

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik (Beihefte zur Zeitschrift)  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 16 (1980)

**Artikel:** Die Mathematik an der Universität Zürich 1916 - 1950: unter den Professoren R. Fueter, A. Speiser und P. Finsler  
**Autor:** Burckhardt, J.J.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1213>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

*Vorwort*

Öfters habe ich das Vergnügen, mit Studierenden und mit jüngeren Kollegen über die heutigen Studienverhältnisse zu sprechen. Gerne benütze ich dabei die Gelegenheit, ihnen einiges aus meiner Zeit als Student, Assistent und Privatdozent zu erzählen. Dabei bemerke ich, wie völlig fremd ihnen bereits eine Zeit ist, die für mich noch Gegenwart bedeutet. Daher möchte ich versuchen, diese Vergangenheit festzuhalten.

Damals waren die Studierenden in Mathematik in mittleren und höheren Semestern an den Fingern einer Hand abzuzählen, die Vorlesungen gestalteten sich daher etwa zu einem Gespräch mit dem Dozenten. Entsprechend war die Arbeit im wöchentlichen Seminar. Da war kein Gedränge, einen Vortrag zu erhalten, im Gegenteil musste man dafür bedacht sein, nicht mehr als zweimal pro Semester auftreten zu müssen. Bei einer Nachsitzung im «Östli» wurde der Kontakt mit den Dozenten vertieft, am sommerlichen Seminarbummel und am Weihnachtsabend, an dem auch fast alle «Ehemaligen» teilnahmen, wurde der Kontakt weiter gepflegt.

Hierdurch wurden wir bereits als Studierende unmittelbar in das mathematische Leben von Zürich einbezogen, Besuche von Vorlesungen und Seminarien an der Eidgenössischen Technischen Hochschule und des Zürcher mathematischen Kolloquiums vermittelten uns die Bekanntschaft mit den bedeutendsten Forschern jener Zeit. So war uns das Studium keine Last, sondern ein Hineinwachsen in unseren Beruf. Die Examina, Gespräche mit den Dozenten, gaben Anregung zum weiteren Studium oder bildeten den schönen Abschluss einer inhaltsreichen Zeit.

Nach der zu schildernden Epoche setzte eine Entwicklung ein, in der die Zahl der Dozenten und der Studenten vervielfacht wurde. Hierdurch nahm das Studium einen völlig anderen, unpersönlichen Charakter an und wurde dadurch viel schwieriger. Ich frage mich oft, ob wir eine solche Belastung ertragen hätten oder einem anderen Beruf gefolgt wären. Während wir unmittelbar die Ausstrahlung unserer Lehrer aufnehmen konnten, bedeutet das heutige Studium vielfach ein mühsames Erarbeiten.

Allen Kollegen und Freunden, die mich bei meiner Arbeit unterstützten, sowie C. Einsele und dem Birkhäuser Verlag, die diesen Versuch in die Schriftenreihe «Beihefte zu den Elementen der Mathematik» aufnehmen, danke ich bestens.



## I. Teil

### *Einleitung*

In der Festgabe «Die Universität Zürich 1833–1933, Festgabe Zürich 1938» lesen wir auf Seite 900, Zeile 7ff.: «Auch die philosophische Fakultät II unterlag grösseren Änderungen. Der Umstand, dass 1915/16 beide Professuren für Mathematik fast gleichzeitig vakant wurden, bot die Möglichkeit zu völliger Reorganisation dieses Unterrichtes. Der zum Inhaber solcher Hauptprofessur berufene Rud. Fueter veranlasste eine Dreiteilung des Amtes.»

Die zweite Professur für Mathematik vertrat seit 1917 Andreas Speiser.

1920 wurde eine Professur für angewandte Mathematik, speziell darstellende Geometrie, geschaffen, samt Einführung in die Versicherungsmathematik. Diese wurde besetzt von

Ferdinand Gonseth, PD, Universität Zürich, auf Wintersemester 1919/20, ausserordentlicher Professor mit Amtsantritt 15. April 1920, Rücktritt auf 15. Oktober 1920 (Berufung an die Universität Bern).

Martin Disteli, Amtsantritt 15. Oktober 1920, starb am 26. Oktober 1923.

Eugenio Giuseppe Togliatti, Amtsantritt 15. Oktober 1924. Auf den 15. Oktober 1926 zurückgetreten wegen Berufung an die Universität Genua.

Paul Finsler, Amtsantritt 16. April 1927, auf den 15. April 1959 altershalber entlassen.

Die Mathematik an der Universität Zürich unter der Führung der Professoren Fueter, Speiser und Finsler soll im ersten Teil beschrieben werden.

### *Räumliches*

Bei der Planung des neuen Universitätsgebäudes wurden keine Räumlichkeiten eigens für die Mathematik vorgesehen. Die Meinung war, dass im Neubau geeignete Hörsäle für die mathematischen Vorlesungen vorhanden seien. Bei der Reorganisation zeigte sich, dass dies nicht der Fall war. Es mussten daher die nötigen Hörsäle und Arbeitsräumlichkeiten bereitgestellt werden. Im dritten Stock des Hauptgebäudes wurde der Dachstock nach Norden hin ausgebaut, wodurch Platz für den geräumigen Hörsaal 305 gewonnen wurde. Daneben diente ein Zimmer als Bibliothek und Arbeitsraum für die Studierenden. Diese Bibliothek musste langsam aufgebaut werden. Für die Anschaffung von Zeitschriften reichte der Kredit von einigen hundert Franken nicht. Vorerst waren die nötigsten Lehrbücher zu beschaffen. Einen ersten grösseren Zuwachs erfuhr die Bücherei durch die Übernahme der am internationalen Mathematikerkongress 1932 ausgestellten Bücher. Ferner halfen wertvolle Schenkungen aus Nachlässen zur Bereicherung der Sammlung. Die Studenten erwarben ihre Kenntnisse meist in den Vorlesungen, die sorgfältig ausgearbeitet wurden. Eine Ergänzung wurde in Lehrbüchern gefunden, die seit den zwanziger Jahren in vermehrter Masse verfasst wurden. Im übrigen war man auf die Bestände der Zentralbibliothek und der Bibliothek der ETH angewiesen. Die Räumlichkeiten im dritten Stock wurden in den Semesterferien nicht geheizt, was die Benützung der Seminarbibliothek und die Arbeit des Assistenten erschwerte. Für den Aufenthalt der Dozenten wurde im Vestibül durch eine Glaswand ein

Raum abgetrennt. Er diente ferner zur Unterbringung der Sammlung mathematischer Modelle, später auch als Arbeitsraum des Assistenten. Insbesondere für die Vorlesungen von Speiser wurde etwas später ebenfalls im dritten Stock im Trakt des Turmes ein Hörsaal eingerichtet. Er diente auch den Vorlesungen in Musikwissenschaft. Um Vorlesungen und Übungen in darstellender Geometrie zu ermöglichen, wurde sodann im Turm im vierten Stock ein geräumiger Zeichensaal eingerichtet. Die schlechte Akustik im Betonbau wurde durch die Ruhe und die wunderbare Fernsicht wettgemacht. Später wurden auf dem dritten Stock nach Westen hin im Laufe der Jahre verschiedene Zimmer hergerichtet, welche die Sekretärin, die Assistenten und teilweise die Bibliothek bis zum Umzug an die Freiestrasse beherbergten.

Frequenz, kurzer Überblick über die Anzahl der Studierenden: Von 1916 bis 1950 erwarben 86 Studierende das Diplom für das höhere Lehramt in Mathematik (später auch «Diplom in Mathematik») und 78 den Doktor mit Hauptfach Mathematik. Das sind im Durchschnitt 2,31 bzw. 2,23 pro Jahr.

Nun zu den *Persönlichkeiten*, die der Mathematik von 1915 bis 1950 an der Universität das Gepräge gaben.

1. *Fueter*, Karl Rudolf, geboren am 30. Juni 1880 in Basel, gestorben am 9. August 1950 in Brunnen, Kanton Schwyz. Sohn des Rudolf Fueter (1845–1901), Architekt, und der Adele, geborene Gelzer (1853–1938), verheiratet 1908 mit Amélie von Heusinger (1881–1962).

Unter den direkten Vorfahren des aus altem Berner Bürgergeschlecht stammenden Mathematikers finden wir Gabriel, der als Pietist nach Nyon verbannt wurde und als Prädikant in Aarburg 1729 starb. Sein Sohn Gabriel war mitbeteiligt an der Henzi-Verschwörung von 1749, konnte der Verhaftung und Enthauptung durch Flucht ins Ausland entgehen. Das Urteil wurde am 16. September 1749 vom Richtstuhl abgelesen und auf dem Richtplatz am Bilde vollzogen. Später begnadigt, kehrte er 1780 erblindet nach Bern zurück. Dessen Nachkommen waren: Christian Emanuel (1742–1789), Spezereihandlung in Bern, Daniel Abraham (1777–1834), Handelsmann in Bern, Emanuel Eduard (1801–1855), Professor der Medizin in Bern, Rudolf Eduard, Architekt in Basel.

Rudolf Fueter durchlief die Basler Schulen bis zur Maturität im Herbst 1898 und studierte zuerst ein Jahr in Basel bei Kinkelin Mathematik. Hier erhielt er den Preis für eine Arbeit über Geschichte und Systematik der Eulerschen Gammafunktion. Nebenbei studierte er das sehr schwierige Jugendwerk von Gauss, die «Disquisitiones Arithmeticae». Um sich ganz dem Studium der Mathematik zu widmen, bezog Fueter im Herbst 1899 die Universität Göttingen, wo er 1903 bei David Hilbert promovierte. Nach Aufgehalten in Wien, Paris und England habilitierte er sich 1905 in Marburg, wurde 1907 Professor an der Bergakademie in Clausthal und 1908 in Basel. Im Frühjahr 1913 folgte er einem Ruf an die Technische Hochschule in Karlsruhe. Einen Ruf an die Universität Giessen sowie einen solchen im Sommer 1913 an die Eidgenössische Technische Hochschule lehnte er ab. Diese Vakanz wurde sodann durch Hermann Weyl besetzt. Auf das Wintersemester 1916 nahm Fueter den Lehrstuhl an der Universität Zürich an. Sein Lehrauftrag umfasste eine vierstündige Vorlesung in höherer Mathematik und eine solche elementaren

Charakters (Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften) je im Wintersemester, im Sommersemester las er über «Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes». Diese Vorlesungen wurden durch Seminarübungen ergänzt. Vom Sommersemester 1920 bis und mit Wintersemester 1921/22 versah Fueter das Amt des Rektors der Universität.

Durch das Studium der Arbeiten von Euler und von Gauss war Fueter für die weitere Bearbeitung zahlentheoretischer Probleme vorbereitet. Im Anschluss an den eben erschienenen «Zahlbericht» von Hilbert promovierte er mit einer Arbeit aus der Klassenkörpertheorie. Eine Zusammenfassung seiner Untersuchungen veröffentlichte Fueter in den Jahren 1924–1927 als «Vorlesungen über die singulären Moduln und die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen». Seine Vorlesungen über Zahlentheorie erschienen in erster Auflage 1917 als «Synthetische Zahlentheorie».

Bereits in den Arbeiten von Leonhard Euler schimmert durch, dass man zur Lösung klassischer Fragen der Zahlentheorie den Bereich der reellen Zahlen verlassen muss. Durch die Arbeiten von N.H. Abel wurde der Zusammenhang dieser Disziplin mit der Funktionentheorie aufgedeckt. Kronecker und Hilbert zeigten die Majestät dieses Gebietes, das zu den schwierigsten Teilen der Mathematik gehört und stets nur wenige Bearbeiter fand.

Fueter behandelt in seiner Dissertation die relativ quadratischen und relativ kubischen Gleichungen in einem imaginär quadratischen Körper und stellte den Zusammenhang mit der komplexen Multiplikation her. Die allgemeinen Abelschen Gleichungen untersucht er in einem Bericht an die Deutsche Mathematiker-Vereinigung: «Die Klassenkörper der komplexen Multiplikation und ihr Einfluss auf die Entwicklung der Zahlentheorie», Bericht zur Feier des 100. Geburtstages Eduard Kummers der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, erstattet von Rudolf Fueter.

Die Untersuchungen von Abel zeigten, dass zunächst die elliptischen Modulfunktionen im «singulären» Fall, das heisst für quadratisch imaginäre Werte des Periodenverhältnisses, zu untersuchen sind. Kronecker leistete dies, und es zeigte sich, dass dadurch die komplexe Multiplikation in den Mittelpunkt von Funktionentheorie und Zahlentheorie rückt. Fueter gelang es 1914 zu zeigen, dass die singulären Moduln zusammen mit den Einheitswurzeln alle in einem quadratisch imaginären Körper Abelsche Gleichungen ergeben. Im zweiten Teil des genannten Werkes (1924–1927) wird sodann das von Takagi (1920) gefundene abschliessende Resultat dargestellt, dass nämlich jeder in einem quadratisch imaginären Körper relativ abelsche Körper in einem Körper der singulären Moduln und singulären elliptischen Funktionen enthalten ist. Speiser (1950) sagt von diesem Bericht, dass es heute nur wenige Mathematiker geben dürfte, welche imstande wären, dieses Werk zu verstehen. Vier Schüler haben Teilprobleme aus diesem Gebiet bearbeitet (Bindschedler, Gut, Hagenbuch und Hauser). In einer neueren Geschichte der Mathematik (N. Bourbaki, *Eléments d'histoire de mathématiques*, 1960) wird zunächst das Gebiet ausgelassen, und erst in der zweiten Auflage (1969) wird bemerkt, dass davon abgesehen werde, die Theorie der Klassenkörper zu beschreiben. Erst in jüngster Zeit hat André Weil in seinen «Essais historiques» (Genève

1976, S. 27ff.) diese Lücke ausgefüllt und wird in einer glänzenden Darstellung den Leistungen von Hilbert, Takagi, Fueter und Artin gerecht.

Fueter interessierte sich nicht nur für diese erhabenen Gebiete der Arithmetik. Seine Liebe galt auch der elementaren Zahlenlehre, er las Euler und Gauss und kam zur Einsicht, dass die Fülle tiefer und schöner Eigenschaften der Zahlen einer einheitlichen, synthetischen Behandlung fähig ist. Hierdurch wird die Kluft zwischen niederer und höherer Arithmetik überbrückt. In der erwähnten «Synthetischen Zahlentheorie» gibt er den Studierenden ein weit verbreitetes Lehrbuch in die Hand. Ausgehend von den verschiedenen Zahlbereichen wird zunächst der Körper der rationalen Zahlen und sodann derjenige der  $l$ -ten Einheitswurzeln behandelt. Das Werk schliesst mit den Beweisen des quadratischen und des kubischen Reziprozitätsgesetzes.

Betrachten wir ein weiteres, in drei Auflagen erschienenes Lehrbuch «Das Mathematische Werkzeug des Chemikers, Biologen, Statistikers und Soziologen. Vorlesungen über die höheren mathematischen Begriffe in Verbindung mit ihrer Anwendung (1925, <sup>2</sup>1930, <sup>3</sup>1947)». Diese beliebte Einführung ist aus Vorlesungen entstanden, die Fueter seinen Anstellungsbedingungen folgend jedes Wintersemester hielt. Der zunehmenden Bedeutung der Mathematik für die genannten Gebiete entsprechend wurde der Stoff geformt. Es gehört zu den schwierigen Aufgaben des Mathematikers, eine geeignete Stoffauswahl und eine Darstellung zu finden, um die stets vermehrt verlangten Kenntnisse zu vermitteln. Fueter ist dies in hervorragender Weise gelungen; wir wissen aus vielen Gesprächen, wie sehr seine Darlegungen geschätzt und verwendet wurden. Jeweilen in den Sommersemestern las Fueter über «Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes». Diese Vorlesungen wurden 1945 herausgegeben.

Über ein weiteres Forschungsgebiet, auf dem Fueter viele Schüler zu Mitarbeitern heranzog, schreibt A. Speiser: «In späteren Zeiten wendete er sich dem Gebiete der nicht-kommutativen Zahlen zu und arbeitete zunächst zahlentheoretisch, bald aber funktionentheoretisch. Er hat zum erstenmal gezeigt, wie man Quaternionenfunktionen definieren muss, wenn man neue, tiefe Sätze gewinnen will; was vor ihm in dieser Beziehung geleistet wurde, war unfruchtbar. Sein höchstes Ziel war, die Klassenkörper für die reellen quadratischen Körper zu konstruieren, analog zur komplexen Multiplikation. Aber er hat es nicht erreicht. Zu seiner grossen Befriedigung ergab sich jedoch, dass die schon ziemlich weit entwickelte Funktionentheorie von zwei komplexen Variablen als Spezialfall in seinen regulären Funktionen enthalten war. Es handelt sich vor allem darum, vierfach periodische Funktionen zu konstruieren, wenn man auch nur daran denken will, Klassenkörper zu finden. Auch der grosse deutsche Mathematiker E. Hecke hatte danach gesucht. Aber man scheiterte stets daran, weil bei den Funktionen von zwei komplexen Variablen die Perioden nicht frei sind, sondern einer nicht sehr durchsichtigen Relation genügen müssen. Von dieser Einschränkung sind nun Fueters Funktionen frei, und das bestärkte ihn immer wieder in seinem Vertrauen zu dem neu entdeckten Gebiet» (Verh. schweiz. natf. Ges., 130. Versammlung 1950, S.401). Doktoranden halfen mit, das Gebiet auszubauen. Leider aber war keiner der Schüler fähig und willens, diese schwierigen Untersuchungen in Richtung der Klassenkörpertheorie weiterzuführen.



Etwa zur gleichen Zeit, als Fueter die Funktionentheorie in Quaternionenvariablen aufstellte, bearbeitete Heinrich Behnke mit seinen Schülern das Gebiet der Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlicher. Die Zielrichtungen der beiden Forscher war nicht dieselbe, obschon die Meinung aufkam, die Lehre von den Quaternionenfunktionen sei ein Sonderfall der Funktionentheorie mehrerer komplexer Veränderlicher. Fueter hat darüber öfters mit Behnke gesprochen, dieser besuchte ihn stets bei seinen Reisen in die Schweiz. Beim Kongress in Oslo 1936 erstattete Behnke einen Bericht «Der Kontinuitätssatz und die Regulärkonvexität». Er schreibt: «Eine leichte Spannung gibt dies Thema zu Fueters Bemühungen um die «rechtsregulären Quaternionenfunktionen». Was wird sich als Funktionentheorie in höher dimensional Räumen durchsetzen? Die Frage ist nun – da ich vierzig Jahre später diese Zeilen schreibe – lange entschieden. Aber jetzt müsste ich sagen, man sollte Fueter nicht ganz übersehen. Das ist Unrecht.» (Ein Leben an deutschen Universitäten im Wandel der Zeit. Göttingen 1978, S.248.) Behnke überliefert uns auch einige Äusserungen Fueters anlässlich seiner Besuche während der Kriegsjahre (ebenda S.148).

Fueters Ergebnisse wurden neuerdings von C.A. Deavours dargestellt (Am. math. Monthly 80, 995–1008, 1973). Er schreibt: “There exists an extensively developed four dimensional calculus, little known in this country, which was developed by R. Fueter in the decade following 1935. Some of the essential aspects of Fueter’s calculus will be discussed in this paper, using a somewhat different approach.”

Ihm folgt A. Sudbery mit einer Neubearbeitung des Gebietes (Quaternionic analysis, Math. Proc. Camb. Philos. Soc. 85, 199–225, 1979): “In 1935, R. Fueter proposed a definition of ‘regular’ for quaternionic functions by means of an analogue of the Cauchy-Riemann equations. He showed that this definition led to close analogues of Cauchy’s theorem, Cauchy’s integral formula, and the Laurent expansion ... The theory developed by Fueter and his school is incomplete in some ways, and many of their theorems are neither so general nor rigorously proved as present-day standards of exposition in complex analysis would require. The purpose of this paper is to give a self-contained account of the main line of quaternionic analysis which remedies these deficiencies, as well as adding a certain number of new results. By using the exterior differential calculus we are able to give new and simple proofs of the most of the main theorems and to clarify the relationship between quaternionic analysis and complex analysis.”

In späteren Jahren ist Fueter zu seiner früher gepflegten Zahlentheorie zurückgekehrt. Er bearbeitete die Herausgabe von Arbeiten Leonhard Eulers für die Bände 4 und 5 der ersten Serie der Opera omnia. Fueter war seit langem mit dieser Edition verbunden. Er wirkte von 1908 an in der Euler-Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft, wurde 1927 deren Präsident und leitete die oft schwierigen Verhandlungen mit grosser Umsicht und Energie bis zu seinem Tod. Wir bewundern, dass es ihm trotz bedrohter Gesundheit und der enormen Belastung durch fast 700 Dienstage vergönnt war, uns diese Herausgabe zu schenken. Es werden in den genannten Bänden die späteren Abhandlungen von Euler zur Zahlentheorie gesammelt. Euler baute auf verstreuten Ergebnissen auf, welche die Mathematiker stets in Erstaunen versetzt hatten, insbesondere auf solchen von Diophant und Fermat. Eine immense Kenntnis numerischer Beziehungen liessen

ihn tief in die Struktur des Gebäudes der ganzen Zahlen blicken und völlig neue Ergebnisse finden, auf denen sodann Gauss aufbaute. Bedenken wir, dass es Euler nicht gelang, ein geplantes Lehrbuch über dieses Gebiet herauszubringen – es fehlten ihm die Beweise von erahnten und numerisch erprobten Gesetzen –, so bewundern wir den Leitfaden, den uns Fueter in seinen Vorreden gibt, um Euler folgen zu können. Eulers Arbeiten befassen sich mit diophantischen Gleichungen, quadratischen Formen, der Theorie der quadratischen Reste und Nichtreste, dem quadratischen Reziprozitätsgesetz und den grossen Primzahlen.

Wie Euler war auch Fueter ein begnadeter Algorithmiker. Als solcher durchschaute er die scheinbar verwirrenden Rechnungsvorgänge bei Euler und sah hinter ihnen die Gedanken. Diese Begabung ist heute selten anzutreffen, sie wird abgelöst durch das abstrakte oder moderne Denken. Um ein Bild zu gebrauchen: Wie ein freier Kletterer den Weg durch die sonnendurchglühten Granitwände erahnt, findet sich der Algorithmiker durch das scheinbare Chaos der Zahlenwelt. Der abstrakt Denkende gleicht dem Ersteiger eisiger Nordwände, systematisch Schritt auf Schritt setzend.

Fueter gab in dem genannten Band I/4 der Opera omnia von Euler eine Arbeit heraus, die sich mit dem Satz von Fermat befasst, welcher besagt, dass sich jede natürliche Zahl als Summe von höchstens vier Quadratzahlen darstellen lässt. Jacobi führte den Ansatz von Euler mit Hilfe der elliptischen Thetafunktionen zu Ende. Fueter ergänzte den Eulerschen Beweis mit elementaren Betrachtungen in einer Arbeit in der Medizinischen Wochenschrift 1939, woraus wiederum klar ersichtlich ist, wie sehr er sich in die Gedankenwelt und die Arbeitsmethode des Vorgängers einfühlen konnte. Seine Beschäftigung mit dem grossen Basler bezeugt ein Artikel zu dessen 200. Geburtstag in der Neuen Zürcher Zeitung vom 14. April 1907. Ferner sei die Biographie erwähnt, die er ihm in den Beiheften der Zeitschrift «Elemente der Mathematik» widmete (1948, <sup>2</sup>1968, <sup>3</sup>1979).

Fueter stellte seine Arbeitskraft in den Dienst der Universität und der Mathematik. In die Zeit seines Rektorates 1920 bis 1922 fällt die Gründung der Schweizerischen Zentralstelle für das Hochschulwesen, ferner die Gründung des Sanatorium Universitaire in Leysin. Die Erinnerungen an vier in Leysin verbrachte Tage (1927) halten seine Eindrücke fest, die er dort empfing. Eindrücklich fordert er die Studierenden auf, sich bei beginnender Krankheit dorthin zur Kur zu begeben. Von 1923 bis 1947 gehörte er dem Kuratorium für wissenschaftliche Forschung an, das er von 1923 bis 1927 präsidierte. Fueter war seit der Gründung 1931 bis zu seinem Tod Präsident der Stiftung des Schweizerhauses der Cité Universitaire in Paris und unterzeichnete den Schenkungsakt. Fueter und seinem Kollegen Speiser ist es weitgehend zu verdanken, dass dieses Haus nach den Plänen von Le Corbusier gebaut wurde. Beide waren mit diesem Architekten eng verbunden. Le Corbusier schenkte sodann die Pläne seines Entwurfes für ein Völkerbundgebäude in Genf der Universität Zürich, lange Zeit zierte ein axonometrischer Plan dieses Entwurfes das nordwestliche Treppenhaus des Universitätsgebäudes.

Fueter gründete 1910 zusammen mit Henri Fehr und Marcel Grossmann die Schweizerische Mathematische Gesellschaft, deren erster Präsident er war und die ihn zum Ehrenmitglied ernannte. In den Jahresversammlungen war er stets anwesend und pflegte den Kontakt mit Kollegen und Schülern. Er wirkte massgebend bei

der Gründung der «Stiftung zur Förderung der mathematischen Wissenschaften in der Schweiz» mit. Ihr verdankt die mathematische Gesellschaft die Herausgabe der Zeitschrift «*Commentarii Mathematici Helvetici*». Fueter war ihr Generalredaktor bis zu seinem Tode. Er leitete das Unternehmen mit Umsicht und bot neben Schweizern vielen Mathematikern aus allen Ländern Gelegenheit, darin ihre Ergebnisse zu veröffentlichen, was insbesondere in den Kriegsjahren sehr wertvoll war. Dank der Mithilfe vieler Kollegen erlangten die *Commentarii* einen international beachteten Ruf.

Das Ansehen, das sich die Mathematik dank dem Einsatz von Fueter und seinen Kollegen in der Schweiz erwarb, bewog die Versammlung des Internationalen Mathematikerkongresses 1928 in Bologna zum Beschluss, diese Veranstaltung 1932 in Zürich abzuhalten. Fueter berichtet darüber in der Neuen Zürcher Zeitung vom 23. September: «In der Schlußsitzung in Florenz stiess die Nomination anderer Länder auf grössere Schwierigkeiten und gab zu peinlichen Diskussionen Anlass, so dass die Abhaltung des Kongresses überhaupt in Frage gestellt war. Die Schweizer Delegation erklärte sich hierauf bereit, den Kongress zu übernehmen, und zwar in Zürich.» Fueter wurde Präsident dieses im schönsten Rahmen und mit grossem Erfolg vom 4. bis 12. September durchgeführten Treffens. In einem Artikel vom 5. September 1932 in der Neuen Zürcher Zeitung «Die Bedeutung des Internationalen Mathematikerkongresses» begrüsst der Präsident die Teilnehmer und führt aus, dass der Schwerpunkt einer solchen Zusammenkunft in der persönlichen Übermittlung von Ergebnissen liege. Denn es sei insbesondere in der Mathematik schwierig, die Gedanken in verständlicher Form schriftlich mitzuteilen. In der Zürcher Monatschronik vom November 1932 finden wir sodann einen Bericht über den Verlauf der Veranstaltung.

Heinrich Tietze hebt in seinem Nachruf auf Fueter die grossen Verdienste hervor, die sich dieser um die Pflege internationaler Beziehungen in schwierigen Zeiten erworben hat. Auch hiervon zeugt wiederum der Bericht über den folgenden Kongress in Oslo in der Neuen Zürcher Zeitung vom 9. August 1936.

Fueters mathematische Forschung war eng verbunden mit seiner militärischen Laufbahn in der Schweizerischen Milizarmee. Er erläutert den Einfluss der mathematischen Disziplinen auf die Kriegswissenschaft in einem Beitrag zu der Festschrift für Max Huber (1944). Zunächst der psychologische Einfluss: Hier ist die rasche Entschlusskraft eine Charaktereigenschaft, rasches und richtiges Schliessen werden ergänzt durch klares Denken, dem Zwillingsbruder der Einfachheit. Kartenkenntnis, Einschätzung der eigenen Mittel und der Lage des Gegners werden zusammengefasst unter dem Begriff der Beurteilung der Lage. Weitgehend analoge Verhältnisse liegen in der mathematischen Forschung vor, wo geometrische Vorstellungskraft und unbegrenzte Phantasie im abstrakten Denken verlangt werden. In beiden Bereichen spielt die Organisation eine fundamentale Rolle, wir wissen um die beneidenswerte Begabung von Fueter in dieser Sparte, die er vielen Unternehmungen hat zugute kommen lassen. Sodann wird der Einfluss der mathematischen Disziplinen auf die Kriegswissenschaft an ausgewählten Beispielen erläutert: Eulers Werk «*Neue Grundsätze der Artillerie*» (1744) diente noch Napoleon I. als Lehrbuch. Anlässlich von Kartierungen entwickelte Gauss die Methode der kleinsten



Quadrate, und die von Jakob Bernoulli entwickelte Wahrscheinlichkeitstheorie bildet die Grundlage für die Interpretation von Trefferbildern.

Fueter trat mutig für die Belange der Armee ein. In einem bemerkenswerten Artikel «Wehrwille» in der Neuen Zürcher Zeitung vom 19. Februar 1935, verfasst im Hinblick auf die zur Abstimmung am 24. Februar 1935 gelangende Wehrvorlage, ruft er zur Verteidigung der ideellen und kulturellen Werte der Schweiz auf.

Nicht nur durch seine Schriften, sondern insbesondere durch seinen persönlichen Einsatz erwarb sich Fueter unvergessliche Verdienste für seine Heimat. Während des zweiten Weltkrieges leistete er als Oberst vom Januar bis März (?) 1940 als Vertreter des Chefs in der Abteilung für Presse und Funkspruch Dienst, nachher war er Artilleriechef einer Division. Bereits am 6. Januar stellte er in acht Paragraphen die Grundsätze der Pressekontrolle auf, die sich aus dem Grunderlass vom 8. September 1939 ergaben (siehe G. Kreis, Zensur und Selbstzensur, S. 432, 1973). Diese zeigen aufs deutlichste, dass Fueter gleich zu Beginn seiner Tätigkeit die zuverlässige Meinungsäusserung der Presse und ihre disziplinierte und massvolle Kritik zuließ. Die Presse soll dem Weltgeschehen vom schweizerischen Standpunkt aus gerecht werden. Beeinflussung vom Ausland ist dabei abzulehnen. Verächtlichmachung abweichender Ansichten und Schulmeistereien gegenüber dem Ausland sind zu unterlassen.

Der militärischen Abteilung Presse und Funkspruch lag die Kontrolle der zivilen Presse ob. Dies musste natürlicherweise zu Spannungen führen, sie lagen nicht bei den Persönlichkeiten, sondern in den Verschiedenartigkeiten der einander zugeordneten Instanzen. Fueter hat nach meinen Nachfragen nie darüber gesprochen. Das folgende habe ich erst durch das Buch «Spying for peace; General Guisan and Swiss neutrality» 1961 von Jon Kimche erfahren. Die deutsche Ausgabe «General Guisans Zweifrontenkrieg» (Berlin 1962) enthält auf Seite 71 den Beitrag:

«Alle diese Männer brandmarkten den Mangel an Zurückhaltung in der schweizerischen Öffentlichkeit, wie er in der deutschsprachigen Presse zum Ausdruck kam, als die Hauptursache der drohenden Haltung Deutschlands gegenüber der Schweiz.

Zum Glück für die Schweizer Presse und die Erhaltung der demokratischen Rechte der Schweiz blieb aber diese Auffassung nicht unangefochten. In einer Antwort an Oberst Masson und anschliessend in einem Bericht an den Generalstabschef verteidigte Oberst Rudolf Fueter, der Chef der Abteilung Presse und Funkspruch im Armeekommando, die demokratischen Rechte der Presse in beinahe klassischer Form; dieses Schriftstück sollte zum Glaubensbekenntnis der freien Presse und zu einem wichtigen Faktor des schweizerischen Willens zum Durchhalten werden. Oberst Fueter antwortete Oberst Masson: «Wir müssen nicht nur unsere geographischen Grenzen verteidigen, sondern auch unsere demokratischen Grundsätze. Ersteres ist die Pflicht der Armee, letzteres gehört in den Aufgabenbereich der Presse ... Unsere geistige Freiheit mit unserem Blute zu verteidigen ist ebenso wichtig wie die Verteidigung der Unabhängigkeit des Landes.» In seinem Bericht, den Oberst Fueter am 10. April an den Generalstabschef richtete, entwickelt er seine Ansichten noch eingehender, ohne das Hauptargument einzuschränken. «Unsere Presse hat die Pflicht, die Innen- und Aussenpolitik des Nationalsozialismus zu verwerfen und dies klar und eindeutig zu tun. Eines der Ziele der nationalsozialistischen Aussenpolitik ist es, diese Auffassung zu unterdrücken.»



Oberst Fueters mutiges Memorandum scheint den General beeindruckt zu haben, nicht aber Oberst Masson und jene Bundesräte – einschliesslich Bundespräsident Pilet-Golaz – und hohen Offiziere, die Massons Auffassung von der Schuld der Schweizer Presse teilten.»

Ähnliches vernehmen wir von Walo von Greyerz (Politische Rundschau, 48. Jahrgang, Biel 1969, «Die Meinungspresse in gefährvoller Zeit») auf Seite 123: «Ausgezeichnete, für die Aufgabe der Presse verständnisvolle Worte fand der Chef der Abteilung Presse und Funkspruch, Oberst Rud. Fueter, der die Bedenken Massons zwar weitgehend teilte, aber folgendes zu erwägen gab: «Wir haben nicht nur unsere geographischen Grenzen, sondern auch unsere freiheitliche Gesinnung heute zu verteidigen. Während das erste Sache der Armee ist, ist das zweite Aufgabe der Presse (ebenso bei Edgar Bonjour, Geschichte der Schweizerischen Neutralität, Band V, S. 168, Basel 1970). Wir können sie uns nicht nehmen lassen, ohne unsere Selbständigkeit aufzugeben. Dass dies sachlich und vorsichtig geschehen soll, ist klar. Das Problem ist, hier den richtigen Schritt zu finden ... Unsere geistige Unabhängigkeit ist ebensoviel wert, mit unserm Blut bezahlt zu werden, als die Unversehrtheit unseres Landes zu erhalten.»»

Wer jene gefährvollen Zeiten miterlebte, weiss, welchen Mut und welche Standfestigkeit solche Haltung bedeutete. Er wird für immer Rudolf Fueter bewundern und ihm zutiefst dankbar sein.

Fueter war stets bestrebt, weitere Kreise über das Geschehen in den mathematischen Wissenschaften zu orientieren und mit deren Gedanken vertraut zu machen. Davon zeugen die 35 Artikel, die teils in Tageszeitungen, teils in Zeitschriften erschienen sind und die in der Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich XCV (1950), Seiten 286f., aufgezählt sind. Ihre Lektüre trägt reichen Gewinn ein. Ich erwähne in Ergänzung zu bereits Angeführtem die beiden Artikel, die er seinem Lehrer David Hilbert widmet (1932 und 1943), Nachrufe an seine Kollegen Walter Ritz, Ferdinand Rudio, Emile Piccard, Constantin Carathéodory und Gedenkartikel an die Wegbereiter der heutigen Mathematik, Niels Henrik Abel (1929) und Evariste Galois (1932).

Fueter war um den Nachlass des grossen Schweizer Geometers Jakob Steiner bemüht und gab unter Mitwirkung von Ferdinand Gonseth das nachgelassene Werk «Allgemeine Theorie über das Berühren und Schneiden der Kreise und Kugeln» (1931) heraus. Auch seien zwei Kurzbiographien über den grossen Berner aus seiner Feder erwähnt.

Fueter trat 1917 der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich bei. Er hielt dort im Jahre 1930 einen Vortrag über «Die mathematisch-statistische Methode in den Naturwissenschaften». Als Beiblatt 32 zur Vierteljahrsschrift dieser Gesellschaft erschien 1940 eine Festschrift (232 Seiten), mit welcher Kollegen und Schüler ihre Verehrung und Dankbarkeit auszudrücken versuchten.

1924 wurde Fueter korrespondierendes Mitglied des Institutes von Coimbra (nach dem Lebenslauf vom 7. Januar 1933, an die Leopoldina zu Halle gesandt), am 17. November 1932 ernannte ihn die deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina in Halle zum Mitglied.

Anlässlich der Feier des hundertsten Todestages von N.H. Abel am 6. April 1929 wurde Fueter zum Ehrendoktor der Universität Oslo ernannt, die Urkunde lautet:

Comilitones!

Sicut proposuit ordo mathematico physicus in nomine Collegii academici Universitatis nostrae summos in philosophia honores confero in hos viros et philosophiae doctores eos rite creatos pronuncio.

L. Egbert J. Brouwer

Friedrich Engel

Rudolf Fueter

Jacques Hadamard

Godfrey Harold Hardy

Kurt Hensel

Christian Juel

Edmund Landau

Ernst Leonard Lindelöf

Paul Painlevé

Lars Edvard Phragmén

Salvatore Pincherle

Teiji Takagi

Charles Jean Gustave Nicolas

de la Vallée Poussin

Oswald Veblen

Hermann Weyl

2. *Speiser*, Andreas, geboren am 10. Juni 1885 in Basel, gestorben am 12. Oktober 1970 in Basel. Sohn des Paul Speiser (1846–1935) und der Elisabeth, geborene Sarasin (1861–1938), verheiratet 1916 mit Emmy La Roche (1891–1980).

Die Familie Speiser stammt aus Wintersingen BL. Jakob Speiser-Buser (1743–1827) liess sich 1779 dauernd in Basel nieder. Sein Sohn Johann Jakob Speiser-Baumgartner (1777–1856) erwarb dort 1816 das Bürgerrecht. Dessen Sohn Johann Jakob Speiser-Hauser (1813–1856) war eine bemerkenswerte Gestalt der aufstrebenden Handelsstadt Basel. Er gründete eine der ersten Handelsbanken des aufblühenden Handels- und Industriezentrums, er wurde dank seinen monetären Kenntnissen der Reformator des schweizerischen Münzwesens (1848–1852) und war Mitbegründer und erster Direktor der Centralbahn (1852), wahrlich eine grossartige Dienstleistung um das Gemeinwesen in seinem kurzen Leben. Sein Sohn Paul Speiser-Sarasin (1846–1935) war eine nicht weniger profilierte Persönlichkeit Basels: Professor an der juristischen Fakultät, Regierungsrat und zeitweise Nationalrat. In einer grossen Familie verbrachte der Sohn Andreas eine glückliche Jugendzeit.

Nach seinen handschriftlichen Aufzeichnungen verdankte er dem Spiel auf zwei Klavieren mit seiner Mutter die Grundlagen für seine profunden Musikkennntnisse und für sein späteres Spiel, er zählte zu den besten Amateuren. Ohne Schwierigkeiten und ohne Auszeichnungen, wie er schreibt, durchlief er die Basler Schulen mit dem Abschluss am Gymnasium auf dem Münsterplatz.

Auf Anraten des Mathematikers Karl Von der Mühl bezog er 1904 die Universität Göttingen. Nach einem zweiseimestrigen Aufenthalt in Berlin begann er seine Dissertation unter der Leitung von Hermann Minkowski und beendigte im Wintersemester 1908/09 das Studium mit der Dissertation «Theorie der binären quadrati-

schen Formen mit Koeffizienten und Unbestimmten in einem beliebigen Zahlkörper». Minkowski starb kurz vor der mündlichen Prüfung, die sodann von dessen Freund David Hilbert am 3. März 1909 abgenommen wurde.

Wanderjahre führten Speiser nach Schottland, London und Paris. Schon damals wurde er auf die Beziehungen der Mathematik mit der Kunst aufmerksam, die ihn das ganze Leben hindurch fesselten. Algebra, Zahlentheorie und Gruppentheorie wurden zu seinen Forschungsgebieten. Heinrich Weber und die Nähe der Heimatstadt trugen dazu bei, dass sich Speiser 1911 in Strassburg habilitierte. Im Sommersemester 1915 vertrat er Rudolf Fueter an der Technischen Hochschule in Karlsruhe.

Auf das Sommersemester 1917 wurde Speiser zum ausserordentlichen Professor für reine Mathematik an die Universität Zürich berufen, 1919 wurde er Ordinarius. In den Jahren 1932 bis 1934 diente er als Dekan der philosophischen Fakultät II und versah dieses Amt vertretungsweise nochmals im Winter 1935/36. Auf das Wintersemester 1944 trat er wegen Berufung an die Universität Basel zurück. Sein Nachfolger wurde Lars Ahlfors (geboren am 18. April 1907 in Helsingfors), der im Herbst 1946 die Universität verliess, um einem Ruf an die Harvard-Universität in Cambridge, Mass., zu folgen. Zu dessen Nachfolger wurde Rolf Nevanlinna (geboren am 22. Oktober 1895 in Joensuu, Finnland) gewählt. Er wurde im Herbst 1949 unter Ernennung zum Honorarprofessor entlassen, versah aber seine Lehrtätigkeit bis zum Herbst 1963.

Speiser bearbeitete in seiner Dissertation (Sp.1) Probleme aus dem Gebiet der quadratischen Formen mit zwei Variablen. Durch Arbeiten Leonhard Eulers angeregt, schuf C.F. Gauss in seinem Jugendwerk «Disquisitiones Arithmeticae» 1801 das schwer zugängliche, reich mit neuen Ergebnissen befrachtete Lehrbuch des beginnenden 19. Jahrhunderts. Den Darstellungen von Dirichlet und von Dedekind verdanken wir den leichteren Zugang zu den schönen Ergebnissen, David Hilbert und Hermann Minkowski deren Ausbau und Weiterführung. Hilbert übertrug die Ideen von Gauss auf die Betrachtung der Ideale in relativquadratischen bzw. relativ-abelschen Zahlkörpern. Die Erweiterung auf Formen mit Koeffizienten und Unbestimmten in beliebigen Zahlkörpern wurde der Inhalt der Dissertation von Speiser. Zunächst wird die Darstellung einer Zahl im Körper  $K(\sqrt{\delta})$  behandelt mit dem Ergebnis: Jede zu  $\delta$  prime Zahl, die in diesem Körper zerfällt, wird durch Formen der Diskriminante  $\delta$  dargestellt, und zwar nur durch eine endliche Anzahl verschiedener Formenklassen mit derselben Primitivdiskriminante. Aus der Reduktionstheorie folgt, dass es zu gegebener Primitivdiskriminante nur endlich viele Formenklassen gibt. Im zweiten Kapitel wird die Anzahl der Klassen untersucht und mit der Anzahl der Modulklassen verglichen.

In der Festschrift für Heinrich Weber ergänzt Speiser Lücken in den Artikeln 234 bis 251 der «Disquisitiones Arithmeticae». Er zeigt, dass sich zwei beliebige Formen mit derselben Diskriminante, aber relativ primen Teilern durch unendlich viele bilineare Substitutionen komponieren lassen. Durch ihre Komposition entstehen sämtliche Formen einer bestimmten Formenklasse. Übergehend zu den Geschlechtern wird gezeigt, dass jede Form des Hauptgeschlechtes durch Duplikation entsteht.

In seiner dritten Arbeit (Sp.3) wendet sich Speiser der Theorie der Substitu-

tionsgruppen zu. Sei  $N$  die Ordnung einer irreduziblen Substitutionsgruppe,  $A$  eines ihrer Elemente,  $\chi(A)$  die Summe der charakteristischen Wurzeln, insbesondere für die Einheit  $E$  sei  $\chi_1 = \chi(E)$ , ferner sei  $h(A)$  die Anzahl der Elemente in der Klasse von  $A$ . Es werden Beziehungen zwischen diesen Grössen hergestellt und Teilbarkeitseigenschaften bezüglich einer Primzahl untersucht. Ist der Grad eines Elementes  $A$  relativ prim zum Grad der Gruppe, so ist der kleinste Exponent  $i$ , für den  $A^i$  in das Zentrum der Gruppe fällt, ein Teiler des Grades der Gruppe.

Bis in die neueste Zeit haben drei weitere Abhandlungen von Speiser Beachtung gefunden (Sp.4–6). In (Sp.4) werden Ergebnisse über die Lagrangeschen Resolventen eines zyklischen Körpers auf Galoissche Körper übertragen. In jedem Zahlkörper gibt es Zahlen, die ein beliebiges zur Gruppe gehöriges Gleichungssystem befriedigen. Es wird die Gesamtheit der zu einem Gleichungssystem (Kleinsches Formenproblem) gehörigen Lösungen angegeben und daraus die Formeln aus der Theorie der Gleichungen fünften Grades hergeleitet. Der Zusammenhang mit der Gruppendeterminante wird aufgedeckt, und für den Fall der Normalbasis wird gezeigt, wie sich die Diskriminantenteiler auf die Determinanten der verschiedenen Darstellungen der Gruppe verteilen (siehe auch Sp.4a). Die von Speiser eingeführten verallgemeinerten Resolventen sind von A. Fröhlich (1966) als Homomorphismen gewisser Moduln erkannt worden. Unter Heranziehung der von Hilbert eingeführten Begriffe des Trägheitskörpers und des Verzweigungskörpers wird ein Ergebnis über die Verzweigungsgruppe erhalten. S. Ullom (1969) nimmt das Resultat von (Sp.4) auf:  $K/F$  sei eine Galoissche Erweiterung eines Zahlkörpers, damit der Ring  $O_K$  der ganzen Zahlen von  $K$  eine Normalbasis besitzt, muss  $K/F$  schwach verzweigt sein.

Viel Beachtung fand die Arbeit Nr.5 «Die Zerlegungsgruppe». Sie schliesst an den «Zahlbericht» von D. Hilbert an (Jber. Deutsch. Math.-Verein. IV, 1897). Speiser geht davon aus, dass die Reste nach den Potenzen eines Primideals eines algebraischen Zahlkörpers ein System von  $p$ -adischen Zahlen bilden, und untersucht die Gruppe der Automorphismen eines solchen Systems.

Die Substitutionen des Körpers, welche das Primideal  $\mathfrak{P}$  unverändert lassen, bilden die Zerlegungsgruppe  $\mathfrak{Z}$ . Diejenigen, welche die Reste modulo  $\mathfrak{P}$  nicht vertauschen, bilden einen Normalteiler  $\mathfrak{T}$  der Zerlegungsgruppe, welcher Trägheitsgruppe heisst. Ferner bilden die Substitutionen von  $\mathfrak{Z}$ , welche die Reste modulo  $\mathfrak{P}^2$  nicht vertauschen, einen Normalteiler  $\mathfrak{B}$ , der Verzweigungsgruppe heisst. Zunächst wird in §1 die Faktorgruppe  $\mathfrak{Z}/\mathfrak{B}$  untersucht: Sie enthält als zyklischen Normalteiler die Gruppe  $\mathfrak{T}/\mathfrak{B}$ , die näher untersucht wird. In der Reihe der Verzweigungsgruppen  $\mathfrak{B}, \mathfrak{B}_1, \dots$  ist jede ein Normalteiler von  $\mathfrak{Z}$ , und die Faktorgruppe zweier aufeinanderfolgender ist eine abelsche Gruppe, deren Ordnung und Typus bestimmt werden. Daraus ergibt sich in §2 der Satz von Kronecker, wonach jeder abelsche Körper ein Kreiskörper ist. Ist  $\mathfrak{B}_i$  die  $i$ -te Verzweigungsgruppe, so liegt nach Satz 3 von §3 die Gruppe  $\mathfrak{B}_i/\mathfrak{B}_{i+1}$  im Zentrum der Gruppe  $\mathfrak{B}_1/\mathfrak{B}_{i+1}$ . Es stellte sich heraus, dass dies ein Nebenresultat eines Hilfssatzes von E. Artin ist (Artin, J. Reine Angew. Math. 164, 25, 1931). Siehe ferner die Arbeiten von Casson-Nogues, Ribenboim und Serre, die auf die Ergebnisse von Speiser hinweisen.

Die Arbeit Nr.6 schliesst wiederum an Hilberts Zahlbericht an, insbesondere an



den berühmten Satz 90. Sei der Körper  $K$  relativ zyklisch bezüglich des Körpers  $k$ . Die Substitutionen der zyklischen Relativgruppe seien durch  $S$  erzeugt. Jede Zahl  $a$  von  $k$ , deren Relativnorm in bezug auf  $k$  gleich 1 ist, wird die symbolische  $(1-S)$ -te Potenz einer gewissen Zahl  $b$  von  $K$ . Anstatt die Zahlen eines Körpers zu betrachten, untersucht Speiser Matrizen  $M_E, M_A, \dots$ , die einer Gruppe mit den Elementen  $E, A, \dots$  zugeordnet sind und deren Koeffizienten im Körper  $K$  liegen.  $M_E^S, M_A^S, \dots$  ( $S = E, A, \dots$ ) seien die konjugierten Matrizen, und für die Multiplikation gelte  $M_S^T M_T = M_{ST}$ . Speisers Satz besagt dann, dass es in  $K$  eine Matrix  $M$  gibt mit  $M_S = (M^S)^{-1} M$ . Als Folgerung ergibt sich hieraus eine wichtige Aussage über die Koeffizienten der Matrizen einer irreduziblen Gruppe von ungeradem Grad. Besitzt diese reelle Charaktere, so lässt sie sich so transformieren, dass ihre Koeffizienten in dem durch die Charaktere bestimmten Körper liegen. Ist hingegen der Grad gerade, ferner das Charakterensystem reell und enthält die Gruppe eine Substitution, welche die Wurzeln  $+1$  und  $-1$  in ungerader Vielfachheit besitzt, so lässt auch sie sich so transformieren, dass ihre Koeffizienten im Körper der Charaktere liegen. Dieses Ergebnis ist von Hall-Weber (1968) verwendet und von Takahashi (1968) und von Ritter (1977) verallgemeinert worden. Im Anschluss an Speisers Arbeit behandelte I. Schur den Fall, in welchem die Matrizen der Gleichung  $M_S^T M_T = r_{S,T} M_{ST}$  genügen. Das System  $r_{S,T}$  muss einer Bedingung genügen und liefert dann genau eine irreduzible Darstellung der Gruppe.

Das Problem der Zerlegung einer rationalen Primzahl  $p$  in einem Galoisschen Zahlkörper wird in Nr. 8 bzw. 8a zurückgeführt auf die Untersuchung der Ordnung einer gewissen Matrix modulo  $p$ . Für Kreiskörper und relativ-zyklische Körper ergeben sich die aus anderen Untersuchungen bekannten Zerlegungsgesetze, für beliebige Körper ein Algorithmus zur Ermittlung des Grades seiner Primideale. Von der ganzen Betrachtung sind die Diskriminantenteiler ausgenommen.

Bleiben wir noch bei der Zahlentheorie. 1932 befasste sich Speiser in der Abhandlung Nr. 17 mit den Minima der Formen von Hermite. Im Anschluss an die Dissertation seines Schülers J. Züllig werden durch die Betrachtung von Kugelpackungen Approximationen von komplexen Zahlen  $\zeta$  durch gekürzte Brüche  $p/q$  betrachtet und die Existenz unendlich vieler Paare  $(p, q)$  mit  $|\zeta - p/q| < 1/[\sqrt{3} N(q)]$  bewiesen. Ein ähnlicher Satz ergibt sich für die Approximation einer reellen Quaternion  $\xi$  durch ganzzahlige Quaternionen  $p$  und  $q \neq 0$ . Er besagt, dass die Ungleichung  $|\xi - p/q| < 1/[(5/2)^{1/2} N(q)]$  unendlich viele Lösungen in ganzzahligen Quaternionen  $p$  und  $q \neq 0$  besitzt. Ob  $(5/2)^{1/2}$  die bestmögliche Konstante ist, beantwortete A.L. Schmidt (1969) dahin, dass sie dies in gewissem Sinn tatsächlich ist.

1923 erschien das Lehrbuch «Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung». Bisher wurde die Gruppentheorie nur in englischer Sprache von W. Burnside (1911) dargestellt, das Werk enthielt viele eigene Forschungen, welche diejenigen von G. Frobenius, L. Sylow, C. Jordan u. a. ergänzten. In deutscher Sprache lagen die «Algebra von H. Weber (2. Bd. 1899)» und «Gruppen- und Substitutionstheorie von E. Netto (1908)» vor, die nur in Teilgebiete einführten.

Speisers Gruppentheorie ist sein Jugendwerk, das über viele Jahrzehnte führend blieb. Bereits beim Erscheinen bemerkt ein Referent: «Es ist erstaunlich, was der Verfasser in dem wertvollen Buch auf dem engen Raum von 194 Seiten von elemen-

taren Sachen ausgehend zur Darstellung bringt. ... Die vom künstlerischen Standpunkt aus in ihrer Knappheit reizvolle Darstellung dürfte das Eindringen etwas mühevoll machen.» B.L. van der Waerden (1950) charakterisiert das Werk mit den Worten: «Andreas Speiser war einer der Pioniere der modernen Algebra. Sein Buch ist immer noch die schönste Einführung in die Gruppentheorie.» In beiden Zitaten wird also die Schönheit des Werkes betont, dieser verdankt es viele begeisterte Leser, welche die Mühe des Studiums nicht scheuten. Nachdem im Laufe der zwanziger Jahre durch die Vorlesungen von Emil Artin und Emmy Noether das neuartige abstrakte Denken in die Algebra und die Gruppentheorie eindrang und dort die Methoden völlig neu gestaltete und eine Zusammenfassung im Lehrbuch «Moderne Algebra» (1930) fand, ist es erstaunlich zu sehen, dass bereits Speiser in diesen Kategorien dachte. Seine Denkweise wurde richtungsweisend, er darf als einer ihrer Vorläufer und Väter bezeichnet werden. Ähnliche Züge werden wir später in seinem philosophischen Denken antreffen. Die zweite Auflage enthält wertvolle Erweiterungen. Auf vier Seiten wird die Vorgeschichte der Gruppentheorie dargestellt und dabei auf die Ornamentik und die regelmässigen Körper sowie auf die Bedeutung der Symmetrie in der Musik hingewiesen. Im eingefügten sechsten Kapitel werden auf zwanzig Seiten die Streifen- und Flächenornamente hergeleitet. Speiser unternahm 1928 eine Reise nach Ägypten, um die dortigen Ornamente kennenzulernen. Wolfgang Graeser begleitete ihn und verfertigte die photographischen Aufnahmen.

Speisers Darstellung übte tiefe Wirkung auf Künstler aus und regte die zur Rarität gewordene Dissertation von Edith Müller über die Ornamentik in der Alhambra an. (Gruppentheoretische und strukturanalytische Untersuchungen der maurischen Ornamente aus der Alhambra in Granada, S. 1–128, 43 Tafeln, Rüschlikon 1944.) Auf sechs einleitenden Seiten geht Speiser der Herleitung des Gruppenbegriffes nach und zeigt, wie er aus dem erst 1926 von Heinrich Brandt entdeckten Begriff des Gruppoides entwickelt werden kann. Brandt, ein Schüler von Speiser aus dessen Strassburger Zeit, fand diesen Begriff bei der Untersuchung der Komposition quadratischer Formen, die er auf Anregung Speisers unternahm. Die dritte Auflage enthält wiederum wertvolle Ergänzungen: Die Lehre von den symmetrischen Gruppen wurde im Hinblick auf die Physik ausführlicher dargestellt, und für den Fundamentalsatz von M. Wedderburn wurde der elegante Beweis von E. Witt eingefügt. Eine ganz besondere Freude bereitet es Speiser, dass der Birkhäuser Verlag die vierte Auflage mit einer Farbtafel der Modul- oder Kreisfigur von Felix Klein schmückte. Dieses Titelbild erläutert Speiser in einem Anhang. Stets wieder hat er, besonders in Gesprächen mit Schülern und mit Künstlern, seiner Begeisterung über diese Figur Ausdruck gegeben. Speiser legte bereits in der ersten Auflage Wert darauf, die Zusammenhänge der Gruppentheorie mit der Kristallographie zu betonen. Diese war damals in Zürich unter Paul Niggli und seinen Schülern in voller Entfaltung, sie empfing reiche Anregung durch das Erscheinen der «Gruppentheorie». Speiser hat den enormen Aufschwung der Theorie der Raumgruppen bis zur Herleitung aller dieser Gruppen im Raume von vier Dimensionen nicht mehr erlebt, auch nicht mehr das Eindringen des Gruppoidbegriffes in die Strukturlehre der Kristalle, aber was er gesät hat, trug reiche Früchte.

In den Nrn. 12 und 12a wird die Bedeutung des Gruppoids für die Bildung von

Teilbarkeit und Multiplikation zweier Ideale im Integritätsbereich einer Algebra untersucht. In Nr.13, die teilweise an Nr.6 anschliesst, wird das Problem der Erweiterung von Gruppen durch Hinzufügung eines Zentrums erläutert.

Mehrmals ist Speiser auf die Bedeutung der Gruppentheorie für die Kunst zu sprechen gekommen. Er fand in Basel einen Künstler, Karl Gerstner, der diese Anregungen aufnahm und dies in seinem Werk *«Color Lines»* (Edition Stähli, Zürich 1978) zum Ausdruck brachte. Darüber hinaus skizzierte er mit künstlerischer Feder den Menschen: «So unkonventionell Speiser war, so konventionell war seine Bildung: klassisch-universal, der Humus, auf dem er seine Kürbisse zog. Die farbigsten gediehen aus einer Kreuzung von Mathematik und Kunst.» Und in einem Brief schreibt er: «Jetzt, wo er tot ist, vermisse ich ihn alle, die ihn kannten, weil er doch eine ganz aussergewöhnliche Persönlichkeit war.»

In der Malerei interessierten ihn nicht nur die Ornamente, sondern auch die Farben. In Nr.42 wird der Farbraum untersucht. Sind A und B zwei hinreichend benachbarte Farben, so gibt es stets eine Farbe C, die mit A vermischt die Farbe B ergibt. Hieraus folgt, dass jede Farbe als Zentrum einer Involution aufgefasst werden kann. Nach G. Thomsen besitzt diese Ebene eine euklidische Metrik, wenn das Produkt dreier Involutionen wieder eine solche ist. Speiser zeigt, dass die Farben diesem Gesetz genügen. Von der Ebene gelangt man durch Hinzunahme von Hell und Dunkel in den Farbraum.

Das schmale Bändchen *«Algebras and their arithmetics»* (1923) von L.E. Dickson bildet den Ausgangspunkt der Arbeiten Nr.9 und Nr.22. Speiser regte eine Übertragung des Buches ins Deutsche an, worauf uns Dickson eine vollständig neu geschriebene und stark erweiterte Fassung zur Übersetzung zusandte. Diese erschien 1927 bei Orell Füssli unter dem Titel *«Algebren und ihre Zahlentheorie»* und enthält als 13.Kapitel eine leichte Überarbeitung von Speisers Abhandlung Nr.9, die inzwischen als Sonderdruck zur Rarität geworden war. Das Buch wurde sehr freundlich aufgenommen, es war «die erste deutschsprachige Darstellung einer neu entstandenen, hochbedeutenden Theorie, die in wachsendem Masse das Interesse der Algebraiker und Zahlentheoretiker auf sich zieht. Es ist durchweg klar und elegant geschrieben, fast überall auch leicht fasslich und durch Beispiele belebt.» Der Teil von Dickson ist in der Hauptsache algebraischer Natur, während Speiser die Zahlentheorie entwickelt und eine Übersicht über alle Ideale einer rationalen, halbeinfachen Algebra sowie eine Einsicht in ihre multiplikativen Beziehungen anstrebt. Es gelang ihm zehn Jahre später, seine Entdeckungen in vereinfachter Form in der Arbeit Nr.22 darzustellen. Diese grundlegende Arbeit hat die Entwicklung der Zahlentheorie hyperkomplexer Systeme nachhaltig beeinflusst. Ihren Inhalt fasst H. Brandt zusammen:

«In einer einfachen Algebra im Gebiet der rationalen Zahlen wird das Restsystem einer Ordnung, die zwar höchsten Rang hat, sonst aber beliebig ist, nach einer Primzahlpotenz als Modul betrachtet. In diesem Restsystem auftretende Unregelmässigkeiten werden schrittweise durch Aufsteigen zu umfassenderen Ordnungen beseitigt, bis man schliesslich für maximale Ordnungen klare Gesetzmässigkeiten erhält. Diese Methode liefert zwar auch Erkenntnisse über nicht maximale Ordnungen, bringt aber naturgemäss Komplikationen mit sich, die vermieden werden, wenn man, so wie es in der Abhandlung geschieht, gleich von vornherein Bedingun-



gen zugrunde legt, wie sie maximalen Ordnungen entsprechen. Darin bestehen die Vereinfachungen dieser Abhandlung zur früheren. Die Ergänzungen bestehen darin, dass der Anschluss hergestellt wird zu Begriffsbildungen, die von H. Brandt aufgestellt worden sind (Gruppoid der Ideale). Das war zwar schon teilweise von Artin und vollständig von Hasse geschehen, aber nur unter Heranziehung neuer Hilfsmittel. Hier wird gezeigt, dass die ursprünglichen Methoden zu diesem Ziel vollständig ausreichen. Sie ermöglichen die Konstruktion aller maximalen Ordnungen und ihrer Ideale und geben Auskunft über die zwischen ihnen bestehenden Beziehungen.»

Ende der zwanziger Jahre dozierte Rolf Nevanlinna als Gastprofessor an der ETH. Er befreundete sich mit Speiser, der durch ihn die Anregung zu einigen Arbeiten aus dem Gebiet der ganzen transzendenten Funktionen erhielt. Anschliessend an Sätze von W. Gross und I. Iversen betrachtet Speiser in Nr. 14 jene Riemannschen Flächen, die zu den inversen Funktionen ganzer transzendenter Funktionen gehören und deren endliche Singularitäten isoliert liegen. Seien  $u = g(z)$  und  $w = h(u)$  zwei eindeutige Funktionen, die entweder ganze transzendente Funktionen der  $z$ - bzw.  $w$ -Ebene sind oder einen Grenzkreis haben. Beide sollen ihre Gebiete auf gewisse, näher beschriebene Riemannsche Flächen abbilden. Dann ist die Funktion  $h(g(z))$  dann und nur dann ganz transzendent, wenn  $g(z)$  und  $h(u)$  es sind. Mittels der durch Julia gegebenen Verschärfung des Lemmas von Schwarz werden Abbildungseigenschaften der genannten inversen Funktionen hergeleitet. Am Schluss werden einige Probleme formuliert, die entscheiden sollen, ob eine gegebene Fläche zu einer ganzen transzendenten Funktion oder zu einer Funktion des Grenzkreistypus gehört.

Die in Nr. 15 betrachteten Riemannschen Flächen sind aus drei Sorten von Blättern aufgebaut. Sorte I: Die volle Ebene, die von  $+1 \rightarrow \infty$  und von  $-1 \rightarrow -\infty$  längs der reellen Achse aufgeschlitzt ist. Sorten II und III: Volle Ebene mit je nur einem dieser beiden Schlitze. Einer Veranschaulichung solcher Riemannschen Flächen dienen topologische Bäume. Endfolge eines Baumes ist ein Streckenzug ohne Gabelung. Auf zwei Wegen wird bewiesen, dass die Anzahl der Endfolgen eines Baumes entweder endlich oder abzählbar oder von der Mächtigkeit des Kontinuums ist. Alle jene Riemannschen Flächen sind entweder auf die volle Ebene (erste Art) oder auf eine endliche Kreisscheibe (zweite Art) konform abbildbar. Es wird vermutet, dass die Riemannschen Flächen zur ersten Art dann und nur dann gehören, wenn die Zahl der Endfolgen endlich oder abzählbar unendlich ist. Bewiesen werden die folgenden Ergebnisse: Zerschneidet man eine Fläche längs einer Verzweigungslinie, so zerfällt sie in zwei Teile  $A$  und  $B$ . Durch Spiegelung an der Verzweigungslinie mögen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  entstehen. Gehört dann  $A + \bar{A}$  zur zweiten Art, so auch  $A + B$ . Man kann annehmen, dass bei der Abbildung von  $A + \bar{A}$  die Hälfte von  $A$  in einen Halbkreis  $H$  übergeht, während  $A$  bei der Abbildung von  $A + B$  in einen Bereich  $G$  übergeht. Die so gestiftete Abbildung von  $H$  auf  $G$  ist auf den Randbögen von  $H$  regulär. Ein Weg auf  $A$ , der bei der Abbildung von  $A + B$  in einen Weg übergeht, der in einem bestimmten von den Halbkreisenden verschiedenen Peripheriepunkt endigt, behält diese Eigenschaft, wenn statt  $B$  an  $A$  ein anderes Riemannsches Flächenstück der betrachteten Bauart angefügt wird. Eine besondere Betrachtung gilt den Halbkreisenden. Sind



$A + \bar{A}$  und  $B + \bar{B}$  von der ersten Art, aber  $A + B$  von der zweiten Art, so besteht der Häufungsbereich der Bildkurve von  $A$  und  $B$  aus der ganzen Peripherie des Bildkreises.

In Nr. 24 betrachtet Speiser eine einfach zusammenhängende Riemannsche Fläche, die bei  $\infty$  in allen Blättern logarithmisch verzweigt ist und die sonst nur an den Stellen  $\pm 1$  logarithmische Windungspunkte aufweist. Kennt man die linearen Substitutionen, die zu der durch diese Fläche bestimmten Untergruppe der modularen Gruppe gehören, so lässt sich ein genaues Kriterium für den Typus der Fläche aufstellen. Die Fläche wird nun längs einer Verbindungsgeraden zwischen zwei Windungspunkten in die Hälften  $A$  und  $B$  zerlegt. Spiegelt man ähnlich wie oben, so erhält man die Halblächen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$ . Wenn  $A + \bar{A}$  und  $B + \bar{B}$  hyperbolisch sind (rein hyperbolischer Fall), dann ist auch  $A + B$  hyperbolisch. Wenn dagegen  $A + \bar{A}$  und  $B + \bar{B}$  parabolisch sind und  $A + B$  trotzdem hyperbolisch ausfällt, so spricht man vom gemischt hyperbolischen Typ. Speiser findet eine Bedingung für den rein hyperbolischen Typ.

In Nr. 16 wird eine einfach zusammenhängende Riemannsche Fläche  $F$  betrachtet, deren Windungspunkte über den Punkten  $w=0, 1, \infty$  der  $w$ -Ebene liegen. Eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass die Fläche  $F$  zum hyperbolischen Typus gehört, besteht in der Konvergenz der Reihe  $\sum 1/(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$ , erstreckt über alle unimodular geschriebenen Substitutionen  $z' = (az + b)/(cz + d)$  der zu  $F$  gehörenden Gruppe  $G$ .

Endlich beschreibt Nr. 37 die Gruppe der Abbildungen einer einfach zusammenhängenden Fläche auf sich selbst und bestimmt die zu dieser Funktion gehörende Riemannsche Fläche.

Mit der Zetafunktion befasst sich Speiser in der Arbeit Nr. 20. Für eine meromorphe Funktion  $w=f(z)$  mögen die wesentlich singulären Stellen der Umkehrfunktion  $z=\varphi(u)$  an reellen Stellen der  $w$ -Ebene liegen. Dann liefern die «reellen» Züge eine gute Übersicht über die Werteverteilung und damit über die Riemannsche Fläche. Speisers Schüler A. A. Utzinger wendete diese «Methode der reellen Züge» in seiner Dissertation (Die reellen Zweige der Zetafunktion, Zürich 1934) zur Untersuchung der Gamma- und der Zetafunktion an. Speiser betrachtet die verwandte Etafunktion  $\eta(z) = \Gamma(z/2) \pi^{-z/2} \zeta(z)$ . Über diese Eta- und Zetafunktionen werden geometrische Aussagen bewiesen, die mit der Riemannschen Vermutung über die Nullstellen der Zetafunktion äquivalent sind. In beiden Fällen handelt es sich um das Verhalten der reellen Züge in der Nähe der kritischen Geraden. Die Behauptung, dass die Nullstellen der Ableitung der Zetafunktion rechts von der kritischen Geraden oder auf ihr liegen, ist mit der Riemannschen Vermutung äquivalent.

Gruppentheorie und Funktionentheorie werden in Nr. 28 verbunden. Zunächst wird ein Ergebnis über zyklische Gruppen verallgemeinert auf die Darstellung abelscher Gruppen und deren Charaktere. Dies ermöglicht sodann die Herleitung der Funktionalgleichung der  $L$ -Funktionen mit relativ einfachen Mitteln.

In zwei Arbeiten ist Speiser auf das Gebiet der Geometrie vorgestossen, das ihn später bei der Herausgabe von Eulers Werken so intensiv beschäftigen wird. In Nr. 7 bzw. 7a geben die berühmten Sätze von H. Poincaré und D. Birkhoff Anlass zur Betrachtung geodätischer Linien auf geschlossenen konvexen Flächen. Es wird die

Existenz unendlich vieler geschlossener Geodätischer auf gewissen Flächen bewiesen.

In Nr. 29 wendet sich Speiser der Himmelsmechanik zu. Die Gesamtheit der ebenen Kepler-Bewegungen einschliesslich der Stossbewegungen ist einer stetigen stationären Strömung im projektiven Raum homöomorph. Der Beweis erfolgt mittels der Transformation  $z = w^2$  und geeigneter Berührungstransformation, wodurch die Kepler-Bewegung in die Simultanbewegung zweier harmonischer Oszillatoren übergeführt wird.

Als einen Beitrag zur Feier des hundertsten Geburtstages von B. Riemann und zugleich des Crelleschen Journals veröffentlichte Speiser (Sp. 11) in dessen Jubiläumsband den Aufsatz «Naturphilosophische Untersuchungen von Euler und Riemann». Euler hatte im Rahmen der Newtonschen Raumauffassung einen Versuch zur Erklärung der Gravitation unternommen, der jedoch noch gewisse unbehobene Schwierigkeiten enthielt. Riemann hat in einem der «Fragmente philosophischen Inhalts» eine Antwort auf eine der verbleibenden Fragen zu geben versucht. Doch folgte er im übrigen keineswegs der Newton-Eulerschen Raumauffassung, schliesst sich vielmehr mit Herbarth der von Leibniz an. Seine diesbezüglichen Untersuchungen, denen er selbst grosses Gewicht beigemessen zu haben scheint, stehen in engem Zusammenhang mit seinem Habilitationsvortrag.

Die Beschäftigung mit Euler ist das zweite Thema im Leben Speisers, auf das dritte, die Philosophie, treten wir am Schluss ein. Die unter Ferdinand Rudio ins Leben gerufene Herausgabe der gesammelten Werke von Leonhard Euler erlitt nach einem hoffnungsvollen Beginn durch die Ereignisse des ersten Weltkrieges einen schweren Schlag. Die Redaktion verlor Mitarbeiter, der Verlag Teubner geriet in Schwierigkeiten, und in den zwanziger Jahren erlitt der Euler-Fonds schwere finanzielle Verluste. 1919: Speiser trat in die Redaktion ein, und Fueter wurde deren Präsident. Mit Hilfe des Orell-Füssli-Verlages gelang es, das Unternehmen weiterzuführen. Bevor ich hierauf näher eintrete, mögen einige Arbeiten über Euler erwähnt werden.

Im Aulavortrag Nr. 21 befasst sich Speiser mit «Euler und die deutsche Philosophie». Zur Zeit Eulers war es in Deutschland die sogenannte Leibniz-Wolffsche Philosophie, die das philosophische Denken beherrschte. Euler zeigte, dass diese nicht imstande war, die Gesetze der mathematischen Physik zu begründen. Er stellte hierauf die gedanklichen Grundlagen für die Herleitung der physikalischen Gesetze auf. In seinen «Briefen an eine deutsche Prinzessin» legt er dies in meisterhafter Weise dar. Speiser weist nach, welche Bedeutung sie auf Kant ausübten.

Im Atlantisband «Grosse Schweizer», der im Hinblick auf die Landesausstellung herausgegeben wurde, gibt Speiser in Nr. 27 ein abgerundetes Lebensbild des grossen Schweizers. Mit einem Holzschnitt zu vergleichen sind die kräftigen Sätze «Es ist Euler vorbehalten gewesen, der Mathematik eine völlig veränderte Gestalt zu geben und sie zu dem mächtigen Gebäude auszugestalten, welche sie heute ist». Mit Nachdruck wird darauf verwiesen, wie Euler sich früh mit der Zahlentheorie beschäftigte und sein ganzes Leben nicht davon gelassen hat. «Seine Entdeckungen auf diesem Gebiete sind vielleicht das Schönste und Tiefste, was in der Mathematik gefunden wurde», und wir fühlen bei diesen Worten das innere Mitschwingen von Speiser. Nach der Beschreibung von Eulers Charakter und seiner Tätigkeit in

Petersburg und Berlin schliesst Speiser mit dem Verhältnis von Euler zur Theologie, er ist dem protestantischen Christentum sein Leben lang treu geblieben.

In Nr. 26, dem Neujahrsblatt 1939 der Gesellschaft zur Beförderung des Guten und Gemeinnützigen, gibt der Verfasser einen für weitere Kreise bestimmten Überblick über Basels Mathematiker. Zur Zeit der Reformation tritt Glareanus als erster Mathematiker in Basel auf, aber erst mit den Bernoulli wird diese Stadt Mittelpunkt der Mathematik. Jakob, gegen den Willen seines Vaters sich ganz dieser Wissenschaft widmend, beherrschte als erster die mächtigen Hilfsmittel der Infinitesimalrechnung und schuf zudem, fast aus dem Nichts, die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nach seinem Tod (1705) wurde sein Bruder Johann Glanz und Mittelpunkt der Basler Universität und Lehrer von ganz Europa. Speiser widmet diesem eine spannende geisteswissenschaftliche Analyse. Johanns Sohn Daniel, Eulers Freund, begründete die Hydrodynamik, seine wahre Bedeutung hat erst die neueste Forschung aufgedeckt. Auf den letzten zehn Seiten begleiten wir Euler in seinen Wirkungsstätten Petersburg und Berlin, wobei Speiser diesmal das Gewicht auf die Bedeutung Eulers für die Philosophie und die Theologie legt.

Als Speiser in die Redaktion der Euler-Kommission eintrat, waren 14 Bände der *Opera omnia Leonhardi Euleri* erschienen. Als Generalredaktor von 1928 bis 1965 brachte er 37 Bände heraus, 11 von ihm selbst redigiert. Bei allen wirkte sein Genius mit, und sein Auge prüfte die Korrekturen. Für seine Verdienste dankte ihm die Universität Bern am 23. November 1957 mit der Laudatio «Die Philosophisch-naturwissenschaftliche Fakultät verleiht die Würde eines Doktors honoris causa Herrn Andreas Speiser, der die Publikation der *Opera omnia Leonhard Euleri* mit Weitblick und Hingabe geleitet und damit die Ideen eines der grössten Gelehrten aller Zeiten zu neuer Wirkung gebracht hat». Die Schweizerische Naturforschende Gesellschaft ernannte ihn 1964 zum Ehrenmitglied «in Würdigung seiner langjährigen Verdienste als Präsident der Euler-Kommission und der tatkräftigen Förderung der Euler-Ausgabe».

Wir werfen einen Blick auf die einzelnen Bände und beabsichtigen, dem Leser einen Hinweis auf eine Menge tiefer Bemerkungen des Herausgebers zu vermitteln, wir verfahren chronologisch. In Band I/16, 2, auf den Seiten XCVII–CV gibt Speiser Erläuterungen zu Eulers Arbeiten über unendliche Produkte und Kettenbrüche. Gleich zu Beginn finden wir des Herausgebers elegante Darstellung der Kettenbrüche mittels Matrizenschreibweise. Die Lösung der Pellischen Gleichung und der Riccatischen Gleichung bilden Anwendungen. Sodann wird die Umwandlung von Reihen in Kettenbrüche, und umgekehrt, betrachtet.

Nachdem 1922 Adolf Krazer und Ferdinand Rudio den ersten Teil des grundlegenden Werkes *«Introductio in analysin infinitorum»* (1748) herausgegeben hatten, ein Werk, das «keinen Vorläufer hat», ediert in Band I/9 Speiser den zweiten Teil und bereichert ihn mit einer Vorrede von 26 Seiten, die die beiden Teile umfasst. «Wenn diese Inhaltsübersicht einen Hauch von dem Geist dieses leichten mathematischen Buches vermittelt und den Leser zur Lektüre anregt, so will ich froh sein.»

Auf den Seiten XXXIII–L (Band I/10) gibt Speiser eine Übersicht über die von G. Kowalewski 1913 edierten *«Institutiones calculi differentialis»* (1755), die auf die *«Introductio»* folgten. Von besonderem Interesse dürften die Ausführungen über die Summation von Reihen und über die unendlich kleinen Grössen sein.



Ein besonderes Denkmal setzte sich Speiser mit der Herausgabe der Geometriebände I/26 bis I/29. Zu Beginn dankt Speiser in I/26 auf Seite VII im Jahre 1953 all denen, die die Herausgabe stets wieder unterstützt haben: Firmen der Maschinen- und Zementindustrie, chemische Fabriken, Versicherungsgesellschaften und Banken sowie einzelnen besonders verdienstvollen Persönlichkeiten, die nicht nur materiell, sondern auch in besonders verdienstvoller Weise das Werk moralisch unterstützten.

Zum Inhalt: Besonders begeistert war Speiser stets von den Mönchen-Quadraturen. Anschliessend finden wir Cramers Paradoxon der Kurven dritten Grades. Der Bestimmung der Lage und der Grösse der Hauptachsen einer Ellipse, gegeben durch zwei konjugierte Durchmesser, gilt Eulers weiteres Interesse. Wir schreiten fort zur berühmten Eulerschen Polyederformel, welche die Grundlage der Topologie bildet, und der Einteilung der Polyeder nach Spezies. Es folgen Arbeiten zur sphärischen Trigonometrie, zum Ähnlichkeitszentrum ebener Figuren und zum Kreisproblem von Apollonius. In Band I/27 finden wir erste Arbeiten Eulers zum Problem der reziproken Trajektorien einer ebenen Kurvenschar. Auf dieses Problem kommt Euler in I/28 und I/29 zurück. Wertvoll sind die Erläuterungen des Herausgebers zu Fragen der Katoptrik, die auf Probleme der geodätischen Linien auf Flächen führen. Mit Vergnügen wird man Speisers historische Bemerkungen zu den Gradmessungen auf der Erdkugel lesen, eine wahre Tragikomödie unter den Gelehrten des 18. Jahrhunderts.

Band I/28 enthält die grundlegenden Arbeiten zur Kurven- und Flächentheorie, es sind nach den Worten des Herausgebers keine ausgearbeiteten Darstellungen. Drei Abhandlungen betreffen die Abbildung der Kugel auf die Erde und die Herstellung von Landkarten. Euler findet dabei den schönen Satz, dass diejenigen Flächen, die durch blosser Verbiegung ohne Verzerrung in die Ebene ausgebreitet werden können, durch die Tangenten an eine Raumkurve bestimmt werden. Beachten wir auch Speisers Ausführungen auf den Seiten XXXVI–XXXVII über das Zitieren wissenschaftlicher Abhandlungen im 18. Jahrhundert, Bemerkungen, die sich jeder Wissenschaftler hinters Ohr schreiben darf.

In I/29 beachten wir auf den Seiten VIII–X besonders Speisers Ausführungen zu Eulers Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra: Gauss hat in seiner Kritik den gruppentheoretischen Gehalt des Beweises und das Wesen der analytischen Methode Eulers nicht erfasst. In diesem Band ist die dritte Sektion der *«Institutionum Calculi Differentialis»*, erst 1862 postum veröffentlicht, untergebracht. Der Herausgeber weist insbesondere auf die Ausführungen in Kapitel I, § 8, hin, wo der Begriff des Differentials erläutert wird, «eine Erläuterung, die wohl gänzlich Eulers Eigentum ist und seitdem kaum mehr verstanden wurde». Wer möchte sich nicht hier von Euler und Speiser eine Kostbarkeit entgehen lassen?

Band III/6 enthält die Arbeiten zur Optik, Speiser verweist auf Eulers Kontroverse mit Dollond über die Achromasie, bemerkt aber, dass die historische Würdigung von Eulers Arbeiten zur Optik noch ausstehen. Zum Glück wurde dies inzwischen nachgeholt. Mehrmals haben wir mit Speiser im mathematisch-philosophischen Seminar Teile aus den *«Lettres à une Princesse d'Allemagne»* (1768) besprochen, die Speiser in den Bänden III/11 und 12, zusammen mit der Schrift *«Rettung der göttlichen Offenbarung»*, veröffentlichte. Der Band III/12 enthält sodann auf den

Seiten XII–XVII die schöne Ansprache, die Speiser an der Euler-Feier der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft am 18. Mai 1957 hielt. Er spricht dabei den Dank an alle Mitarbeiter der Euler-Edition aus und würdigt ihre hingebungsvolle Mitarbeit.

Wahrhaftig, Speiser gelang es, geeignete Mitarbeiter zu finden und heranzubilden. Unermüdlich warb er für *seine* Edition, er hatte den Schlüssel «Sesam öffne dich» in den Händen, wenn er in Wort und Schrift die finanziellen Mittel für das Werk sammelte. Dazu trug wesentlich die Ausstrahlung seiner Persönlichkeit und die Unmittelbarkeit bei, mit der er geeignete Persönlichkeiten suchte und fand. Zudem bemühte er sich, durch Gelegenheitsartikel in der Presse für seine Ideen zu werben und scharte dadurch ein breites Leserpublikum um sich. Ich zähle im Literaturverzeichnis 28 mir bekanntgewordene Artikel auf. Es handelt sich teilweise um Rezensionen neuerschienener Bücher. Speiser besass das Talent, im aufmunternden Ton die positiven Seiten der besprochenen Werke hervorzuheben, gewisse Schwächen wurden höchstens wohlwollend angedeutet, oft nur dem Kenner bemerkbar. Es ist zu bedauern, dass diese Artikel bisher nicht gesammelt herausgegeben wurden, sie enthalten viele Perlen von Speisers Gedanken und Formulierungen.

Eng verbunden mit der Euler-Edition ist die Herausgabe der Mathematischen Werke von Johann Heinrich Lambert in den Jahren 1946 und 1948. Leider ist der Wunsch Speisers, dieser Ausgabe möge diejenige der philosophischen Werke des grossen Mülhausers folgen, bisher nicht in Erfüllung gegangen.

Bevor ich zur Besprechung von Speisers philosophischen Arbeiten übergehe, seien zwei Gelegenheitsartikel erwähnt. Nirgends so sehr wie in diesen ungezwungenen Äusserungen tritt die Persönlichkeit des Verfassers derart offen zutage. In der Festschrift Nr. 10 (1926) zum 80. Geburtstag seines Vaters schreibt er erstmals über den Zusammenhang seiner beiden Lieblingsgebiete. Für Speiser wirkt Mathematik, ähnlich wie für Kepler die Planetenaspekte, direkt auf die Seele, indem diese die Proportionen wahrnimmt, die in ihr liegen. Diese Proportionen weist Speiser in der Analyse verschiedener Musikstücke nach. Er betont: «Die Wirkung dieser Formen lässt sich nicht erklären, ebensowenig wie die Tatsache, dass gewisse Folgen von mathematischen Schlüssen plötzlich eine tiefe Einsicht in ein mathematisches Gebilde gewähren, während andere nur formal bleiben und gar nicht irgendwelchen Geist aufnehmen wollen.» So umhüllt die Formenwelt der Musik und auch der übrigen Künste eine Sphäre, nämlich die der Mathematik.

In Nr. 36 treten Züge zutage, die Speiser sonst höchstens in persönlichen Gesprächen durchblicken liess, und wie er gleich zu Beginn bemerkt, wollte er sich mit diesem Beitrag zum 80. Geburtstag von Heinrich Wölfflin «einen guten Tag machen und frei aussprechen, was man denkt». In der Tat, hier ergiesst sich Speisers Esprit wie ein klarer, ungezählter Wasserfall, sprudelnd in mathematischem Gehalt. Zunächst, wie könnte es anders sein, begibt er sich in die «musikalische Mathematik» und studiert Fugen wie eine mathematische Abhandlung. Die Verbindung mit der Malerei wird über Heinrich Wölfflin hergestellt. Den Höhepunkt auf seinem Wege erreicht Speiser wohl mit der Paraphrase eines Abschnittes aus Ecce homo von Friedrich Nietzsche. Ihr zur Seite steht die Aufdeckung der Symmetrien in einem Satz von Jacob Burckhardt. Wer hat je, vor oder nach Speiser, Sätze derart ins Kaleidoskop gelegt und gespiegelt, ich frage, wer?

Diese Analyse führt zu derjenigen eines Gemäldes von Caravaggio über und zeigt, dass auch der grosse Basler Kunsthistoriker in solchen Gemälden Symmetrien nachwies.

Speiser war von ungewöhnlicher Belesenheit. Sein Bestreben war, Gedanken durch den Verlauf der Geschichte zu verfolgen und ihre Auswirkung darzustellen. Zudem versuchte er, hiermit weiteren Kreisen die von ihm erarbeitete und ihm eigene Gesamtschau der Welt unter mathematischem Aspekt darzulegen. In diesem Bestreben veröffentlichte er einige Bücher, auf die wir nun zu sprechen kommen. Deren Widmungen bedeuten Dankbarkeit für empfangene Anregungen und Freundschaft.

1925 erschienen im Orell-Füssli-Verlag «Klassische Stücke der Mathematik», Paul Sarasin gewidmet. Sie geben durch die verbindenden Einführungstexte und durch die Auswahl der Stücke bereits einen Einblick in Speisers Denken. So wird etwa das Raumproblem aufgegriffen und von der Antike über Dante, Tiepolo, Helmholtz bis zu Einstein und Hjelmslev verfolgt, ein wunderbar kühner Wurf, wie sich W. Blaschke zu mir äusserte. Das Buch ist zum Vorläufer verschiedener Versuche geworden, Mathematik breiteren Kreisen zugänglich zu machen. Speiser las wiederholt die Vorlesung für Hörer aller Fakultäten. Der hochgelegene Hörsaal im Turm hinderte die vielen Studierenden verschiedener Richtung nicht daran, diesen einzigartigen Stunden beizuwohnen. Speiser, ein hervorragender Pianist, setzte sich etwa ans Klavier und erklärte die Kompositionen der Klassiker Mozart, Beethoven oder Verdi, aber im selben Zug auch diejenigen von Kinderliedern. Oder er liess, unterstützt von Lichtbildern, die Symmetrien der Ornamente aufleuchten. Aus diesen Vorlesungen ist das Buch «Die mathematische Denkweise», Zürich 1932, entstanden, das er seinem Schwager Raoul La Roche widmete. Der Glanz jener Stunden ist darin, soweit dies möglich ist, festgehalten und bildet für alle, die diesen Stunden beiwohnten, ein kostbares Juwel. Unter den Bögen am Limmatquai erzählte er uns, wie er soeben im Oberdorf eine Druckerei für das Büchlein gefunden hätte; es war damals nicht leicht, eine solche Schrift herauszugeben. Die zweite Auflage erschien 1945 im Birkhäuser Verlag und ist um Bilder bereichert, die Wolfgang Graeser 1928 auf einer gemeinsamen Ägyptenreise aufgenommen hat, ferner um Goldschmiedrisse, für die sich insbesondere Walter Überwasser interessierte. Den Schluss des Buches bildet die Aularede, die Speiser zum Gedenken des dreihundertsten Todestages von Johannes Kepler 1930 gehalten hat. Auch Kepler war eine Gestalt, der sein ungeteiltes Interesse galt; auch er hatte eine der platonischen Denkweise verhaftete Weltsicht.

Um seine Ideen darzulegen, gründete Speiser zusammen mit Karl Dürr und Paul Finsler das mathematisch-philosophische Seminar. Unter anderm wurde hier der Kommentar des Proklos zu den Elementen von Euklid gelesen. Speiser inspirierte hierdurch die Herausgabe der von Leander P. Schönberger stammenden deutschen Übersetzung durch Max Steck. Erstmals mit Wolfgang Graeser gelesen, wurde Platons Dialog Parmenides durchgearbeitet. Als Frucht hiervon erschien 1937 «Ein Parmenides-Kommentar», dem Andenken an Wolfgang Graeser gewidmet. 1959 erlebte das vielbeachtete Werk eine zweite Auflage, vermehrt um einen zweiten Teil «Fichtes Wissenschaftslehre von 1804». Den Kommentar zu dem so sehr umstrittenen Dialog wollte Heinrich Scholz unter diejenigen Bücher eingereiht sehen, die in



einer Geschichte der Mathematik der heutigen Zeit nicht fehlen dürfen. Hans-Rudolf Schwyzer schreibt in seiner Besprechung in der Neuen Zürcher Zeitung: «Jedenfalls sind die Philologen dem Mathematiker dankbar, dass er ihnen in einer so hoffnungslosen Aporie beispringt. Denn hier kann bloss einer weiterkommen, der in beiden Sätteln gerecht ist.» Und Willy Theiler sprach mit Anerkennung über die auch philologisch treffenden Interpretationen.

Aus Anregungen, die noch in die Zürcher Zeit zurückgehen, ist das 1952 im Birkhäuser Verlag erschienene Buch «Elemente der Philosophie und der Mathematik» entstanden. Es ist dem Andenken an Rudolf Fueter gewidmet, «meinem bewährten Freund, mit dem ich während 55 Semestern in Zürich zusammenarbeiten durfte und dem ich unbegrenzte Dankbarkeit schulde». Der Titel «Elemente» ist mit Bedacht nach dem Euklidischen Werk gewählt. Wie dort für die Geometrie, so sollen hier für das Denken nicht absolute Gesetze hergeleitet werden, sondern es soll eine Anleitung zum Forschen gegeben werden.

Ich habe im ersten Abschnitt versucht, Speisers mathematische Leistungen zu würdigen, und habe dabei ausgeführt, dass er ein Pionier der heutigen modernen Algebra ist. Das bedeutet, dass er abstraktes begriffliches Denken im höchsten Grade beherrschte. Mit dieser Fähigkeit greift er in die Grundlagen der Philosophie ein, wer ihm in diese Gebiete folgen will, muss jenes Denken beherrschen. Wenige sind ihm daher in der Beurteilung seiner Analysen gerecht geworden. Als eine Ausnahme möchte ich aus dem Nachruf von J.O. Fleckenstein zitieren: «Existentieller Ernst ergriff Speiser erst, wenn es um die Grundlagen der «philosophischen gleich mathematischen Erkenntnis» ging. Um die scheinbar spielerisch und absichtlich paradox hingeworfenen Gedankensplitter hat er selber immer wieder gerungen: Was als brillante Facette erschien, war nur eine der vielen Seiten eines lang bearbeiteten Diamanten seiner platonischen Dialektik. Wir dürfen von Glück reden, dass ein Basler Mathematiker sich um Plato bemühte; Speiser nahm es in Kauf, im Niemandsland zwischen philosophischer und naturwissenschaftlicher Fakultät unter das Kreuzfeuer von beiden Seiten zu geraten, denn er wusste, dass er unverwundbar war.» Und weiter: «Das scheinbar Paradoxe der Speiserschen Diktion war die Maskerade seiner genialen Intuition in die wirklichen Probleme der «Mathesis Perennis». Immer ging es ihm um die Qualität, nie um die Quantität der Erkenntnisse der Wissenschaft im Sinne Platos.»

Dreizehn seiner teils unveröffentlichten Reden und Abhandlungen sind unter dem Titel «Die geistige Arbeit» 1955 als Buch erschienen. Ganz besonders freute es den Verfasser, dass der Verlag den Umschlag des Buches mit einer siebenfarbigen Kreisfigur von Felix Klein schmückte.

Speiser erfreute sich einer zähen Gesundheit und einer grossen Arbeitskraft. Dies kam ihm insbesondere während der Kriegsjahre zugute, die ihm eine starke Belastung brachten. Finsler war zeitweise kränklich und Fueter viel im Militärdienst abwesend, so dass die Hauptlast des mathematischen Unterrichtes auf Speisers Schultern lag. Glücklicherweise frassen Verwaltung und Administration noch nicht an den Kräften der Dozenten. Speiser verliess Zürich auf dem Höhepunkt seiner Wirksamkeit, sein Denken wies vielen Schülern und Anhängern Wege. In Basel fand er die nötige Ruhe, das Euler-Werk gewaltig zu fördern, er sah dem Abschluss der drei ersten Serien entgegen.

Menschen wie Speiser wirken in die Tiefe. Wir dürfen feststellen, dass er die Saat aufgehen sah. Vieles aber harrt noch des Wachsens. Es liegt in der Natur des Geistigen, dass oft eine oder mehrere Generationen das Erbe nicht nützen können, spätere werden davon um so mehr zehren. Dies gilt auch für das Erbe von Speiser. Noch hatte sich die Erde über seinem Grabe nicht gesenkt, als aus seiner Vaterstadt zu vernehmen war: «Die Weissglut mathematischer Forschungsarbeit lag ihm nicht» (NZZ, 21. Oktober 1970, Mittagsausgabe).

3. Paul *Finsler* wurde am 11. April 1894 als Sohn des Kaufmanns Julius Finsler (1853–1905) und seiner Frau Elise-Luise, geborene Berrer (1872–1913), in Heilbronn geboren. Er wuchs im Kreise einer Schwester und des Bruders Hans auf, der als Photograph einen bedeutenden Namen erwarb. Die Familie Finsler, aus Stäfa stammend, wurde 1538 in Zürich eingebürgert. Ein Urgrossvater von Paul, Hans Jakob Finsler (1796–1863) verheiratete sich mit Louise Gessner, einer Enkelin von Pfarrer Hans Caspar Lavater. Der Grossvater Jakob Georg Finsler (1826–1887), verheiratet mit Susanne Amalie Ulrich, war Kaufmann im Meyershof.

Paul Finsler besuchte die Lateinschule in Urach und 1908–1912 das Realgymnasium in Cannstatt, das er mit dem Zeugnis der Reife verliess. Nach einem Studienjahr an der Technischen Hochschule in Stuttgart bezog er die Universität Göttingen zum Studium der Mathematik. Im Frühjahr 1918 erwarb er dort den Doktorgrad mit der Dissertation «Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen», die er auf Anregung von C. Carathéodory schrieb. Unter seinen Lehrern finden wir die bedeutendsten Mathematiker jener Zeit, unter anderen E. Hecke, D. Hilbert, F. Klein, E. Landau, C. Runge. 1922 habilitierte sich Finsler an der Universität Köln und wurde im Dezember 1926 mit Amtsantritt im April 1927 zum ausserordentlichen Professor für angewandte Mathematik an der Universität seiner Vaterstadt gewählt. Der Lehrauftrag umfasste 6–8 Semesterstunden, und zwar: in jedem Semester eine vierstündige Vorlesung mit Übungen in darstellender Geometrie und Vorlesungen in zwanglosem Turnus aus den übrigen Gebieten der Geometrie und der angewandten Mathematik. Auf den Herbst 1944 wurde Finsler zum ordentlichen Professor ernannt, mit einer Lehrverpflichtung von 8 bis 12 Vorlesungs- und Übungsstunden, wovon jedes Semester eine vierstündige Vorlesung über Differential- und Integralrechnung mit je einer Stunde Proseminar. Später übernahm er statt dieser Vorlesung wieder diejenige in darstellender Geometrie. Im Frühjahr 1959 trat er altershalber zurück, unter gleichzeitiger Ernennung zum Honorarprofessor. Eine Reise nach dem Fernen Osten erfüllte hierauf seinen Wunsch, auch dort den Sternenhimmel betrachten zu können. Die Teilnahme am mathematischen Leben in Zürich, an Vorträgen und Seminarien zeigt sein fortdauerndes Interesse an der Wissenschaft. War Finsler lange Zeit ein rüstiger Wanderer, der auf keinem Seminausflug fehlte, so untersagten ihm dies in späteren Jahren auftretende Herzbeschwerden. Auf dem Gang zum Dies academicus am 29. April 1970, einem schwülen Tag, erlag er kurz vor Erreichen der Universität einem Herzversagen.

Ausgehend von Ideen von Bernhard Riemann stellte Carathéodory Finsler die Aufgabe, die Differentialgeometrie von Kurven und Flächen in Räumen  $R_n$  von beliebig vielen Dimensionen  $n$  unter Zugrundelegung einer verallgemeinerten Längenbestimmung, Metrik oder Massbestimmung zu untersuchen. Dabei wird



stets nur die Umgebung eines festen Punktes bzw. eines von  $P$  ausgehenden Linien-elementes betrachtet. Mit der Bearbeitung dieser Frage eröffnete Finsler der Forschung ein neues und überaus fruchtbares Gebiet.

Die Länge eines Kurvenstückes wird von Finsler als das Integral über eine im wesentlichen willkürliche reelle Funktion definiert, die von den Koordinaten des betrachteten Punktes  $P$  und ihren ersten Ableitungen nach der Bogenlänge abhängt. Hiermit lässt sich eindeutig eine Kurventheorie sowie eine Theorie der Kurven und Flächen in mehrdimensionalen Räumen aufbauen. Zum Teil erhält man dabei die aus der klassischen Theorie der Kurven und Flächen bekannten Sätze, zum Teil müssen diese modifiziert werden. Betrachten wir die Arbeit näher. Sie ist in drei Abschnitte eingeteilt: A. Grundbegriffe (S.10–51), B. Kurventheorie (S.52–84), C. Flächentheorie (S.85–120).

A. Ein Punkt  $x=(x_1, \dots, x_n)$  wird durch seine  $n$  Koordinaten in einem beliebigen Koordinatensystem festgelegt, das man sich als cartesisches oder als krummliniges vorstellen kann. Diese Punkte bilden den  $R_n$ , in ihm ist durch  $x_j=x_j(u_1, \dots, u_v)$  ein  $v$ -dimensionaler Raum  $R_v$  ( $1 \leq v \leq n$ ) festgelegt, der für  $v=n-1$  als Hyperfläche, für  $v=2$  als Fläche und für  $v=1$  als Kurve bezeichnet wird. Jedem Punkt der Kurve  $x=x(t)$  ist der Vektor  $x'=dx/dt$  zugeordnet. Alle von  $x$  ausgehenden Vektoren erfüllen den Raum  $T_n$ , diejenige Gerade von  $T_n$ , die  $x'$  enthält, heisst Linienelement (von  $P$  ausgehend). Die Linienelemente zu  $P$  in einem  $R$  heissen Tangentialraum. Wenn eine Kurve  $C$  einen  $R$  im Punkt  $P$  trifft, so kann sie auf eine Kurve  $\Gamma$  in  $R$  projiziert werden. Dazu verbindet man die Punkte von  $C$  mit denjenigen von  $R$  durch eine einparametrische Schar von Kurven  $C=\Gamma+\rho l$ .

Wichtig ist der Begriff der Berührung zweier Kurven  $C$  und  $\Gamma$ . Sie ist im Punkt  $P$  von  $\mu$ -ter Ordnung, wenn in diesem Punkt genau die  $\mu$  ersten Ableitungen der beiden Kurven nach dem Kurvenparameter übereinstimmen. Für dieses Berühren werden sechs wichtige Sätze bewiesen, z.B.: «Wenn eine Kurve  $C$  auf  $R_v$  projiziert wird, so berührt sie alle ihre Projektionen  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$  von derselben Ordnung.»

Nach dieser Vorbereitung kann die Bogenlänge einer Kurve  $x=x(t)$  definiert werden. Man bestimmt einen Parameter  $s$ , der die Bogenlänge genannt wird, so, dass  $x'=(dx/ds) \cdot (ds/dt)$  wird.

Damit wird  $\sum (dx_i/ds)^2 = \varphi^2(x, x')$  eine Funktion von  $x$  und  $x'$ , und Finsler definiert

$$F(x, x') = \sqrt{\sum x_i'^2} \cdot \frac{1}{\varphi(x, x')}.$$

Hiermit wird die Bogenlänge  $s(t) = \int_{t_0}^t F(x, x') dt$ , wobei aus der Definition von Finsler folgt:  $F(x, kx') = k F(x, x')$ , und die Gleichung der Indikatrix lautet  $F(x, X) = 1$ .

Hiermit kann der Begriff der zu  $p$  transversalen Richtung  $q$  erklärt werden, dies ist eine Verallgemeinerung des Senkrechtstehens. Die Extremalen des Variationsproblems  $\delta s = 0$  sind die Integrale der Lagrangeschen Differentialgleichung und treten an die Stelle der Geraden der gewöhnlichen Differentialgeometrie. An dieser Stelle wird besonders deutlich, wie Finsler an die Dissertation seines Lehrers

Carathéodory anknüpft (Über die diskontinuierlichen Lösungen in der Variationsrechnung, 1904, und Math. Ann. 62, 449–503, 1906) und auf deren Ergebnissen aufbaut.

Wird die Kurve  $C$  auf die Kurve  $\Gamma$  transversal projiziert, so wird der Winkel  $\varphi$  zwischen  $C$  und  $\Gamma$  im Punkt  $P$  folgendermassen erklärt: Man trage von  $P$  aus auf  $C$  ein Stück  $a$  ab, seine Projektion auf  $\Gamma$  habe die Länge  $b$ . Dann sei  $\cos \varphi = \lim_{a \rightarrow 0} b/a$ .

Ist  $C = C(t)$  und  $\Gamma = \Gamma(\tau)$ , so wird daraus

$$\cos \varphi = \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \int_0^{\tau(t)} F(\Gamma, \Gamma') d\tau \bigg/ \int_0^t F(C, C') dt \right].$$

Im allgemeinen ist hierdurch der Winkel zwischen zwei Richtungen  $p$  und  $q$  von der Reihenfolge der Schenkel abhängig. Finsler gibt die Bedingungen an, in welchen Symmetrie besteht: Es muss  $F^2 = Q(x')$  eine quadratische Form sein. Mittels des Winkels zwischen Vektoren kann in der üblichen Art derjenige zwischen Ebenen definiert werden, ebenso das Senkrechtstehen von Vektoren auf Ebenen. Hierbei ergibt sich der schöne Satz: Eine Normale  $l$  eines Raumes  $R_v$  ist transversal zu  $v$  unabhängigen, unendlich benachbarten Richtungen in diesem Raum.

B. Mit obigen Begriffen lässt sich in der Umgebung eines Linienelementes eindeutig eine Kurventheorie entwickeln. Man geht von einer regulären Kurve  $C$  aus, sie besitze im Punkt  $P$  die Richtung  $p$ . Berührt sie ihre Tangente in  $P$  nur in erster Ordnung, so ist durch Kurve und Tangente die Schmiegungeebene  $T_2$  bestimmt. Die Extremalen, welche  $T_2$  in  $P$  berühren, bilden die Schmiegefläche  $S_2$ . So fortfahrend, erhält man Schmiegungräume  $T_v$  und Schmiegeflächen  $S_v$ . Besonders reizvoll ist die Einführung der Krümmung: Sei  $b$  die Länge eines Kurvenstückes zwischen den Punkten 1 und 2 auf der Kurve  $C$ ,  $s$  die Länge der Sehne von 1 nach 2. Finsler definiert die Krümmung  $k$  von  $C$  in  $P$ , indem er die Punkte 1 und 2 in den Punkt  $P$  zusammenrücken lässt und dort den Grenzwert nimmt:

$$k = \sqrt{\lim_{b \rightarrow 0} 24 \frac{b-s}{b^3}}.$$

Diese Definition geht für die klassische Kurventheorie in den üblichen Ausdruck über, indem Finsler zeigt, dass sie mit dem Grenzwert

$$k = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta s}$$

übereinstimmt, wo  $\Delta \vartheta$  der Winkel zwischen benachbarten Tangenten ist. Dies wird für den zweidimensionalen Fall näher ausgeführt. Anschliessend werden auf zwei Wegen die höheren Krümmungen einer Kurve eingeführt und diskutiert und die natürliche Gleichung einer Kurve aufgestellt. Im Mittelpunkt der Kurventheorie steht der Satz von der Eindeutigkeit: Bei geeigneten Anfangsbedingungen ist eine

Kurve (in der Umgebung des Anfangspunktes) eindeutig bestimmt, wenn ihre sämtlichen Krümmungen als Funktion der Bogenlänge vorgeschrieben sind.

C. Ebenso, wie in einem regulären  $n$ -dimensionalen Raum  $R_n$  auf jedem Linien-element ein Vektor liegt und die Längenmessung bestimmt, ist dies auch in jedem  $R_v$  der Fall ( $2 \leq v \leq n$ ). Ist die Fläche  $R_v$  durch  $n-v$  Gleichungen  $G_\beta(x)=0$ ,  $\beta=1,2,\dots,n-v$  bestimmt, so ist die Länge einer auf ihr liegenden Kurve wie früher bestimmt durch  $s=\int_{t_0}^t F(x,x') dt$ , während die Extremalen in  $R_v$  als Lösungen des Variationsproblems  $\delta \int F(x,x') dt = 0$  mit der Nebenbedingung  $G_\beta(x)=0$  auftreten; sie heissen geodätische Linien, die zugehörigen Krümmungen die geodätischen Krümmungen. Jede Kurve, deren geodätische Krümmung identisch verschwindet, ist geodätische Linie. Wie in der klassischen Flächentheorie gilt, dass die geodätischen Linien mit denjenigen Flächenkurven identisch sind, deren Schmiegeebenen sämtlich die Fläche senkrecht schneiden. Ist  $C$  eine Flächenkurve und  $\Gamma$  ihre geodätische Tangente,  $\kappa$  die absolute und  $k$  die erste Krümmung im Berührungspunkt, ferner  $\psi$  der Winkel zwischen den Schmiegeebenen von  $C$  und von  $\Gamma$ , dann gilt der Satz von Meusnier  $\kappa^2 = k^2 \cos \psi$ , und für die geodätische Krümmung  $\gamma$  gilt  $\gamma^2 + \kappa^2 = k^2$ .

Hierauf ist Finsler 1940 in der Arbeit Nr.19 zurückgekommen. Definiert man ferner als Asymptotenlinien einer Fläche diejenigen Kurven, deren Schmiegeebenen sämtlich die Fläche berühren, so ergibt sich aus dem Satz von Meusnier, dass ihre Normalkrümmung verschwindet und dass ihre geodätische Krümmung gleich ihrer absoluten Krümmung ist.

Ein folgender Abschnitt gilt den höheren Krümmungen. Sodann wird eine Hyperfläche  $G(x)=0$  (Dimension  $n-1=v$ ) betrachtet, ihre Extremalen im Punkt  $P$  bilden die Tangentenfläche  $T_{n-1}$ . Durch Betrachtung der Parallelfäche  $G(x)=h$  und ihres Schnittes mit  $T_{n-1}$  gelingt es, darauf einen  $(n-2)$ -dimensionalen Raum zu definieren, welcher die Dupinsche Indikatrix der gegebenen Fläche heisst. Ist speziell  $F^2$  eine quadratische Form, so ist jene ein algebraisches Gebilde zweiter Ordnung. Ihre Achsen liefern dabei die Hauptkrümmungsrichtungen. Für den zweidimensionalen Fall werden die Krümmung von Gauss, die in der klassischen Theorie das Produkt der Hauptkrümmungen ist, und die mittlere Krümmung  $M$  eingeführt.

In der allgemeinen Geometrie muss man zwischen der äusseren Krümmung  $K$ , die Finsler die Krümmung nach Gauss nennt, und der inneren Krümmung  $K_i$  unterscheiden. Ist  $F^2$  eine quadratische Form, so wird  $K=1/r_1 r_2$  und  $M=(1/r_1 + 1/r_2)/2$ , wo  $1/r_1$  und  $1/r_2$  die Hauptkrümmungen sind.

Um die innere Krümmung  $K_i$  im Punkt  $P$  zu erhalten, betrachtet man eine Extremale durch  $P$  und ihre Parallelkurven. Eine zweite Extremale durch  $P$  schneide diese unter dem Winkel  $\psi$ .  $K_i$  wird als der negative Grenzwert  $\lim_{\psi \rightarrow 0} (1/\psi) (d^2 \psi / ds^2)$  definiert und stimmt mit einer Invarianten bei einem Extremalproblem überein. Die Torsion oder die zweite Krümmung  $\kappa_2$  einer Kurve ist der Grenzwert  $\lim_{\Delta s \rightarrow 0} (\Delta \Theta_2 / \Delta s)$ , wobei  $\Theta_2$  der Winkel zwischen benachbarten Schmiegeebenen ist. Die Torsion der geodätischen Linien wird sowohl durch die Ableitung der Normalkrümmung ausgedrückt als auch durch die Flächenkrümmungen  $\kappa$ ,  $M$  und  $K$ . Ist  $F^2$  eine quadratische Form, so verschwindet die Torsion

der geodätischen Linien für die Hauptkrümmungsrichtungen oder, anders ausgedrückt: Die Torsion der geodätischen Tangente einer Krümmungslinie verschwindet im Berührungspunkt.

Jede geodätische Krümmungslinie ist eben, und jede ebene geodätische Linie ist Krümmungslinie oder Extremale. Für die Asymptotenlinien gilt, dass das Quadrat ihrer Torsion gleich der negativen Gaußschen Krümmung der Fläche ist. Zum Abschluss der Arbeit werden die abwickelbaren Flächen betrachtet. Diese definiert Finsler als solche, die eine Schar von Asymptotenlinien tragen, deren Gaußsche Krümmung  $K$  identisch verschwindet, sie heissen naturgemäss die Erzeugenden der Fläche. Allerdings verliert die Bezeichnung «abwickelbar» ihre ursprüngliche Bedeutung. In der euklidischen Geometrie sind die abwickelbaren Flächen zugleich Regelflächen. In der Finslerschen Geometrie sind dagegen die abwickelbaren Flächen keine Regelflächen. Ihre Erzeugenden sind ebene Kurven, deren Krümmung angegeben wird. Die Tangenten der Erzeugenden berühren die Fläche in mindestens dritter Ordnung.

Die Dissertation ist ausserordentlich klar geschrieben, Finsler ist 1940 in zwei Abhandlungen darauf zurückgekommen. In Nr. 19 «Über eine Verallgemeinerung des Satzes von Meusnier» verallgemeinert er ein in der Dissertation aufgestelltes Ergebnis. Er lässt die dortige Bedingung, wonach der  $\nu$ -dimensionale Schmiegraum zur Fläche normal steht, fallen und erhält ein entsprechendes Resultat. Die Arbeit Nr. 20 vermittelt einen kurzen Überblick über die Dissertation und ist als eine erste Lektüre zu empfehlen. Die Einleitung und Problemstellung erinnert an die Betrachtungen von Grassmann und von Riemann. Als Ziel seiner eigenen Untersuchungen wird angegeben, die Begriffe von Windung und Torsion einer Kurve auf Räume beliebiger Dimension und Massbestimmung auszudehnen. Entsprechend wäre die Flächentheorie zu behandeln. Im zweiten Paragraphen wird in solchen Räumen die Krümmung definiert wie in der Dissertation auf Seite 59 und die Länge eines Bogenstückes als Integral über  $F(x, x')$  eingeführt (Dissertation S. 33). Die Differenz zwischen Sehne und Bogen wird dann das Integral über die Weierstraßsche  $E$ -Funktion (Dissertation S. 61). Im dritten Paragraphen wird die Winkelmessung zwischen Kurven und zwischen Flächenelementen ausgeführt.

Paragraph 4 behandelt die erste und die höheren Krümmungen  $k_1, \dots, k_\nu$  einer Kurve, wobei deren Produkt  $k_1 k_2 \cdots k_\nu$  gleich der  $\nu$ -ten Ableitung des Winkels ist, den die Projektion der Kurve auf die  $\nu$ -dimensionale Schmiegeebene mit der sie treffenden Feldlinien bildet.

In Paragraph 5 wird die erste Krümmung einer Fläche und insbesondere der Satz von Meusnier behandelt, während Paragraph 6 die höheren Krümmungen einführt.

In Paragraph 7 wird, neu gegenüber der Dissertation, die Frage aufgeworfen, ob es natürliche Gleichungen einer Fläche gibt, analog zu den natürlichen Gleichungen einer Kurve. Man stellt sich also die Frage, ob ein Flächenstück bestimmt ist durch die Normalkrümmungen, die etwa längs einer Schar von geodätischen Linien als Funktion der Bogenlänge gegeben sind. Finsler weist darauf hin, dass die Frage in Sonderfällen von seinem Schüler S. Grünbaum in dessen Dissertation bejahend beantwortet ist.

Im abschliessenden Paragraphen bespricht Finsler das Verhältnis seiner geometri-



schen mit den inzwischen sehr erfolgreich eingesetzten analytischen Methoden des Differentialkalküls. Es stellt sich dabei die Frage, was unter geometrischer Methode zu verstehen ist. Finsler denkt dabei etwa an ähnliche Unterschiede, die zwischen analytischer und synthetischer Geometrie bestehen.

Finsler eröffnete mit seiner Dissertation der Geometrie ein neues Forschungsgebiet. Zunächst verbreiteten sich seine Gedanken nur langsam, dies ist wohl dem Umstand zuzuschreiben, dass die Dissertation als Privatdruck nur eine beschränkte Verbreitung fand. Erstmals sehe ich die Bezeichnung «general (Finsler) space» im Jahre 1927. Durch das Buch «Les espaces de Finsler» von Elie Cartan bürgerte sich ab 1934 die Bezeichnung ein, und die Ideen fanden weltweite Anerkennung. 1951 gab sodann der Birkhäuser Verlag einen anastatischen Nachdruck heraus. Wie weltberühmt Finsler war, zeigt eine kleine Anekdote: Ich hatte einst zwei japanische Mathematiker durch das Institut zu begleiten. Wir kamen zur Türe des Dozentenzimmers im dritten Stock der Universität. Bevor ich öffnete, bemerkte ich zu den Besuchern, dass ich sie Paul Finsler vorstellen werde. Die beiden erstarrten und sagten: «Finsler lebt?!» Es war, als hätte ich ihnen gesagt, sie würden Euklid sehen.

Finsler beschäftigte sich ausführlich mit Fragen der algebraischen Geometrie und legte seine Ergebnisse in den Arbeiten Nrn. 5, 6, 9, 11, 12, 16, 17, 18 und 21 dar. 1927 erschien die erste Ankündigung, 1929 in Nr. 9 ein erster Teil. Darin geht Finsler von einer aus der Variationsrechnung entspringenden Frage aus: Unter welchen Bedingungen enthält eine mehrparametrische lineare Schar von quadratischen Formen eine definite Form? Diese Frage führt zur Untersuchung einer bestimmten Klasse von algebraischen Gebilden, insbesondere der später untersuchten Freigeilde. Ein algebraisches Gebilde ist eine Menge von Punkten im  $n$ -dimensionalen projektiven Raum  $R_n$ , deren Koordinaten  $x_0 : x_1 : \dots : x_n$  einem System von homogenen algebraischen Gleichungen genügen. Es werden die Begriffe der Vereinigung  $G+H$  und des Durchschnittes  $GH$  zweier Gebilde definiert. Wichtig ist, wie Finsler die Reduzibilität definiert:  $G$  heisst reduzibel, wenn es als Vereinigung zweier algebraischer Gebilde  $A$  und  $B$  dargestellt werden kann, von denen keines mit  $G$  identisch ist:  $G = A + B$ . Anderenfalls heisst  $G$  irreduzibel. Nach der Einführung der linearen Gebilde wird mittels Betrachtung der Schnittpunktzahlen, das heisst auf geometrischem Weg, die Ordnung eines Gebildes eingeführt. Abschliessend beweist Finsler den Satz, dass ein algebraisches Gebilde  $G$  reduzibel ist, wenn ein anderes Gebilde  $A$  derselben Dimension in ihm enthalten ist. Dabei wird die Dimension folgendermassen eingeführt: Ein linearer Raum  $L_v$  wird von linearen homogenen Gleichungen dargestellt, seine Dimension  $v$  ist um eins geringer als die grösste Anzahl linear unabhängiger Punkte, die man beliebig in ihm wählen kann.  $G = G_v$  heisst  $v$ -dimensional, wenn es einen  $L_{n-v-1}$ , aber keinen  $L_{n-v}$  gibt, der  $G_v$  nicht trifft. Die Dimension eines Gebildes ist von der Dimension des umgebenden Raumes unabhängig.

Die Arbeiten Nrn. 11, 12, 16, 17, 18 und 21 handeln insbesondere von den Freigeilden und Freisystemen. B.L. van der Waerden hat sie im Zentralblatt für Mathematik (Zbl.) referiert und mir freundlichst erlaubt, seine Besprechungen im folgenden wiederzugeben, wofür ich ihm auch hier bestens danke.

Nr. 11 (Zbl. 16, S. 221): «Ein algebraisches Gebilde im komplexen projektiven

Raum heisst Freigebilde, wenn es von jedem linearen Raum entweder in unendlich vielen Punkten (d.h. in ganzen Kurven oder Flächen) oder in endlich vielen linear unabhängigen Punkten geschnitten wird. Aufgrund einiger allgemeiner Sätze über Freigebilde werden alle Freigebilde des dreidimensionalen Raumes  $L_3$  aufgezählt. Es sind quadratische Flächen und kubische Raumkurven sowie einige aus Punkten, Geraden, Kegelschnitten und Ebenen zusammengesetzte Gebilde. Ist eine Fläche 2. Grades  $Q_a$  mit reeller Gleichung in  $L_3$  gegeben und ganz auf der einen Seite von  $Q_a$  ein reelles Freigebilde  $F$ , das nicht mit dem ganzen Raum zusammenfällt, so gibt es eine Fläche 2. Grades  $Q_b$ , die  $F$  enthält und  $Q_a$  im Reellen nicht trifft. Hat  $F$  Punkte mit  $Q_a$  gemeinsam, aber im übrigen nur Punkte auf der einen Seite von  $Q_a$ , so gibt es auch eine Fläche 2. Grades  $Q_b$ , die  $F$  enthält und  $Q_a$  nicht durchsetzt. Ist ein algebraisches Gebilde  $G$  in  $L_3$  im Reellen nicht Freigebilde, so gibt es eine Fläche 2. Grades  $Q_a$  derart, dass  $G$  auf der einen Seite von  $Q_a$  liegt, aber dass jede Fläche 2. Grades  $Q_b$ , welche  $G$  enthält,  $Q_a$  trifft.»

Nr. 12 (Zbl. 16, S. 199): «In einer zweigliedrigen Schar von reellen quadratischen Formen  $Q_a + \lambda Q_b$  in  $n+1$  Veränderlichen gibt es dann und nur dann eine definite Form, wenn die Form  $Q_a$  für die reellen Nullstellen von  $Q_b$  stets positiv oder stets negativ ist. Eine semidefinite Form gibt es in der Schar, wenn  $Q_a$  für die reellen Nullstellen von  $Q_b$  stets  $\geq 0$  oder stets  $\leq 0$  ist. Sind  $\sum \lambda_j Q_j$  sämtliche quadratische Formen in  $n+1 \leq 4$  Veränderlichen, die auf einem festen reellen Freigebilde  $G$  (siehe Nr. 11) Null werden, und ist  $Q_a$  eine reelle Form, welche für die reellen Punkte von  $G$  nur positive Werte (bzw. nur Werte  $\geq 0$ ) annimmt, so enthält die Schar  $Q_a + \sum \lambda_j Q_j$  eine positiv definite (bzw. halbdefinite) Form. Wenn dagegen die gemeinsamen Punkte der Nullstellen der Formen  $Q_j$  ein Gebilde  $G$  ergeben, das im Reellen nicht Freigebilde ist, so kann man eine Form  $Q_a$  finden, die auf  $G$  nur positive Werte annimmt, jedoch so, dass die Schar  $Q_a + \sum \lambda_j Q_j$  nur definite Formen enthält.»

Nr. 16 (Zbl. 19, S. 325): «In dieser Arbeit werden alle Freigebilde des  $n$ -dimensionalen Raumes, die aus endlich vielen linearen Räumen zusammengesetzt sind, aufgestellt.»

Nr. 17 (Zbl. 22, S. 78): «Ein aus linearen Räumen bestehendes Freigebilde heisst Freisystem. Es werden nun alle Freisysteme im sechsdimensionalen Raum  $S_6$  vollständig aufgezählt, ebenso die eindimensionalen und die irreduziblen Freigebilde im  $S_6$ .»

Nr. 18 (Zbl. 23, S. 160): «Es wird eine Konstruktionsvorschrift gegeben, durch die man alle eindimensionalen Freigebilde erhält. Ein irreduzibles eindimensionales Freigebilde ist eine rationale Normalkurve  $C^\mu$  des Raumes  $L_\mu$ . Ein zusammenhängendes eindimensionales Freigebilde besteht aus  $r$  solchen Kurven  $C^{\mu_1}, \dots, C^{\mu_r}$ , die sich in höchstens  $r-1$  Punkten treffen und so liegen, dass der zugehörige Raum die Dimension  $\sum \mu_i$  hat. Durch Zusammensetzung solcher zusammenhängender Gebilde in Räumen freier Lage erhält man alle eindimensionalen Freigebilde.»

Nr. 21 (Zbl. 28, S. 303): «Die wichtigsten Sätze aus der Arbeit des Verfassers über eindimensionale Freigebilde (Nr. 18) werden auf reelle Freigebilde übertragen. Dabei heisst ein Freigebilde reell, wenn es mit dem konjugiert komplexen zusam-

menfällt und seine reellen Punkte nicht in einem Raum geringerer Dimension enthalten sind als die komplexen. Sodann wird bewiesen: Wird ein zum Raum  $L_p$  gehöriges Freigebilde  $G$  von einer Hyperfläche 2. Grades in  $p+1$  linear unabhängigen reellen Punkten getroffen und nicht durchsetzt, so ist es ganz in ihr enthalten. Der wichtigste Hilfssatz heisst: Jeder nichtreelle Punkt eines reellen Freigebildes  $G$  gehört einer in  $G$  enthaltenen reellen Freikurve an.»

Finslers Lehrauftrag umfasste die angewandte Mathematik und die Geometrie. Zur Belebung der darstellenden Geometrie liess er verschiedene Modelle anfertigen. Für die angewandte Mathematik schaffte er eine Rechenmaschine an sowie ausgedehnte Primzahltabellen. Er hatte Freude am Experimentieren mit Zahlen und der Beschäftigung mit Figuren. Davon zeugen die Arbeiten Nrn. 13, 14, 23, 24, 25, 26, 33 und 34. In Nr. 13 untersucht er teils ältere Näherungskonstruktionen, teils neue und eigene. Er behandelt a) die Würfelverdoppelung, b) die Konstruktion der Seite des regulären 7-, 9-, 11- und 13-Ecks, c) die Näherungskonstruktion von Umfang und Fläche des Kreises, d) die Dreiteilung eines Winkels und verallgemeinert dies auf die Teilung in  $n$  Teile. Besondere Sorgfalt widmet Finsler dabei der Bestimmung des auftretenden Fehlers. Im Anhang gibt er eine reizvolle Konstruktion einer bestimmten Ellipsentangente. Diese ist so gelegen, dass sie sich zwischen den beiden Krümmungskreisen in den Scheiteln befindet. Zusammen mit diesen erlaubt sie, die Ellipse mit guter Genauigkeit zu zeichnen, und hat sich in den Übungen zur darstellenden Geometrie stets bewährt. In der späteren Arbeit Nr. 33 wird  $2\pi$  durch  $3 + \sqrt{97}/3$  angenähert. Ferner schlägt der Autor eine Approximation von  $\pi$  vor, mit einem Fehler von etwa  $2,3 \cdot 10^{-9}$ . Verschiedene bekannte Approximationen werden diskutiert und eine bereits in Nr. 13 vorgeschlagene neue Konstruktion für den Kreisumfang vereinfacht. Ein Zusatz zu ihr liefert eine relative Genauigkeit, die kleiner als ein Milliardstel ist. Finsler zeigt insbesondere, wie sich seine Konstruktion zum Zeichnen in einer Gitterebene eignet, ausserdem stellt er Vergleiche mit den Näherungen anderer Geometer an.

Finsler hat sich eingehend mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung befasst. Seine klare und tief durchdachte Vorlesung hierüber hat viele Studierende in dieses Gebiet eingeführt. In der Arbeit Nr. 26 geht er von den Schwierigkeiten aus, die der klassischen sowie der Limesdefinition der Wahrscheinlichkeit anhaften. Sodann stellt er eine einfache axiomatische Begründung auf. Die Arbeit verdient auch heute noch Beachtung, obschon Finsler bereits vorhandene Darstellungen in derselben Richtung nicht berücksichtigt hat. Einen weiteren Beitrag zur Wahrscheinlichkeitsrechnung liefern die Nrn. 24 und 34. In einer Poisson-Verteilung mit dem Parameter  $\delta$  wird die Wahrscheinlichkeit  $w(\delta, t, T)$  dafür berechnet, dass das Zeitintervall  $T$  mindestens ein Intervall  $t$  mit  $0 < t < T$  enthält, in welches kein Ereignis fällt.

In Nr. 23 gibt Finsler einen einfachen Beweis für das Postulat von Bertrand, wonach zwischen  $n$  und  $2n$  stets wenigstens eine Primzahl liegt. Der Beweis beruht darauf, dass der Quotient von  $(2n)!$  und  $(n!n!)$  vollständig in Primfaktoren zerlegt wird. Dieses Verfahren ermöglichte ihm gleichzeitig, für die Anzahl



der Primzahlen zwischen  $n$  und  $2n$  eine obere und eine untere Grenze anzugeben.

In Nr.25 zeigt sich einmal mehr Finslers Liebe zur elementaren Zahlentheorie. In einem ersten Abschnitt werden mit der ihm eigenen Gründlichkeit die Teilbarkeitsregeln durch die Zahlen 7, 11 und 13 behandelt. Sodann wird erläutert, wie man mit Hilfe des Rechenschiebers das Produkt  $1 \cdot n = p \cdot q$  zerlegen kann. Die Zunge des Schiebers wird herausgezogen und umgekehrt eingefügt, so dass die Skalen entgegengesetzt laufen. Gegenüberliegende Zahlen haben dann ein konstantes Produkt; steht 1 der Zahl  $n$  gegenüber, so  $p$  der Zahl  $q$ . Hiermit und mit einigen Hilfstafeln wird unter anderem  $10\,000\,007 = 941 \cdot 10\,627$  zerlegt, während  $100\,000\,007$  sich als Primzahl erweist.

In einer kurzen Notiz in «Courrier du Sphinx» 7 (1937) berichtet Finsler, dass er Anno 1934 durch eine direkte Methode, ohne die Bestimmung der quadratischen Reste, fünf Primzahlen gefunden habe, z. B. 1 308 636 140 501.

In der Arbeit Nr.14 werden einem Dreieck  $D$  über seinen Seiten nach aussen bzw. nach innen gleichseitige Aufsatzdreiecke angelegt, man erhält eine nach Torricelli benannte Figur. Die Schwerpunkte der angelegten Dreiecke bilden gleichseitige Dreiecke  $D_1$  bzw.  $D_2$ . Die zwischen deren Flächen  $F$ ,  $F_1$  und  $F_2$  und deren quadratischen Umfängen bestehenden Gleichungen und Ungleichungen werden bewiesen. Anschliessend wird eine Verallgemeinerung betrachtet, in welcher die aufgesetzten Dreiecke zueinander ähnlich sind. Auch hier gilt  $F_1 - F_2 = F$ .  $D_1$  und  $D_2$  sind dann zu den Aufsatzdreiecken ähnlich. Der Schwerpunkt von  $D$  liegt in der Mitte zwischen demjenigen von  $D_1$  und  $D_2$ ; sind diese gleichseitig, so fallen die drei Schwerpunkte zusammen. Ferner haben  $D_1$  und  $D_2$  denselben Höhenschnittpunkt. Mittels des Begriffes des Spiegelpunktes eines Dreiecks werden Sätze über die elf Spiegelpunkte eines solchen hergeleitet. Die Arbeit zeigt einmal mehr, wie reich an neuen Beziehungen die elementare Dreiecksgeometrie ist.

Mit der Arbeit Nr.27 betritt Finsler ein schwieriges Gebiet der Arithmetik. Es handelt sich um Forschungen, welche die Zahlen der höheren Zahlenklassen und ihre Operationen betreffen. Ist  $\omega$  die erste auf die Reihe der natürlichen Zahlen folgende Ordnungszahl, so kann man für sie die Addition  $\omega + \omega$ , die Multiplikation  $\omega \cdot \omega$  und das Potenzieren einführen. Finsler beschäftigt sich mit dem Problem, die auf das Potenzieren  $\omega^\omega$  nächstfolgende Operation zu definieren. Dadurch betritt er das Gebiet der Limeszahlen der zweiten Zahlklasse. Ein Ergebnis seiner Untersuchungen besteht darin, dass er jeder Zahl der ersten und der zweiten Zahlklasse eine «Hauptdarstellung» zuordnen kann. Sein Schüler H. Bachmann hat die Ansätze weiter verfolgt und mit den Methoden von O. Veblen verglichen (Comment. Math. Helv. 26, 55–67, 1952).

In der seinem Kollegen B.L. van der Waerden gewidmeten Arbeit Nr.35 führt Finsler den Begriff der totalendlichen Menge ein. Er betrachtet zu diesem Zweck nur reine Mengen, d. h. solche Mengen, deren Elemente stets wieder reine Mengen sind. Zum Beispiel können die natürlichen Zahlen als solch reine Mengen aufgefasst werden; wir haben es daher mit einer sinngemässen Verallgemeinerung dieser zu tun. Über den Begriff der Stufenzahl gelangt man zu den totalendlichen Mengen, das sind solche mit endlicher Stufenzahl. Wie die natürlichen Zahlen auf eine



Punktreihe abgebildet werden können, vermag man den verallgemeinerten Zahlen Figuren zuzuordnen, die aus Punkten und Strecken bestehen. Bedeutsam ist, dass sie eine jeweiligen assoziative Addition und Multiplikation besitzen, die jedoch nicht kommutativ zu sein braucht. Es gelingt ferner, den Begriff der Primzahl einzuführen. Das schwierige, von Finsler aufgeworfene Problem nach der Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung wurde von G. Mazzola gelöst (Der Satz von der Zerlegung Finslerscher Zahlen in Primfaktoren. *Math. Ann.* 195, 227–244, 1972). In der folgenden Arbeit Nr.37 zeigt Finsler, dass für seine verallgemeinerten Zahlen die Vermutung von Goldbach falsch ist.

Paul Finsler widmete einen beträchtlichen Teil seiner Arbeitskraft der Frage nach den Grundlagen der Mathematik. Anfang unseres Jahrhunderts erlangten solche Überlegungen deshalb eine besondere Beachtung, weil gewisse Antinomien der Mengenlehre Zweifel daran aufkommen liessen, ob mathematisches Schliessen stets zu eindeutigen Ergebnissen führe. Durch die Schriften bedeutender Forscher jener Zeit, unter anderen D. Hilbert, L.J. Brouwer, H. Weyl, wurden die Fragen in den Mittelpunkt der Auseinandersetzungen von Mathematikern und Philosophen gestellt, Diskussionen, die oft mit Härte und Verbissenheit geführt wurden. Finsler griff in diese Auseinandersetzungen ein mit seiner Antrittsrede Nr.2 «Gibt es Widersprüche in der Mathematik?», gehalten 1923 in Köln. In dieser Rede umriss er ein Programm, das er in den Arbeiten Nrn.3, 4, 7, 8, 10, 15, 22, 30, 31 und 36 ausführte und vervollständigte. Ich möchte mich kurz an die Ausführungen der Antrittsrede halten, um eine Skizze von Finslers Gedanken darzulegen. Die Frage: «Gibt es unlösbare Widersprüche im exakten Denken?», oder anders ausgedrückt: «Ist jeder Satz entweder richtig oder falsch?», oder nochmals anders gewendet: «Kann man einen Satz zugleich mit seinem Gegenteil beweisen?» bildet den Ausgangspunkt. Diese Fragen sind in gewissen Antinomien begründet, von denen Finsler insbesondere zwei anführt:

1. Welches ist die kleinste natürliche Zahl, die nicht mit weniger als 100 Silben in deutscher Sprache definiert werden kann? Vor allem: Gibt es eine solche Zahl?
2. Man bilde die Menge aller sich nicht selbst enthaltenden Mengen. Enthält sich diese selbst oder enthält sie sich nicht selbst?

Lösungsversuche dieser Fragen von D. Hilbert, H. Poincaré, B. Russell, J. König, L.J. Brouwer werden von Finsler nicht anerkannt. Er stellt sich die Aufgabe, die entstehenden Widersprüche aufzuklären und daraufhin zu lösen.

Um zu diesem Ziel zu gelangen, gibt er ein neues Problem:

Schreibe auf die Tafel die Zahlen 1, 2, 3 und den Satz: «Die kleinste natürliche Zahl, die nicht auf der Tafel angegeben ist.»

Frage: Gibt es eine solche Zahl?

Mit dieser Antinomie zeigte uns Finsler den prinzipiellen Unterschied zwischen Schreiben und Sprechen, formalisierten Aussagen und Denken. Er ist damit, wie B.L. van der Waerden in seinem Nachruf betont, ein Vorläufer von Kurt Gödel geworden. Sprache, als Medium des Denkens und zugleich Gegenstand des Denkens; Denken nur zu vermitteln, soweit gesprochen werden kann, diese Antinomie in aller menschlichen Erkenntnis und ihrer Mitteilung liegt der fruchtbaren, bis heute nicht beendigten Auseinandersetzung jener Zeit zugrunde. Auch die berühm-

ten «Entretiens de Zürich» von 1938 zeigten nur Trennung, konnten keine Lösung oder Verständigung bringen; die Zeit liess die Auseinandersetzungen zur Vergangenheit werden. Eine ausführliche Rechtfertigung seines Standpunktes, die Finsler 1964 veröffentlichte, fand kaum Beachtung. War alles vergeblich? Ich glaube nicht. Vor allem waren es die folgenden Gedanken Finslers, die Beachtung fanden: 1. Finsler betrachtet nicht irgendwelche Zusammenfassungen als Mengen, sondern nur solche, deren Elemente stets wieder Mengen sind. Dies hat sich als fruchtbar erwiesen. 2. Es ist nicht selbstverständlich, ob ein System von Mengen wieder eine Menge bildet. Man muss zwischen den beiden Begriffen unterscheiden. 3. Finslers Begriff der zirkelhaften Definitionen stellt einen fruchtbaren Ansatz zur Untersuchung logischer Beziehungen dar. Ich hatte versucht, Finslers Gedanken in zwei Arbeiten verständlich darzustellen (Zur Neubegründung der Mengenlehre. Jber. Deutsch. Math.-Verein. 48, 146–165, 1938, und 49, 146–155, 1939). Der Erfolg blieb aus.

Für Finsler waren obige Auseinandersetzungen ein zentrales Problem. Widersprüche in seiner Wissenschaft wären für ihn unerträglich gewesen. Und wie könnten solche entstehen? Seine Antwort war: «Widersprüche entstehen, indem man sich selbst widerspricht.» Auf meine Frage, ob er dies begründen könne, blieb er mir die Antwort schuldig. Finsler glaubte an die Richtigkeit menschlichen Denkens und die Möglichkeit der sprachlichen Verständigung; die Problematik, die hierin liegt, sah er nicht, sie lag ausserhalb seines Daseins. Ich komme unten nochmals auf sein Weltbild zu sprechen.

Finsler war, obwohl eher sensibler Natur, ein zäher Denker, wie die Auseinandersetzung mit den Grundlagen der Mathematik zeigte, die sich über sein ganzes Leben hin erstreckte. Er war sensibel, indem der Widerstand gegen seine Ansichten seine geistige und physische Gesundheit stark angegriffen haben. Ich erinnere mich gut: Er trug etwa 1927 seine Ansichten im mathematischen Kolloquium in Zürich vor. Sie wurden von H. Weyl in der anschliessenden Diskussion nach Strich und Faden zerzaust. Finsler musste daraufhin wegen Krankheit für zwei Jahre beurlaubt werden.

Nach Abschluss obiger Ausführungen erhalte ich das Buch «Inhaltliches Denken und formale Systeme» von Bernardo J. Gut (Verlag Rolf Kugler, Oberwil bei Zug, 1979) zugestellt. Darin wird, nach langer Pause, das Problem «Denken – Sprechen» neu in ganzer Breite aufgerollt. Ausführlich werden Finslers Ansichten in ihren verschiedenen Fassungen sowie seine Auseinandersetzungen mit den Kritikern dargelegt. Durch das gründliche Studium der Originalabhandlungen liefert uns B. Gut einen wertvollen Beitrag zur angemessenen Beurteilung von Finslers Gedankengut und dessen Bedeutung für die Grundlagenforschung.

Paul Finsler war ein ausgezeichnete Kenner des Sternenhimmels, den er bei jeder Gelegenheit mit dem Feldstecher beobachtete. Wenn nötig begab er sich, oft mitten in der Nacht, auf die Sternwarte der Eidgenössischen Technischen Hochschule, um seine Beobachtungen an grösseren Instrumenten fortzusetzen. Dabei gelang es ihm, zwei neue Kometen zu entdecken. Bereits in Köln fand er am 15. September kurz nach 8 h MEZ den Kometen 1924c und am frühen Morgen des 4. Juli 1937 den Kometen 1937f im Sternbild des Perseus (Astronomische Nachrichten, Bd. 222, Kiel 1924, Nr. 5324, S. 335, bzw. Bd. 263, Kiel 1937, Nr. 6301, S. 250). Für diese Entdek-

kungen erhielt er 1924 und 1937 die Medaillen der Astronomical Society of the Pacific. Ferner beobachtete er die Sternschnuppen vom 9. Oktober 1933 in der Bahn des Kometen Giacobini-Zinner (ebenda, Bd. 250, Kiel 1933, Nr. 5986, S. 173f.). Er ist Mitentdecker der sehr hellen Nova im Sternbild Puppis, die er in den frühen Morgenstunden des 11. November 1942 als erster in Europa beobachtete (Bericht von M. Waldmeier in «Die Sterne», 23. Jahrgang 1943, Heft 11/12, und Beob. Zirkular der Astronomischen Nachrichten 24, 1942, Nr. 25, S. 115).

Wenn ich richtig sehe, so finden wir in der Gestalt des Hans Gisler im Roman von Jakob Humm «Ein Jahr im Leben des Daniel Seul» (Tages-Anzeiger, Zürich, 3. Oktober 1977) ein treffendes Bild des jungen Finsler. Ich erlaube mir, daraus folgendes wiederzugeben:

«Wir trafen uns gewöhnlich im Odeon und wanderten den See hinauf. Auf jener Bank beim Hafen Riesbach fand ich fast regelmässig meinen Freund Hans Gisler vor, einen Mathematiker, den ich von Göttingen her kannte; er war ein Semester vor mir nach Zürich zurückgekehrt und wohnte im Seefeld bei zwei Tanten.

Gisler war ein schwächlicher Mensch, dem ein gefrorenes Lächeln die Lippen umspielte und der nur Hochdeutsch sprach, aber schwäbelnd, weil er in Stuttgart aufgewachsen war. Er war aber Zürcher aus alter Familie. Er lud mich einmal zum Tee bei seinen Tanten ein; beide Damen sassen still und schüchtern auf ihren Stühlen, hinter ihnen hingen an den Wänden grosse Brustbilder von Lavater, Gessner, Bodmer; unser Gespräch bestand aus Hüsteln, Lächeln, Schweigen. ...

So war Freund Gisler, ein verträumter Mathematiker. Und er war nicht nur im Leben ungeschickt, er war es auch in seinem Fach; mit seiner Dissertation, von der es hiess, sie sei genial, trieb er es so verzagt, dass man sie ihm zusammenschreiben musste. Er kam mit der Reihenfolge der Beweise nicht zu Rande!

In Zürich machte er abends seinen Erholungsspaziergang am See, er kam vom Zürichhorn daher, und bei unserer Bank in der kleinen Riesbachanlage las er den Barometerstand ab. Er trug ständig einen Taschenbarometer bei sich und dazu einen Schrittmesser. Auch diesen konsultierte er bei der Bank, und es freute ihn, dass er vom Zürichhorn bis zu dieser Bank immer die gleiche Anzahl Schritte machte, die Abweichung betrug kein Promille. Das hatte er schon in Göttingen so gehalten; auf kleinen Wanderungen in der hügeligen Umgebung zeigte er mir stolz, dass er schon Höhendifferenzen von zehn Metern ablesen konnte.»

Das Bild von Finsler bliebe unvollständig, wenn ich nicht seine Schrift Nr. 32 «Vom Leben nach dem Tode» erwähnen würde. Er verfasste sie als Mitglied der «Gelehrten Gesellschaft» als 121. Neujahrsblatt auf das Jahr 1958. Sie fand viele Leser und ist vergriffen. Im Mittelpunkt steht in Abschnitt 9 eine Erkrankung des Verfassers, während der er in tiefe Bewusstlosigkeit verfiel. Wieder erwacht, überdeckt sich das Erleben des Jenseits mit dem Bisherigen, insbesondere mit seiner Wissenschaft. Wir treffen daher auf eine faszinierende Schilderung der unendlichen Sternenwelt und des Kosmos mit der Frage nach dem Leben auf anderen Sternen, wir begegnen natürlich auch den Auseinandersetzungen mit den Antinomien und der Frage nach der Wahrheit. So sehen wir in Finsler einen Menschen, bei welchem sich zwei verschiedene Ebenen der Wirklichkeit in einem Bildrahmen vereinigen: vorn die äussere, hinten die innere Wirklichkeit. Und dies ist, nach Georg Schmidt (Edvard

Munch), vielleicht die knappste Definition dessen, was wir Surrealismus nennen: Die Verbindung verschiedener Wirklichkeitsebenen im gleichen Bildraum.

Und noch eine andere Charakterisierung trifft auf Finsler zu: Die Abgeschlossenheit und die Ichbezogenheit seines Daseins. Wie er sagt: Ich bin jeder und jeder ist ich. Er war ein elliptischer Mensch. Sein Lebensraum erfüllte das Innere einer Ellipse, im einen Brennpunkt stand er, im Gegenpunkt der andere, aber dieser war derselbe. Einen Aussenraum gab es sowenig, wie es einen Zugang zu diesem Innenraum gab.



## II. Teil

### 1. Weitere Dozenten in Mathematik

A. Speiser trat auf den Herbst 1944 wegen Berufung an die Universität Basel zurück. Auf das Wintersemester 1944/45 wurde Lars Ahlfors (geboren 1907) als ausserordentlicher Professor für Mathematik, speziell für angewandte Mathematik, berufen. Er verliess die Universität im Herbst 1946, um einem Ruf an die Harvard University zu folgen.

In Herbst 1946 trat Rolf Nevanlinna (geboren 1895, gestorben 1980) als ordentlicher Professor für Mathematik in den Lehrkörper ein, er wurde im Herbst 1949 zum Honorarprofessor ernannt und versah seine Tätigkeit als regelmässiger Lehrbeauftragter bis Herbst 1963. Als Nachfolger von R. Fueter wurde auf das Sommersemester 1951 berufen: Bartel Leendert van der Waerden (geboren 1903) für Mathematik und als Direktor des Mathematischen Institutes. Honorarprofessor Herbst 1972.

Als Privatdozenten wirkten im betrachteten Zeitraum:

Max Gut (geboren 1898), Sommersemester 1928, PD für Mathematik. Titularprofessor 1938. Zurückgetreten 1968.

Johann Jakob Burckhardt (geboren 1903), Wintersemester 1933, PD für Mathematik. Titularprofessor 1942. Zurückgetreten 1977.

Heinrich Jecklin (geboren 1901), Wintersemester 1937, PD für Versicherungsmathematik. Titularprofessor 1946. Zurückgetreten 1971.

Walter Nef (geboren 1919), Sommersemester 1944/45, PD für Mathematik.

Paul Mathieu (1909–1972), Sommersemester 1947–1954, PD für angewandte Mathematik.

### 2. Vorlesungen in Mathematik von 1916 bis 1950

R. Fueter las regelmässig im Sommersemester «Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes» vierstündig mit einer Übungsstunde, im Wintersemester «Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften» vierstündig mit einer Übungsstunde.

A. Speiser hielt regelmässig den zweisemestrigen Kurs «Differential- und Integralrechnung» vierstündig mit einer Stunde Proseminar.

P. Finsler las regelmässig vierstündig mit Übungen den zweisemestrigen Kurs «Darstellende Geometrie».

Die Dozenten der Mathematik unterrichteten gemeinsam in einem zweistündigen Seminar die Studierenden im Abhalten von Vorträgen, die sowohl Themen der neueren Forschung wie auch klassische mathematische Arbeiten betrafen.

Themen von vierstündigen, sich in geeigneten Intervallen folgenden Vorlesungen waren: Funktionentheorie, Elliptische Funktionen, Flächentheorie, Zahlentheorie, Gruppentheorie, Algebra, Elliptische Modulfunktionen, Automorphe Funktionen, Differentialgleichungen, Differentialgleichungen der mathematischen Physik, Variationsrechnung, Galoissche Theorie, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Projektive Geometrie, Höhere Geometrie, Topologie, Mengenlehre, Quadratische Formen, Konforme Abbildung, Algebraische Kurven und Flächen, Grundlagen der Geometrie, Graphische Methoden, Geometrische Konstruktionen.

Themen zweistündiger Vorlesungen waren meist von den Privatdozenten abgehandelt: Fourier-Reihen, Integralbegriff, Algebraische Zahlkörper, Nichteuklidische Geometrie, Geometrie der Zahlen, Integralgleichungen, Moderne Algebra, Geschichte der Mathematik, Diophantische Gleichungen, Analytische Zahlentheorie, Tensorrechnung.

Die Professoren A. Speiser und K. Dürr, zusammen mit PD J.J. Burckhardt hielten regelmässig ein zweistündiges «Philosophisch-Mathematisches Seminar», in welchem unter anderen folgende Themen besprochen wurden: Proklos, Logik, Mengenlehre, Wahrscheinlichkeitslehre, Platonische Dialektik, Hegels Logik, Logik des Aristoteles, Wissenschaftslogik, Logik von Leibniz, Platonische Philosophie, Philosophie der Mathematik, Die Enneaden des Plotin, Logistik, Das Unendliche, Das Raumproblem, Bolzano. Auf Wunsch und Anregung der Studierenden wurden in Ergänzung der Vorlesung zwecks vermehrter Gelegenheit zu Übungen durchgeführt: «Praktikum zur Infinitesimalrechnung» und «Praktikum für mittlere Semester».

Die Ausbildung in Versicherungsmathematik lag in den Händen von PD Prof. Hch. Jecklin, ergänzt durch Kurse an der ETH.

### 3. Nachweise

R. Fueter:

Jahresbericht der Universität Zürich 1950/51, S.83–85, mit Liste der Publikationen und Bild.

Elemente der Mathematik 5, 98–104 (1950); 98–99: A. Speiser, Ansprache; 99–104: Nachgelassene Aufzeichnungen.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 95, 284–287 (1950); Nekrolog mit Verzeichnis der Aufsätze allgemeineren Inhalts.

Neue Deutsche Biographie 5, 707 (Berlin 1961).

Dictionary of Scientific Biography 5, 206 (Scribner's Sons, New York 1972).

Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft, 130. Versammlung 1950, S.399–404, mit Bild und Verzeichnis der wissenschaftlichen Arbeiten.

World Biography. New York 1948, S.1885.

Jahrbuch der Bayerischen Akademie der Wissenschaften 1951, S.175–177, mit Bild auf S.129.

A. Speiser:

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 90, 145 (1945), J. Züllig, A.Sp. zum 60. Geburtstag.

Elemente der Mathematik 26, 97–102 (1971); J.O. Fleckenstein und B.L. van der Waerden, Zum Gedenken an Andreas Speiser.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 115, 471–474 (1970); Nachruf.

Neue Zürcher Zeitung, Mittwoch 21. Oktober 1970, Nr.490; Nachruf.

Basler Nachrichten, Mittwoch 9. Juni 1965, Nr.238, S.3; Prof. Dr. Andreas Speiser achtzigjährig, von G.A.W.

Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft, 150. Versammlung 1970, S.325–327.

P. Finsler:

Jahresbericht der Universität Zürich 1970/71, S.101–102, mit Bild.

Elemente der Mathematik 26, 19–21 (1971); Nachruf mit Schriftenverzeichnis.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 115, 469–470 (1970).

Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft, 150. Versammlung 1970, S.285–286, mit Bild.

#### 4. Verzeichnisse

##### a) Rudolf Fueter

##### I. Zahlentheorie

1. Der Klassenkörper der quadratischen Körper und die komplexe Multiplikation. Inaugural-Dissertation, Göttingen 1903.
2. Die Theorie der Zahlstrahlen, 1. Teil. J. Reine Angew. Math. 130, 197–237 (1905).
3. Die Theorie der Zahlstrahlen, 2. Teil. J. Reine Angew. Math. 132, 255–269 (1907).
4. Die Klassenzahl der Körper der komplexen Multiplikation. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-phys. Kl. 1907, S. 288–298.
5. Die verallgemeinerte Kroneckersche Grenzformel und ihre Anwendung auf die Berechnung der Klassenzahl. Rendiconti circ. mat. di Palermo 29, 1–16 (1910).
6. Über eine Eigenschaft der Klassenkörper der komplexen Multiplikation. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-phys. Kl. 1913, S. 331–334.
7. Abelsche Gleichungen in quadratisch-imaginären Zahlkörpern. Math. Ann. 75, 177–255 (1914).
8. Die Klassenkörper der komplexen Multiplikation und ihr Einfluss auf die Entwicklung der Zahlentheorie. Jber. Deutsch. Math.-Verein. 1911, S. 1–47.
9. Die Klassenzahl zyklischer Körper vom Primzahlgrad, deren Diskriminante nur eine Primzahl enthält. J. Reine Angew. Math. 147, 174–183 (1917).
10. Kummers Kriterium zum letzten Theorem von Fermat. Math. Ann. 85, 11–20 (1922).
11. Reziprozitätsgesetze in quadratisch-imaginären Körpern. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-phys. Kl. 1927, 1. und 2. Mitteilung, S. 336–346, 427–445.
12. Zur Theorie der relativ Abelschen Körper. Calcutta Math. Soc. Bull. 20, 193–197 (1928/29).
13. Ein Satz über Ring- und Strahlklassenzahlen in algebraischen Zahlkörpern. Comment. Math. Helv. 5, 319–322 (1933).
- 13a. Über die Normalbasis in einem absolut Abelschen Zahlkörper. Festschrift Andreas Speiser, Orell Füssli, Zürich 1945, Separatdruck, S. 1–12.
14. Abelsche Gleichungen in algebraischen Zahlkörpern. Comment. Math. Helv. 17, 108–127 (1954/55).
15. Über primitive Wurzeln von Primzahlen. Comment. Math. Helv. 18, 217–223 (1955/56).

##### II. Diophantische Gleichungen

16. Die Diophantische Gleichung  $\xi^3 + \eta^3 + \zeta^3 = 0$ . Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie 25, 1–15 (1913).
17. Über kubische Diophantische Gleichungen. Comment. Math. Helv. 2, 69–89 (1930).

##### III. Theorie der Algebren

18. Über eine spezielle Algebra. J. Reine Angew. Math. 167, 52–61 (1931).
19. Formes d'Hermite, groupe de Picard et théorie des idéaux de quaternions. C.R. Acad. Sci. Paris 194, 2009 (1932).
20. Zur Theorie der Brandtschen Quaternionenalgebren. Math. Ann. 110, 650–661 (1935).
21. Quaternionenringe. Comment. Math. Helv. 6, 199–222 (1933/34).
22. Quelques résultats de l'algèbre moderne. Riv. Fac. Ci. Univ. Coimbra 2, No 4, 201–216 (1932), mit Bild.

##### IV. Funktionentheorie

23. Zur Theorie der Modulfunktionen. Jber. Deutsch. Math.-Verein. 18, 411–415 (1909).
24. Ein Satz über Iteration von Potenzreihen und seine zahlentheoretische Anwendung. Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich 62, 67–72 (1917).
25. Über die Konstruktion einer speziellen automorphen Funktion. Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich 64, 1–4 (1919).
26. Einige Sätze aus der Theorie der komplexen Multiplikation der elliptischen Funktionen. C. rend. Congrès intern. des math. 1920, S. 1–4.

27. Über automorphe Funktionen. *J. Reine Angew. Math.* 157, 66–78 (1927).
28. Sur les groupes improprement discontinus. *C.R. Acad. Sci. Paris* 182, 432 (1926).
29. Die Diskriminante der Körper der singulären Moduln und der Teilungskörper der elliptischen Funktionen. *Acta Math.* 48, 43–89 (1926).
30. Idealtheorie und Funktionentheorie. *Verh. Intern. Math. Kongress Zürich 1932*, 1. Bericht und allg. Vorträge, S. 83–92.
31. Über unimodulare lineare Substitutionen. *Verh. Naturforsch. Ges. Basel* 21, 94–101 (1910).
32. Über automorphe Funktionen der Picardschen Gruppe I (eine Fortsetzung ist nicht erschienen). *Comment Math. Helv.* 3, 42–68 (1931).
- 32a. Über Abelsche Funktionen von zwei komplexen Variablen. *Ann. Math. Pura Appl.* IV, 28, 211–215 (1949).

#### V. Funktionen einer Quaternionenvariablen

33. Über Funktionen einer Quaternionenvariablen. *Atti Congr. Int. Mat. Bologna 1928*, 2.
34. Analytische Funktionen einer Quaternionenvariablen. *Comment. Math. Helv.* 4, 9–20 (1932).
35. Die Funktionentheorie der Differentialgleichung  $\Delta u = 0$  und  $\Delta \Delta u = 0$  mit vier reellen Variablen. *Comment. Math. Helv.* 7, 307–330 (1934/35).
36. Zur Theorie der regulären Funktionen einer Quaternionenvariablen. *Monatshefte für Math. und Phys.* 43, 69–74 (1936).
37. Über die analytische Darstellung der regulären Funktionen einer Quaternionenvariablen. *Comment. Math. Helv.* 8, 371–378 (1935/36).
38. Die Theorie der regulären Funktionen einer Quaternionenvariablen. *C. rend. Congrès intern. des math.* Oslo 1936, 73–91 (1937).
39. Die Singularitäten der eindeutigen regulären Funktionen einer Quaternionenvariablen I. *Comment Math. Helv.* 9, 320–334 (1936/37).
40. Integralsätze für reguläre Funktionen einer Quaternionenvariablen. *Comment Math. Helv.* 10, 306–315 (1937/38).
41. Über einen Hartogsschen Satz. *Comment. Math. Helv.* 12, 75–80 (1939/40).
42. Über vierfachperiodische Funktionen. *Monatshefte für Math. und Phys.* 48, 161–169 (1939).
43. Über einen Hartogsschen Satz in der Theorie der analytischen Funktionen von  $n$  komplexen Variablen. *Comment. Math. Helv.* 14, 394–400 (1941/42).
44. Die Funktionentheorie der Diracschen Differentialgleichungen. *Comment. Math. Helv.* 16, 19–28 (1943/44).
45. Problèmes actuels de la théorie des fonctions analytiques de plusieurs variables. *Atti del Convegno Matematico Roma 1942*, 169–177 (1945).
- 45a. Über die Funktionentheorie in einer hyperkomplexen Algebra. *Elem. Math.* III/5, 89–94 (1948).

#### VI. Varia

46. Über die Wahrscheinlichkeit des Auftretens geschlechtsgebundener Leiden. *Graefes Archiv für Ophtalmologie* 114, 593 (1924).
47. Über eine Eulersche Beweismethode in der Zahlentheorie. *Schweiz. Medizinische Wochenschrift* 69/13, 103–111 (1939).
48. Der Einfluss der mathematischen Disziplinen auf die Kriegswissenschaft. *Festschrift für Max Huber «Vom Krieg und vom Frieden» 1944*.
- 48a. R. Fueter und G. Pólya, Rationale Abzählung der Gitterpunkte. *Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich* 68, 380–386 (1923).
- 48b. Jakob Steiner, Grosse Schweizer, Atlantis-Verlag, Zürich 1938.
- 48c. Jakob Steiner, Grosse Schweizer Forscher, Atlantis-Verlag, Zürich 1939, S. 202f.

#### VII. Selbständige Werke

Synthetische Zahlentheorie. de Gruyter, Berlin, 1917, <sup>2</sup>1925, <sup>3</sup>1950.

Vorlesungen über die singulären Moduln und die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen. B.G. Teubner, 1. Teil 1924, 2. Teil 1927.

Das mathematische Werkzeug des Chemikers, Biologen und Statistikers. Orell-Füssli-Verlag, 1926, <sup>2</sup>1930, <sup>3</sup>1948.



Herausgabe der Bände Series prima, 4 und 5 der Opera omnia Leonhardi Euleri mit je einer Vorrede.  
Herausgabe von Jakob Steiner, Allgemeine Theorie über das Berühren und Schneiden der Kreise und Kugeln. Orell-Füssli-Verlag, 1931.

Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes. Birkhäuser Verlag, Basel 1945.

Leonhard Euler (1707–1783). Beiheft Nr. 3 der Zeitschrift Elemente der Mathematik, Birkhäuser Verlag, Basel, 1948, <sup>2</sup>1960, <sup>3</sup>1979.

Eine Reihe von Zeitungsartikeln sowie die Liste der von Fueter angeregten Dissertationen sind nicht aufgenommen. Erstere wurden in der Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 95, 200f. (1950), mitgeteilt.

#### b) Andreas Speiser

##### A. Abhandlungen

1. Die Theorie der binären quadratischen Formen mit Koeffizienten und Unbestimmten in einem beliebigen Zahlkörper. Dissertation, Göttingen 1909. Druck der Dietrichschen Universitäts-Buchdruckerei, 34 Seiten.
2. Über die Komposition der binären quadratischen Formen. Festschrift Heinrich Weber, Leipzig und Berlin 1912, S. 375–395.
3. Zur Theorie der Substitutionsgruppen. Math. Ann. 75, 443–448 (1914).
4. Gruppendeterminante und Körperdiskriminante. Math. Ann. 77, 546–562 (1916).
- 4a. L'équation du cinquième degré. L'Enseignement Math. 19, 331–332 (1917).
5. Die Zerlegungsgruppe. J. Reine Angew. Math. 149, 174–188 (1919).
6. Zahlentheoretische Sätze aus der Gruppentheorie. Math. Z. 5, 1–6 (1919).
7. Über geodätische Linien auf einem konvexen Körper. Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich 66, 28–38 (1921).
- 7a. Sur les lignes géodésiques sur les surfaces convexes. L'Enseignement Math. 20, 443 (1919).
8. Die Zerlegung von Primzahlen in algebraischen Zahlkörpern. Trans. Amer. Math. Soc. 23, 173–178 (1922).
- 8a. Sur la décomposition des nombres premiers dans des corps algébriques. L'Enseignement Math. 22, 63 (1922).
9. Allgemeine Zahlentheorie. Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich 71, 8–48 (1926).
10. Musik und Mathematik. Sonderdruck aus der Festschrift für Paul Speiser. Basler Druck- & Verlagsanstalt, Basel 1926, 9 Seiten.
11. Naturphilosophische Untersuchungen von Euler und Riemann, J. Reine Angew. Math. 157, 105–114 (1927).
12. Über Gruppen und Gruppoide. Verh. Schweiz. Naturforsch. Ges. Basel 1927, II. Teil, S. 85–86.
- 12a. Sur les groupes et groupoides. L'Enseignement Math. 26, 317–318 (1926).
13. Probleme der Gruppentheorie. Atti Congr. Int. Math. Bologna 1928, S. 79–80.
14. Probleme aus dem Gebiet der ganzen transzendenten Funktionen. Comment. Math. Helv. 1, 289–312 (1929).
15. Über Riemannsche Flächen. Comment. Math. Helv. 2, 284–292 (1930).
16. Über beschränkte automorphe Funktionen. Comment Math. Helv. 4, 172–182 (1932).
17. Über die Minima Hermitescher Formen. J. Reine Angew. Math. 167, 88–97 (1931).
18. Independent Theorie gewisser Funktionenklassen. Verh. Intern. Math. Kongress Zürich 1932, 2. Bd., S. 47.
19. Naturforscher Dante. Deutsch. Dante-Jahrbuch 16, Weimar 1934, S. 130.
20. Geometrisches zur Riemannschen Zetafunktion. Math. Ann. 110, 514–521 (1934).
21. Leonhard Euler und die Deutsche Philosophie. Aulavortrag, 22. Februar 1934. Orell-Füssli-Verlag, Zürich, 16 Seiten.
22. Zahlentheorie in rationalen Algebren. Comment. Math. Helv. 8, 391–406 (1935/36).
23. Der Erlösungsbegriff bei Plotin. Eranosjahrbuch 1937, Rheinverlag, Zürich, S. 137–154.
24. Riemannsche Flächen vom hyperbolischen Typus. Comment. Math. Helv. 10, 232–242 (1937/38).
25. Leonhard Euler. Grosse Schweizer. Atlantis-Verlag, Zürich 1938, 6 Seiten.
26. Die Basler Mathematiker. 117. Neujahrsblatt, herausgegeben von der Gesellschaft zur Beförderung des Guten und Gemeinnützigen, Basel 1939, S. 1–51.
27. Leonhard Euler. Grosse Schweizer Forscher. Atlantis-Verlag, Zürich 1939.

28. Die Funktionalgleichung der Dirichletschen L-Funktion. Monatshefte für Math. und Phys. 48, 240–244 (1939).
29. Topologische Fragen der Himmelsmechanik. Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich 85, Beiblatt 32, Festschrift Rudolf Fueter, 204–213 (1940).
30. Der Anteil der Schweiz an der Entwicklung der Mathematik. Die Schweiz und die Forschung I, Verlag des Guide Pratique, Wabern-Bern und Freiburg 1941, S.70–77. Radiovortrag vom 17. Mai 1940.
31. Gruppen aus der Klassenkörpertheorie. J. Reine Angew. Math. 182, 178–179 (1940).
32. Die Platonische Lehre vom unbekannten Gott und die christliche Trinität. Eranosjahrbuch 1940/41, Rheinverlag, Zürich, S.11–29.
33. Die räumliche Deutung der Aussenwelt. Verh. Schweiz. Naturforsch. Ges. Basel 1941, S.38–51.
34. Platons Ideenlehre und die Mathematik. Jahrbuch der Schweiz. Philos. Ges. 2, 123–140 (1942).
35. Wissenschaft und Glaube. Schriften der Mlle Marie Gretler-Stiftung Zürich, E. Rentsch Verlag, Erlenbach-Zürich 1944, S.29–46.
36. Die mathematische Betrachtung der Kunst. Concinnitas, Benno Schwabe Verlag, Basel 1944, S.215–231.
37. Über symmetrische analytische Funktionen. Comment. Math. Helv. 16, 105–114 (1943/44).
38. Problemi attuali della teoria dei gruppi astratti. Atti Conv. Mat. 1942, Roma 1945, S.85–90.
- 38a. Geist und Mathematik. Eranosjahrbuch 1945, Rheinverlag, Zürich 1946.
39. Einteilung der sämtlichen Werke Leonhard Eulers. Comment. Math. Helv. 20, 288–318 (1947).
- 39a. Die Grundlagen der Mathematik von Plato bis Fichte. Eranosjahrbuch 1946, Rheinverlag, Zürich 1947.
40. La notion de Groupe et les Arts. Les grands Courants de la Pensée Mathématique présenté par F. de Lionnais. Cahiers du Sud 1948, p.475–479.
41. Sulle superficie Riemanniane. Rend. Sem. Mat. Fis. Milano 18, 91–92 (1948).
42. Il gruppo metrico dei colori. Ann. Mat. Pura Appl. (IV) 28, 231–236 (1949).
- 42a. Über die Freiheit. Rektoratsrede. Basel 1950.
43. Rudolf Fueter†. Ansprache. Elem. Math. 5, 98–99 (1950).
44. Neue Proportionen für die Kunst. Les Cahiers techn. de l'Art, Strasbourg 1957, S.46–47.
45. Oltre la sfera. Deutsch. Dante-Jahrbuch 36/37, Weimar 1958, S.52.
46. Herausgeber von Bänden der Opera omnia von Leonhard Euler mit Vorworten:
 

			Seite	
Serie I,	Bd. 5	(1944)	VII	
Serie I,	Bd. 9	(1945)	VII–L	
Serie I,	Bd. 16/1	(1933)	VII	
Serie I,	Bd. 16/2	(1935)	XCVII–CV	
Serie I,	Bd. 24	(1952)	VII	
Serie I,	Bd. 26	(1953)	VII–XXXVI	Bde.26–29: Geometrie
Serie I,	Bd. 27	(1954)	VII–XLVI	
Serie I,	Bd. 28	(1955)	VII–XLVI	
Serie I,	Bd. 29	(1956)	VII–XLIV	
Serie III,	Bd. 1	(1926)	VII–XXV	zusammen mit F. Rudio und E. Bernoulli (Musik) (Optik) Herausgeber Einleitung von W. Habicht
Serie III,	Bd. 6	(1962)	VII–XXVIII	
Serie III,	Bd. 7	(1964)		
Serie III,	Bd. 11	(1960)	VII–XLIII	Briefe an eine Deutsche Prinzessin und Rettung der Göttlichen Offenbarung
Serie III,	Bd. 12	(1960)	VII–XVII	Vorrede und Nachwort
47. Herausgeber von: Johann Heinrich Lambert, Mathematische Werke, Band 1, 1946, Band 2, 1948. Orell-Füssli-Verlag, Zürich. Vorreden von A. Sp. S.IX–XXXI bzw. IX–XXIX.

#### B. Bücher

1. Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung, mit Anwendungen auf algebraische Zahlen und Gleichungen sowie auf die Kristallographie. Springer, Berlin, 1923, <sup>2</sup>1927, <sup>3</sup>1937 (Nachdruck 3. Aufl. bei Dover Publ., New York 1945); 4. Auflage Birkhäuser, Basel 1955.

2. Klassische Stücke der Mathematik. Ausgewählt von Andreas Speiser. Orell Füssli, Zürich 1925.
3. Kapitel XIII: Idealtheorie in rationalen Algebren, von Andreas Speiser, in: L. E. Dickson, Algebren und ihre Zahlentheorie. Aus dem Englischen übersetzt von J.J. Burckhardt und E. Schubarth. Orell Füssli, Zürich 1927.
4. Die mathematische Denkweise. Rascher, Zürich 1932; <sup>2</sup>1945 und 3. Aufl. (1952) bei Birkhäuser, Basel.
5. Elemente der Philosophie und der Mathematik. Birkhäuser, Basel 1952.
6. Ein Parmenideskommentar. Studien zur Platonischen Dialektik. Köhler Leipzig 1937; 2. erw. Aufl. Köhler, Stuttgart 1959.
7. Die geistige Arbeit. Birkhäuser, Basel 1955.

Ein Verzeichnis von Gelegenheitsartikeln ist veröffentlicht in der Zeitschrift «Elemente der Mathematik» 26, 97–120 (1971).

c) *Paul Finsler*

1. Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen. Dissertation Göttingen 1918.
2. Gibt es Widersprüche in der Mathematik? Jber. Deutsch. Math.-Verein. 34, 143–155 (1925).
3. Formale Beweise und die Entscheidbarkeit. Math. Z. 25, 676–682 (1926).
4. Über die Grundlegung der Mengenlehre. Erster Teil. Die Mengen und ihre Axiome. Math. Z. 25, 673–713 (1926).
5. Formes quadratiques et variétés algébriques. Enseignement Math. 26, 319f. (1927).
6. Quadratische Formen und algebraische Gebilde. Verh. Schweiz. Naturforsch. Ges. 108, 88 (1927).
7. (mit H. Lipps) Über die Lösung von Paradoxien. Phil. Anzeiger 2, 183–203 (1927).
8. Erwiderung auf die vorstehende Note des Herrn R. Baer. Math. Z. 27, 540–542 (1928).
9. Über algebraische Gebilde. Math. Ann. 101, 284–292 (1929).
10. Die Existenz der Zahlenreihe und des Kontinuums. Comment. Math. Helv. 5, 88–94 (1933).
11. Über eine Klasse algebraischer Gebilde (Freigeilde). Comment. Math. Helv. 9, 172–187 (1936/37).
12. Über das Vorkommen definiter und semidefiniter Formen in Scharen quadratischer Formen. Comment. Math. Helv. 9, 187–192 (1936/37).
13. Einige elementargeometrische Näherungskonstruktionen. Comment. Math. Helv. 10, 243–262 (1937/38).
14. (mit H. Hadwiger) Einige Relationen im Dreieck. Comment. Math. Helv. 10, 316–326 (1937/38).
15. A propos de la discussion sur les fondements des mathématiques. Extrait du «Les entretiens de Zürich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques, 6–9 décembre 1938», S. 162–180.
16. Über Freisysteme (lineare Freigeilde). Comment. Math. Helv. 11, 62–76 (1938/39).
17. Über die Darstellung und Anzahl der Freisysteme und Freigeilde. Monatshefte Math. Phys. 48, 433–447 (1939).
18. Die eindimensionalen Freigeilde. Comment. Math. Helv. 12, 254–262 (1939/40).
19. Über eine Verallgemeinerung des Satzes von Meusnier. Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich 85, 155–164 (1940).
20. Über die Krümmung der Kurven und Flächen. Reale Accademia d'Italia, Fondazione Alessandro Volta, Atti dei Convegni 9, 463–478 (1939). Rom 1943.
21. Reelle Freigeilde. Comment. Math. Helv. 16, 73–80 (1943/44).
22. Gibt es unentscheidbare Sätze? Comment. Math. Helv. 16, 310–320 (1943/44).
23. Über die Primzahlen zwischen  $n$  und  $2n$ . Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr. Andreas Speiser. Orell-Füssli-Verlag, Zürich 1945, S. 1–5.
24. Über die Wahrscheinlichkeit seltener Erscheinungen. Experientia 1, 56–57 (1945).
25. Über die Faktorzerlegung natürlicher Zahlen. Elem. Math. 2, 1–11 (1947).
26. Über die mathematische Wahrscheinlichkeit. Elem. Math. 2, 108–114 (1947).
27. Eine transfinite Folge arithmetischer Operationen. Comment. Math. Helv. 25, 75–90 (1951).
28. Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen. Unveränderter Neudruck der Dissertation von 1918. Mit ausführlichem Literaturverzeichnis von H. Schubert. Birkhäuser Verlag, Basel 1951, 160 Seiten.
29. Über die Berechtigung infinitesimalgeometrischer Betrachtungen. Convegno Internazionale di Geometria Differenziale, Italia, 1953, S. 8–12.
30. Die Unendlichkeit der Zahlenreihe. Elem. Math. 9, 29–35 (1954).

31. Der platonische Standpunkt in der Mathematik. *Dialectica* 10, 250–277 (1956).
32. Vom Leben nach dem Tode. 121. Neujahrsblatt zum Besten des Waisenhauses Zürich für 1958.
33. Näherungskonstruktionen für den Kreisumfang. *Elem. Math.* 14, 121–123 (1959).
34. Die Wahrscheinlichkeit seltener Erscheinungen. *Ann. Mat. Pura Appl.* (IV) 54, 311–323 (1961).
35. Totalendliche Mengen. *Vierteljschr. Naturforsch. Ges. Zürich* 108, 142–152 (1963).
36. Über die Grundlegung der Mengenlehre. Zweiter Teil. Verteidigung. *Comment. Math. Helv.* 38, 172–218 (1964).
37. Zur Goldbachschen Vermutung. *Elem. Math.* 20, 121–122 (1965).
38. Über die Unabhängigkeit der Kontinuumshypothese. *Dialectica* 23, 67–78 (1969).

Paul Finsler, Aufsätze zur Mengenlehre. Herausgegeben von Georg Unger. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1975.



Leere Seite  
Blank page  
Page vide