est du ressort de ce que l'on appelle le Calcul différentiel; quand je dis que cette étude est facile, j'entends qu'elle est facile pour nous, hommes du xix^e siècle, mais il fallait du génie pour énoncer le principe fondamental du Calcul différentiel. Il est bien remarquable que l'on enseigne en France dans nos lycées le Calcul différentiel, sans que les élèves se doutent de l'existence du principe même qui lui sert de base et qui lui a donné naissance. On peut savoir beaucoup de mathématiques sans être philosophe et *vice versa*, malheureusement

d'ailleurs ; les mathématiciens et les philosophes gagneraient à mieux se connaître.

Mais je reviens à mon sujet : lorsque l'on est parvenu, ce qui est, je le répète, en général assez facile, à trouver les relations permanentes entre les éléments d'un phénomène, on peut quelquefois pratiquement, théoriquement toujours, en déduire par l'Analyse mathématique toutes les lois du phénomène, et cela au moyen d'un instrument merveilleux que l'on appelle le Calcul intégral, qui a le seul inconvénient d'être un outil encore mal connu. Les mathématiciens les plus dignes de ce titre aujourd'hui sont ceux qui directement ou indirectement dirigent leurs recherches en vue de perfectionner le Calcul intégral ; ceux-là seuls, en effet, sont de vrais philosophes.

Nous avons vu comment la Géométrie, née de l'observation, devenue une science de raisonnement, était entrée dans une phase expérimentale, seulement dans ces derniers temps, et comment cette dernière phase avait amené les mathématiciens, sinon à connaître la véritable essence de l'espace, au moins à reconnaître la valeur des hypothèses qu'ils avaient été obligés de faire pour édifier la science.

Il faut croire que la notion de temps est plus nette que celle de l'espace, car la phoronome ou Cinématique, qui est la science du mouvement considéré en lui-même, n'a donné lieu à aucun de ces doutes qui ont si longtemps plané sur les principes fondamentaux de la Géométrie ; et je ne mentionne que pour le constater le fait que l'on a soutenu sans écho sérieux qu'il n'était pas possible de mesurer le temps, parce qu'il était impossible de donner la notion de deux temps égaux. Sans doute d'une façon absolue cela est impossible ; d'une façon relative c'est possible, et cela, en vertu d'une hypothèse très plausible, qui est celle-ci : lorsque nous voyons deux phénomènes d'ailleurs identiques s'effectuer à des époques différentes, ils s'effectuent dans le même temps. Il y a là une hypothèse ou une fiction analogue à celle que nous faisons en disant que les objets matériels peuvent se déplacer sans que leurs dimensions changent.

La Cinématique sert d'introduction à la Mécanique proprement dite, mais il y a une autre science qui lui sert également d'introduction et que l'on a des tendances aujourd'hui à déduire de la Mécanique ; je veux parler de la Statique. Étudier la Statique après les éléments de la Mécanique c'est, au point de vue philosophique, placer la charrue avant les bœufs ; c'est méconnaître l'instrument créateur, c'est faire abstraction de la manière dont se sont posés les principes fondamentaux, logiquement et historiquement, ainsi que je vais le démontrer.

Bien avant de soupçonner les lois de la gravitation universelle qui aujourd'hui encore ne sont bien connues que par les savants, l'homme a eu le sentiment de sa *force* ; l'homme le plus illettré sait que, dans la plupart des actes de la vie matérielle, il lui faut plus ou moins de vigueur ou de force pour vaincre les obstacles de la nature. Qu'il s'agisse de soulever un poids ou d'arracher un clou, il sait bien trois choses : 1^o qu'il lui faudra déployer pour cela une force plus ou moins grande suivant les circonstances ; 2^o que l'effort qu'il va déployer, que cette force, doit s'exercer dans une certaine direction ; ce n'est pas en poussant le clou vers le mur qu'il l'arrachera ; 3^o qu'il peut soulever le poids, arracher le clou en exerçant son action au moyen d'un cordon dont la longueur est indifférente, mais dont la meilleure direction est déterminée. La Statique est la science qui étudie ces efforts ou forces ; elle n'a pas besoin d'autres principes pour s'édifier que ces trois remarques dont nous venons de parler et que tout le monde a pu faire ; ces remarques fort simples sont les principes fondamentaux de la Statique ; elle n'en invoque pas d'autres ; avec les principes de la Géométrie et de la théorie des nombres elle se suffit à elle-même. Science d'observation au début, elle est rationnelle dans la façon dont elle se développe ; mais pour entrer dans la phase définitive et expérimentale, elle a besoin de se fondre avec la Mécanique générale dont nous allons parler.

La Mécanique est, à proprement parler, l'étude des lois qui régissent la matière en mouvement ; pour connaître ces lois il a fallu d'abord observer les faits ; la Mécanique a d'abord été une

science d'observation. Mais contrairement à ce qui a eu lieu en Géométrie, on a peu essayé, je crois, de rechercher quels phénomènes devaient être fondamentaux, les autres étant conséquences forcées de ceux-ci ; la phase rationnelle a été courte, mais elle a dû sans doute exister, et l'on est entré immédiatement dans cette phase expérimentale qui consiste à faire des hypothèses et à voir si ces hypothèses suffiraient à expliquer les faits acquis et à en prévoir d'autres, vérifiés par des expériences faites *a posteriori*.

Or il arrive que les hypothèses ou principes fondamentaux de la Mécanique, non seulement expliquent et prévoient tous les phénomènes observés sur la matière en mouvement, mais qu'ils expliquent aussi les résultats obtenus rationnellement en Statique. L'étude de la Statique à ce point de vue n'a donc pas été stérile ; elle a été en quelque sorte, la phase rationnelle de la Mécanique ; elle devait philosophiquement précéder celle de la Mécanique.

Disons, pour en finir avec la Mécanique, que comme la Géométrie elle ne s'applique qu'à des êtres de raison, qui sont le point matériel et la force.

Toutes les sciences dont nous venons de nous occuper sont des sciences exactes ; elles doivent ce caractère à ce qu'elles spéulent sur des êtres abstraits, sur des êtres de raison que nous avons façonnés de manière à ce que leurs propriétés, absolument précises, fussent facilement accessibles à un raisonnement, irréprochable au point de vue de la rigueur des conclusions. Nous allons maintenant entrer dans le domaine de sciences qui seront loin de présenter les mêmes caractères.

Les sciences physiques ont pour but l'étude de la manière dont la matière inanimée se conduit vis-à-vis de la matière inanimée. À ce point de vue, la Mécanique se distingue surtout de la Physique, en ce sens qu'elle ne s'occupe que d'êtres de raison, tandis que la Physique s'occupe surtout d'êtres réels ou qui ont la prétention d'être réels.

L'observation nous montre qu'un corps, sans cesser d'être lui-même, c'est-à-dire sans cesser de ressembler foncièrement à ce

qu'il était à un instant donné, peut, suivant les circonstances, se présenter sous trois états :

1^o Il peut être solide, liquide ou gazeux; une étude purement mécanique des corps sous ces trois états fait partie de la Mécanique rationnelle, mais en Mécanique ces trois états sont nettement définis comme des êtres de raison, et en Physique ils sont constatés et observés. Les trois états considérés en Mécanique sont des états parfaits, au même titre que la ligne en Géométrie est l'état parfait du trait laissé par le crayon sur une feuille de papier.

2^o Les corps peuvent changer de forme sous diverses influences extérieures; l'étude de ces changements de forme considérés en eux-mêmes est du ressort de la théorie de l'élasticité, théorie déjà entrée dans sa troisième phase; on explique en effet les phénomènes élastiques par l'Analyse mathématique et les principes de la Mécanique, au moyen d'hypothèses qui aujourd'hui semblent assez bien justifiées.

3^o La capillarité, l'endosmose sont des phénomènes du même ordre, ou probablement; ces phénomènes, bien étudiés pour les liquides, sont encore mal connus pour les solides et les gaz; on les explique par des moyens analogues à ceux qui ont servi à expliquer l'élasticité.

4^o On remarque que les corps sont susceptibles de s'échauffer et de se refroidir. Sous l'influence du chaud et du froid, il se produit une foule de phénomènes que l'on observe, que l'on a déjà reliés entre eux; ces phénomènes constituent la théorie de la chaleur.

5^o Les corps peuvent devenir sonores.

6^o Ils peuvent devenir lumineux.

7^o Enfin ils peuvent affecter un état particulier dans lequel ils sont dits électrisés.

Chacun des états dont nous venons de parler donne lieu à une branche de la Physique.

Les corps peuvent au contraire subir en présence les uns des autres des modifications profondes à la suite desquelles on ne saurait les ramener à leur état primitif. La Chimie a pour but l'étude de ces modifications.

Tous les phénomènes dont nous venons de parler sont probablement, comme les phénomènes célestes, dus à la même cause, à la *gravitation universelle*, et les efforts des chimistes aussi bien que des physiciens tendent vers ce but : ramener tout à l'attraction universelle.

Qu'est-ce que le principe de la gravitation universelle ? On admet que la matière, je dis la matière (et non pas l'espace) n'est pas divisible indéfiniment et qu'il existe dans tout corps un nombre très grand de particules, séparées les unes des autres par des intervalles très petits, mais très grands par rapport aux volumes de ces particules qui constituent ce que l'on appelle des *atomes* ; les atomes en se groupant forment de petits mondes analogues à notre système planétaire, qui sont ce que l'on appelle des molécules ; tous ces petits mondes nagent dans un corps très subtil que l'on appelle l'éther, lui-même formé de molécules bien plus ténues que celles des corps matériels. Et maintenant tous ces petits corpuscules seraient pour ainsi dire animés de sentiments d'amour et de haine (je parle au figuré) en vertu desquels ils tendraient à se porter les uns vers les autres ou à s'éloigner, et ces petits êtres capricieux seraient en mouvement perpétuel par suite des sentiments opposés qu'ils éprouvent, ne différant des êtres animés que parce que ces sentiments de haine et d'amour, au lieu d'être guidés par la volonté, obéissent à des lois fixes qui dépendent en général de leurs positions respectives.

Quelle chimère, dira-t-on ! Il n'en est pas moins vrai que cette hypothèse, non seulement a permis de relier entre eux les phénomènes les plus divers, mais qu'elle a encore permis d'en découvrir une foule de nouveaux. Je ne citerai qu'un fait entre mille, pour convaincre le lecteur. Un grand géomètre, Poisson, se refusait à admettre de pareilles hypothèses et, pour les réduire une bonne fois à néant, il fit de fort beaux calculs, dont la conséquence était qu'en plaçant un écran dans des circonstances déterminées devant une source lumineuse, au lieu de porter ombre, cet écran devait renforcer l'éclat de la lumière ; la théorie semblait condamnée. Un autre savant, qui était un grand physicien, Fresnel, eut l'idée de faire l'expérience qui confirma les prévisions du géomètre ; la cause était jugée. Poisson venait

d'éprouver la plus glorieuse défaite qu'homme ait jamais subie.

Il ne faudrait cependant pas croire que l'hypothèse ou que la théorie de l'attraction universelle et que la théorie des ondulations qui en est une conséquence, rendent facilement compte de tous les faits observés. S'il en était ainsi, la Physique serait une science achevée ; l'hypothèse moléculaire ne se suffit pas à elle-même, et l'on a été obligé de lui adjoindre successivement un grand nombre d'hypothèses, qui ont disparu pour faire place à d'autres expliquant mieux et plus complètement les faits. Les sciences physiques diffèrent en cela des sciences mathématiques pures ; dans celles-ci les hypothèses sont restées les mêmes depuis leur origine jusqu'à nos jours, tandis qu'elles ont varié constamment en suivant le développement des sciences physiques.

Arrêtons-nous ici pour jeter un coup d'œil en arrière, car le caractère de la science va se modifier profondément. Toutes les sciences dont nous venons de parler se sont développées parallèlement ; presque toutes les grandes découvertes effectuées dans l'une d'elles ont été l'occasion, le point de départ de nouvelles découvertes effectuées dans les autres. La Géométrie se serait difficilement développée sans le concours de la théorie des nombres, et les plus belles propriétés de l'étendue seraient restées éternellement cachées sans l'application que l'on a faite à la Géométrie des méthodes empruntées à la Mathématique pure, sous le nom de Géométrie analytique. La Géométrie à son tour a fait surgir une foule de questions qui ne se seraient pas posées et qui sont du ressort exclusif de la théorie des nombres.

C'est l'Analyse mathématique et la Géométrie qui ont permis de mettre en œuvre les hypothèses sur lesquelles repose la Mécanique et d'en contrôler le bien fondé, sinon l'exactitude. En revanche, un des plus beaux résultats acquis au Calcul intégral a son origine dans la solution du problème le plus général que se pose la Mécanique.

La Physique a également fortement réagi sur le développement des sciences mathématiques ; ce sont des astronomes observateurs et des physiciens qui ont posé les principes qui ont servi de base à la Dynamique ; et c'est une question de Physique, la recherche

des lois du mouvement des cordes vibrantes, qui a fait naître toute une branche du Calcul intégral et la plus difficile. Il est à peine nécessaire de dire que l'Analyse mathématique a dominé presque toutes les branches des sciences physiques. Le jour n'est peut-être pas éloigné où les questions de Chimie pure, les réactions des corps les uns sur les autres dans des circonstances données, pourront être mathématiquement prévues avant toute expérience.

La Mathématique pure est un instrument qui se perfectionne en s'adaptant aux circonstances, et si l'on conçoit que la science des nombres puisse à la rigueur se suffire à elle-même, et se développer sans le concours des autres sciences, pratiquement elle ne ferait et n'a fait effectivement des progrès réels, qu'avec le concours de la Géométrie, de la Mécanique et de la Physique.

J'ai dit, en commençant cette analyse, que l'on pouvait édifier la science des nombres en supposant que nos sens se bornent à nous faire subir des impressions successives, de telle sorte que nous puissions simplement concevoir la notion de ce que l'on appelle *une fois* et encore *une fois*, ce qui suffit pour avoir la notion du nombre entier. Mais cette idée serait évidemment restée stérile, si l'on n'avait pas eu le langage à sa disposition, ce qui suppose un usage et une application déjà très attentive de tous les sens, c'est-à-dire une connaissance relativement assez étendue des sciences autres que la théorie des nombres. L'idée du nombre fractionnaire, l'idée du nombre $\frac{1}{2}$ a dû précéder de beaucoup l'idée d'une théorie de la division des nombres entiers, et par suite l'idée très abstraite que les Allemands se font d'un symbole $\frac{1}{2}$ comme représentant une division impossible. Par ce simple exemple, on voit comment des questions en apparence étrangères à la théorie des nombres ont pu être l'occasion de perfectionnements ultérieurs, qui très probablement ne se seraient jamais accomplis si ces occasions ne s'étaient pas présentées.

On a la mauvaise habitude, à mon avis, de considérer la Géologie et la Minéralogie comme des sciences naturelles; leur définition rentre dans celle des sciences physiques, elles en ont le

caractère au même titre que l'Astronomie physique. En effet, cette science observe les mouvements des astres, leurs figures; elle étudie leur constitution physique et chimique, leurs transformations, leur histoire. La Géologie ne fait pas autre chose; ce n'est qu'une partie de l'Astronomie physique, puisqu'elle s'occupe de l'un des corps dont s'occupe l'Astronomie et, sinon par les mêmes procédés, au moins dans le même but.

J'ai défini les sciences physiques comme ayant pour but l'étude de la manière dont se conduit la matière inanimée à l'égard de la matière inanimée; j'aurais dû ajouter aussi à l'égard de la matière animée, puisque c'est en définitive à l'aide de nos sens que nous faisons cette étude. Mais dans les sciences physiques proprement dites, et c'est en cela qu'elles se distinguent des sciences naturelles, on n'étudie pas la matière animée en elle-même, on n'étudie pas ses modifications essentielles.

On pourrait dire que les sciences naturelles proprement dites s'occupent des modifications de la matière animée ou plus exactement vivante, et de l'action de la matière inanimée sur la matière animée. J'ai dit en commençant que nos sens nous révélaient l'existence d'êtres doués de sensibilité, de mémoire, d'intelligence et de volonté; j'ai voulu parler des hommes. Mais à côté de l'homme, il existe des êtres qui semblent doués de ces facultés à un moindre degré: ce sont les animaux et les plantes. Les naturalistes séparent ces êtres de l'homme et les considèrent seulement comme des êtres vivants, en leur refusant l'intelligence et souvent la mémoire et la sensibilité. Cette opération ne me semble pas justifiée, par la bonne raison que, n'ayant aucun moyen de la vérifier, nous ne pouvons rien dire à cet égard. Je ne suis pas naturaliste; mais j'ai le droit de le devenir et j'ai le droit de discuter avec les maîtres en cette matière les principes fondamentaux de la science qu'ils ont la prétention de m'enseigner, absolument comme je reconnaissais le droit, à l'élève auquel j'enseigne les éléments des mathématiques, de discuter avec moi sur le bien fondé des principes sur lesquels je vais m'appuyer. Les animaux, dit-on, n'ont pas inventé de langage, ils ne sont donc pas intelligents; à cela je répondrai: 1^o vous n'en savez rien; 2^o il n'est pas prouvé qu'en plaçant des enfants dans une île déserte et en

les laissant se développer loin des autres hommes, ils inventeraient le langage; il ne m'est pas prouvé que les hommes de l'âge de pierre parlaient. Le meilleur argument que l'on ait invoqué en faveur de l'intelligence de l'homme est que l'homme s'est perfectionné, c'est-à-dire qu'il a su à la longue augmenter son action sur les choses, et que jamais l'animal ne s'est perfectionné à ce point de vue. Or, avant de se perfectionner, il a fallu que l'homme ait eu l'idée de se perfectionner, et cette idée lui est peut-être venue fortuitement; nous ne savons pas combien de temps il a vécu à l'état de véritable animal, et nous ne savons pas non plus ce que serait un enfant absolument séparé du reste de l'humanité. Mais, dira-t-on enfin, l'homme est susceptible d'éducation, son intelligence peut être développée au contact de l'homme; à cela je répondrai encore: le chien pourrait se perfectionner au contact du chien, si *un* chien avait eu l'idée de se perfectionner; le hasard qui a fait naître cette idée chez *un* homme, ne l'a pas fait naître chez le chien.

Quoi qu'il en soit, on ne refusera pas à certains êtres la sensibilité, la mémoire et la volonté; ces êtres sont les animaux. Ces êtres ont cela de commun avec les végétaux qu'ils sont capables d'engendrer des êtres de même espèce; ils sont vivants. La distinction en animaux et végétaux ne me paraît scientifiquement possible qu'en vertu d'une classification méthodique, car il me semble bien difficile de prouver que les végétaux sont dépourvus des facultés que nous accordons aux animaux et nous devons, pour agir sagement, nous maintenir à cet égard dans le doute. C'est l'observation qui, dans les sciences naturelles, joue le rôle prépondérant; ce ne sont ni des sciences de raisonnement, ni des sciences expérimentales. Je voudrais cependant que l'on ne se méprît pas sur la manière dont je considère les choses; en disant que les sciences naturelles ne sont ni des sciences de raisonnement, ni des sciences expérimentales, je ne veux pas dire que les naturalistes n'ont pas besoin de raisonner pour bien observer, classer et chercher; je ne veux même pas dire que parfois ils n'auront pas besoin de faire de véritables expériences; je veux simplement dire que l'observation est et sera, encore longtemps, le moyen, l'instrument le plus sûr pour trouver la vérité. Cependant la Chimie et la Physique prêtent un concours efficace aux

sciences naturelles et par suite indirectement les mathématiques. N'est-il pas permis de penser qu'un jour, ces sciences entreront dans une phase rationnelle et expérimentale ?

Les sciences sociologiques ont pour but l'étude de l'action de l'homme sur l'homme et sur les choses ; elles présentent ce caractère particulier que l'observation y a joué, y joue et y jouera continuellement un rôle important. Le raisonnement y joue un rôle également important, mais l'expérience y est presque impossible. C'est dans l'Histoire surtout, dans la Statistique, dans la Géographie, qu'elle trouve le point d'appui de ses conclusions. L'Histoire n'est pas une science ; c'est le commencement d'une science, c'est la phase d'observation de la Sociologie. Rien n'est plus fastidieux, à mon avis, que l'étude de l'Histoire considérée en elle-même, si l'on ne doit pas en tirer des conclusions ; rien n'est plus agaçant que ces petits pédants que leurs parents exhibent avec orgueil, parce qu'ils peuvent donner immédiatement la date de l'avènement ou de la mort d'un roi plus ou moins chevelu, plus ou moins réel, appelé aujourd'hui Pharamond ou Mérovée ; parce qu'ils connaissent la date d'un traité dont ils ignorent l'influence sur le sort de l'humanité. La description pure et simple des faits historiques me produit l'effet d'un roman trop long, mal conçu et peu intéressant.

Considérée à un point de vue plus élevé, l'Histoire illumine non seulement la Sociologie, mais même, les sciences les plus abstraites ; les mathématiciens eux-mêmes ont beaucoup d'enseignements à tirer de l'Histoire ; c'est en effet la lecture des anciens auteurs qui nous apprend comment se sont développées les connaissances humaines, quelles ont été les idées vraiment fécondes, quels ont été les procédés plus ou moins parfaits qui ont conduit les inventeurs à la recherche de la vérité.

Si les sciences naturelles nous font connaître l'homme en tant qu'animal, l'Histoire nous fait connaître son caractère et ses qualités intellectuelles et morales ; sachant ce qu'il a fait dans des circonstances déterminées, on peut prévoir par analogie ce qu'il fera dans des circonstances analogues. Enfin, et c'est là un des buts de la Sociologie, ou peut se demander quels sont les mobiles qui font agir les hommes isolés ou pris en masse.

Disons maintenant quelques mots des méthodes que l'on emploie en Sociologie : un grand nombre d'observations, les observations statistiques se traduisent par des chiffres, qui, sans être faux, ne sont pas, ne peuvent pas être d'une exactitude absolue. Il faut savoir discuter ces chiffres, il faut savoir diriger leur évaluation. Cela exige du statisticien une connaissance approfondie du *calcul des probabilités* et ce que l'on peut appeler des *habitudes* scientifiques. Tout le monde ne sait pas observer. On apprend à observer comme on apprend à chanter; tout le monde sait fredonner; pour savoir chanter il faut avoir étudié. De même tout le monde peut voir; regarder est déjà plus difficile; observer ne peut se faire qu'à la suite d'une certaine éducation. Il faut aussi savoir ce qu'il est utile d'observer, et ne pas observer ce qui est insignifiant. Comme dans le public on connaît fort mal la science que je désigne sous le nom de Sociologie, je vais parler de quelques résultats dont elle s'est enrichie dans notre siècle. Elle a découvert les causes non pas de l'intérêt de l'argent, mais de la manière (règle d'intérêt) dont se percevait cet intérêt; elle a déterminé et comparé les effets de l'impôt sur le capital et sur le revenu. Elle a averti dans ces derniers temps une foule de sociétés de prévoyance qu'elles marchaient à une catastrophe, en les arrêtant sur la pente le long de laquelle elles glissaient. On est parvenu récemment à découvrir une loi d'après laquelle se répartissent les revenus dans un pays, et l'on peut en déduire, par un calcul assez simple, la manière de faire rendre à un impôt, suivant une loi donnée, le même chiffre qu'à un impôt établi sur d'autres bases. Cette loi n'a pu être formulée qu'à la suite d'examens de statistiques qui ont été concordantes, quoique effectuées dans des pays très différents, par des individus qui ne se connaissaient pas et qui ne se doutaient guère des conclusions qu'on en tirerait au fond d'un cabinet, etc.

J'ai évité avec soin jusqu'ici de parler de l'âme et de la divinité, c'est-à-dire des sciences théologiques. Les règles à suivre pour arriver à la connaissance des vérités théologiques ne doivent évidemment pas différer de celles que l'on suit dans les autres sciences, mais l'application de ces règles est beaucoup plus difficile. Etudions le rôle de l'observation, du raisonnement

et de l'expérience. Rappelons ce que nous avons dit plus haut ; une observation n'est bonne : 1^o que si le fait observé par un tiers est possible ; 2^o que si elle a été faite avec attention ; 3^o que si les observateurs sont dignes de foi et ne se contredisent pas. Enfin nous avons dit combien il fallait se méfier d'une démonstration, lorsque nous avons le désir de voir la vérité revêtir une forme déterminée à l'avance.

Or, l'Histoire religieuse en général contient à sa base une foule d'observations de faits qui sont des miracles, c'est-à-dire qui sont en contradiction avec ce qui se passe journellement devant nous ; ces faits sont observés par des hommes primitifs, jamais par des savants ; les histoires des religions diffèrent énormément entre elles ; enfin, en matière religieuse, chacun veut prouver que la tradition de ses ancêtres est la bonne. On ne peut donc pas prendre l'histoire pour base de la théologie.

Je n'ai pas l'intention ici de prouver quoi que ce soit ; je veux étudier seulement les principes fondamentaux sur lesquels reposent les sciences. Je n'ai donc à prouver ni l'existence de Dieu ni celle de l'âme. Je ne crois pas qu'il soit possible de démontrer *péremptoirement a priori* l'existence de Dieu, aucune des preuves que l'on a données ne présentant les caractères de rigueur que l'on exige dans les sciences réellement dignes de ce nom. Quand Laplace a dit : Dieu est une hypothèse dont je n'ai pas besoin, il s'est placé sur un terrain vraiment scientifique, et nous a indiqué implicitement la marche à suivre dans les sciences théologiques.

Et, en effet, on peut poser comme hypothèse fondamentale l'existence de Dieu et de l'âme ; en regardant la divinité comme la cause primordiale de l'énergie répandue dans l'univers, en attribuant à cette énergie certaines propriétés, on peut, en suivant les méthodes générales que nous avons esquissées, chercher les conséquences des hypothèses que l'on a faites et voir si elles sont d'accord avec les phénomènes que l'on observe. On peut surtout examiner si au point de vue pratique les hypothèses que l'on a faites conduisent à des résultats utiles, et c'est peut-être là ce qui a fait dire avec raison : si Dieu n'existe pas, il faudrait l'inventer.

L'éther, dont les physiciens ont fait un si heureux usage, n'existe peut-être pas, mais sa notion a été si utile que ce serait folie de renoncer à en admettre l'existence. Ne pas admettre l'existence de Dieu, c'est dans un autre ordre d'idées se priver d'une hypothèse qui a rendu de grands services à l'humanité. On a fait, dira-t-on, beaucoup de mal en prenant Dieu pour prétexte ; c'est vrai ; mais on peut raisonner fort mal sur une hypothèse qui, discutée avec soin, ne conduit qu'à de bons résultats.

Et maintenant, messieurs les philosophes, je m'adresse à ceux d'entre vous qui ont daigné lire ces quelques pensées sorties du cerveau d'un mathématicien ; peut-être consentirez-vous à lui accorder que les sciences exactes sont de nature à concourir au but que vous poursuivez, soit en vous faisant connaître des faits, soit en vous initiant à des méthodes que vous connaissez sans doute, mais, comment dirais-je sans vous offenser, ... sans les connaître dans toute leur... plénitude. Quant aux savants, ils fermeront le livre, après avoir lu les premières pages ; je ne leur apprends rien qu'ils ne connaissent déjà !

Ne se dégage-t-il pas cependant de ce qui précède que savants, philosophes et économistes, qui concourent par des moyens si différents en apparence au bonheur de l'humanité, auraient besoin de s'entendre et de marcher fraternellement la main dans la main ?

Le domaine de la science est si vaste, dira-t-on, qu'un pareil vœu est une chimère ; l'intelligence humaine est incapable aujourd'hui d'embrasser toutes les branches du savoir ; voyons quelle est la valeur de cette objection.

Ce qui m'étonnait prodigieusement quand j'étais jeune (bien qu'ayant complètement terminé mes études), c'est qu'en demandant des explications à de vieux savants, à d'illustres savants, ils ne pouvaient pas me les donner, bien que souvent ces explications fussent consignées dans plusieurs ouvrages ; j'ai appris depuis la raison fort simple de ce fait : pour être un savant, il n'est pas nécessaire de tout savoir, et le plus grand savant n'est pas celui qui a le plus d'érudition, mais bien celui qui connaît le mieux les méthodes de la science et qui sait le mieux en tirer parti.

Bien qu'il soit nécessaire de consacrer du temps à l'étude des méthodes, il n'est pas impossible de parcourir le cycle des connaissances humaines de manière à en saisir l'esprit et à en comprendre les méthodes. C'est dans ce sens que je voudrais que l'éducation des jeunes Français fût dirigée ; je voudrais en résumé que l'on n'étudiât pas une science sans étudier toutes les autres, car toutes se tiennent et toutes concourent au même but : le vrai, le bien et peut-être le beau.

Pour parvenir à ce but si désirable, il faudrait que notre enseignement fût plus libéral, que l'État renonçât une fois pour toutes à voir dans l'enseignement libre un ennemi ; il faudrait qu'il renonçât à façonner tous les petits Français dans un même moule, laissant aux aptitudes individuelles la liberté de se développer suivant leurs instincts naturels. Il faudrait abolir cette sanction illusoire que l'on appelle le baccalauréat et qui est en réalité une entrave au libre développement des aptitudes de l'individu (¹). Le salut de la France est-il donc intéressé à ce qu'un fonctionnaire ait su, à un moment de sa vie, un peu de latin ou de mathématiques, s'il ne doit plus lui en rester le moindre souvenir au bout de quelques années ? Je dis fonctionnaire, car nous voulons tous le devenir.

Oui ! l'État, au lieu de détruire l'enseignement libre, comme il l'a fait, à son profit et au profit des congrégations religieuses, ferait mieux de renoncer à donner lui-même l'enseignement secondaire, en se bornant à exercer une surveillance *active* et *effective* sur les établissements libres. L'État fait toujours plus mal que les individus, c'est un fait connu depuis longtemps ; mais il peut mieux surveiller ; qu'il borne donc son rôle à celui de gardien vigilant de nos intérêts.

H. LAURENT (Paris).

(¹) Car il constate que vous avez appris des faits, non que vous vous êtes assimilé des méthodes, ce qui est bien plus important, car les faits s'oublient, les méthodes se retiennent.