Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 65 (2010)

Rubrik: Bücher und Computersoftware

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Elem. Math. 65 (2010) 86 – 88
0013-6018/10/020086-3
DOI 10.4171/EM/145

© Swiss Mathematical Society, 2010

Elemente der Mathematik

Bücher und Computersoftware

Christiane Rousseau, Yvan Saint-Aubin: Mathématiques et Technologie. xviii + 594 pages, 214 ill., relié, CHF 67.–. Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology 2008; ISBN 978-0-387-69212-8.

Depuis quelques années, les lycées doivent offrir des cours d'applications des mathématiques aux élèves qui le souhaitent. Cela constitue une opportunité à ne pas manquer puisque c'est l'occasion rêvée de montrer l'utilité et la présence des mathématiques dans des contextes nombreux et variés de la vie de tous les jours. Pour ce faire, il est indispensable que les professeurs des lycées connaissent un nombre important et varié de situations dans lesquelles les mathématiques jouent un rôle important sinon primordial. L'ouvrage que nous présentons est spécialement conçu dans ce but: il est issu d'un cours éponyme donné pour la première fois à l'Université de Montréal en 2001 et destiné principalement aux futurs maîtres du secondaire. Toutefois, il est également digne d'intérêt pour les étudiants qui se destinent à une carrière plus académique.

Rédigé avec grand soin, le livre est d'une lecture fort agréable. Les sujets sont nombreux et variés, et le niveau requis se situe au plus au niveau du baccalauréat universitaire en mathématiques: l'algèbre linéaire y est omniprésente, de même que les concepts usuels de géométrie en dimension 2 et 3; lorsque des notions moins courantes sont nécessaires (par exemple les corps finis), elles sont introduites de façon simple, précise et pragmatique. Étant responsable de l'organisation d'un séminaire du niveau précité et intitulé *Mathématiques et Société* à l'Université de Neuchâtel (CH), je vais assurément sélectionner quelques thèmes pour les faire présenter par mes étudiants.

L'ouvrage contient quinze chapitres. Chacun des quatorze premiers présente en détail une application des mathématiques: le positionnement sur la Terre et dans l'espce (GPS), les mouvements d'un robot, des codes correcteurs d'erreurs, des aspects de la cryptographie à clé publique (RSA), Google et l'algorithme PageRank, la compression d'images JPEG, pour ne citer que quelques exemples. Le dernier chapitre contient une dizaine de sujets plus brefs appelés flashs-science, certains assez classiques (réflexion et réfraction de la lumière, applications des coniques,...), d'autres moins (disposition optimale d'antennes, architecture d'un ordinateur,...). Les chapitres se terminent tous par une section constituée d'exercices permettant d'approfondir les notions présentées, ainsi que d'une liste de références (parfois un peu courte) relatives à la matière traitée.

Pour terminer, je recommande la lecture de *Mathématiques et Technologie* à trois catégories de lecteurs: aux étudiants en mathématiques, en particulier à ceux qui se destinent à l'enseignement secondaire, mais également aux autres afin qu'ils se cultivent; ensuite aux professeurs d'université qui, comme moi doivent enseigner ce type de cours ou diriger un séminaire dédié aux applications des mathématiques; enfin, aux professeurs de l'enseignement secondaire qui pourront puiser certains sujets et les présenter à leurs élèves après les avoir adaptés ou simplifiés en fonction du bagage mathématique de leur auditoire.

Paul Jolissaint, Porrentruy

John Meier: Groups, Graphs and Trees: An Introduction to the Geometry of Infinite Groups. 256 Seiten, softcover GBP 19.99, hardcover GBP 55.00. London Mathematical Society Student Texts, Cambridge University Press 2008; ISBN 978-0-52171-977-3 (softcover), ISBN 978-0-52189-545-3 (hardcover).

Oleg Bogopolski: Introduction to Group Theory. 187 Seiten, hardcover EUR 38.00. EMS Textbooks in Mathematics, European Mathematical Society 2008; ISBN 978-3-03719-041-8.

Thorsten Camps, Volkmar große Rebel, Gerhard Rosenberger: Einführung in die kombinatorische und die geometrische Gruppentheorie. 298 Seiten, fester Einband EUR 36.00. Berliner Studienreihe zur Mathematik, Heldermann Verlag 2008; ISBN 978-3-88538-119-8.

Die drei Bücher, die wir hier vorstellen, sind Lehrbücher der kombinatorischen und geometrischen Gruppentheorie. Sie sind für Mathematikstudenten ab dem dritten Studienjahr oder Leser mit vergleichbaren Vorkenntnissen geeignet. In der kombinatorischen Gruppentheorie geht es um die Beschreibung (meist) unendlicher Gruppen durch (meist) endliche Präsentationen mit Erzeugern und definierenden Relationen. Die geometrische Gruppentheorie ist eine moderne Fortentwicklung dieser klassischen Theorie.

Im Jahr 1911 formulierte Max Dehn drei fundamentale algorithmische Probleme, welche die kombinatorische Gruppentheorie geprägt haben: das Wortproblem, das Konjugationsproblem und das Isomorphieproblem. Das bekannteste von ihnen ist das Wortproblem: Ist ein Gruppenelement, gegeben als Produkt von Erzeugern, gleich dem Einselement in der Gruppe? Das ist eine offensichtlich sehr natürliche und wichtige, häufig jedoch auch schwierige Frage. In den fünfziger Jahren zeigten Novikov, Boone und Britton sogar, dass es Präsentationen von Gruppen gibt, für welche das Wortproblem unentscheidbar ist.

Max Dehns Probleme und andere Aspekte unendlicher Gruppen wurden bis in die achtziger Jahre vor allem mit Methoden der Kombinatorik und der Algebra angegangen. Im Laufe dieser Jahre verschob sich dann der Fokus auf die *Geometrie* der unendlichen Gruppen, nachdem Arbeiten von Mikhail Gromov gezeigt hatten, dass unendliche Gruppen erfolgreich studiert werden können, indem man sie mittels ihrer Cayley-Graphen als geometrische Räume auffasst. Gromov führte insbesondere die *hyperbolischen* Gruppen ein, das sind Gruppen, deren Cayley-Graphen Eigenschaften der klassischen hyperbolischen Geometrie besitzen. Seine Arbeiten wurden zum Ausgangspunkt der *geometrischen Gruppentheorie*.

Heute ist die geometrische Gruppentheorie ein umfangreiches und äusserst aktives Forschungsgebiet, welches Algebra, Topologie, Geometrie, Kombinatorik, Logik und theoretische Informatik verbindet. Ein Beispiel der Beziehungen zwischen Algebra, Geometrie und Algorithmik ist das folgende: Eine Gruppe hat ein effizient lösbares Wortproblem genau dann, wenn ihre Geometrie eine lineare isoperimetrische Ungleichung erfüllt, und das ist wiederum genau dann der Fall, wenn die Gruppe hyperbolisch ist.

Die hyperbolischen Gruppen sind nur eine Klasse der faszinierenden Objekte, die in der geometrischen Gruppentheorie studiert werden. Weitere Arten von Gruppen, die heutzutage intensiv erforscht werden, sind die Automorphismengruppen von freien Gruppen, Limitgruppen, amenable, (bi-)automatische und Automatengruppen, Thompsons Gruppen und die Baumslag-Solitar-Gruppen. Viele der untersuchten Fragestellungen entstammen der Beziehung zwischen der Gruppentheorie und der Informatik oder Logik.

Das Buch von *Meier* ist ein echtes Lesevergnügen. Es besteht aus elf voneinander relativ unabhängigen Kapiteln, ist in einem ansprechenden, zugänglichen Stil geschrieben und eignet sich bestens für Seminare oder kleine Studentenprojekte. Der Autor beginnt oft mit grundlegender Theorie und erreicht dann wichtige und schöne Theoreme. Zum Beispiel führt das dritte Kapitel von den Grundtatsachen der Bass-Serre-Theorie hin zu Resultaten und Konzepten, die Gegenstand der aktuellen Forschung sind, wie die FA-Eigenschaft von Serre. Eine Vielzahl von Beispielen und Abbildungen bereichert die Darstellung ebenso wie die Listen anregender Übungsaufgaben, mit denen jedes Kapitel schliesst. Besonders interessante Kapitel behandeln die Operationen von Gruppen auf Bäumen, die Baumslag-Solitar-Gruppen, reguläre Sprachen und Automaten, Thompsons Gruppe und die Geometrie unendlicher Gruppen. Die drei Kapitel über die Baumslag-Solitar-Gruppen, Lamplighter-Gruppen und Thompsons Gruppe sind wahrscheinlich im Moment die einzigen elementaren Abhandlungen dieser Themen in der Literatur.

Das Buch von *Bogopolski* besteht aus drei Teilen. Der erste Teil behandelt die Theorie endlicher Gruppen, der zweite ist der kombinatorischen Gruppentheorie gewidmet, und der dritte Teil beschäftigt sich mit Automorphismen von freien Gruppen und „train-tracks“. Im ersten Teil bilden, nach einigen Abschnitten mit grundlegendem Material, die endlichen einfachen Gruppen den Schwerpunkt. Nach einer Einführung in dieses Gebiet werden einige sporadische Gruppen präsentiert, wie zum Beispiel die Mathieu-Gruppen oder die Higman-Sims-Gruppe.

Die „train-tracks“ im dritten Teil sind eine überraschende und erfreuliche Wahl eines schwierigen und technisch anspruchsvollen Themas. Die Methoden der „train-tracks“ wurden von Bestvina und Handel 1992 eingeführt in einer grundlegenden Arbeit über die Untergruppen, welche von Automorphismen freier Gruppen fixiert werden. Jeder Abschnitt enthält mehrere Übungsaufgaben, und Lösungen zu ausgewählten Aufgaben finden sich am Ende des Buches.

Das Buch von *Camps, große Rebel* und *Rosenberger* ist eines der wenigen deutschsprachigen Bücher zum Thema. Es ist auch das anspruchsvollste der drei hier besprochenen Werke. Seinem Titel entsprechend, ist es in die beiden Hauptteile *kombinatorische Gruppentheorie* und *geometrische Gruppentheorie* gegliedert. Im ersten Teil werden die wichtigsten Grundlagen der kombinatorischen Gruppentheorie erklärt, wie zum Beispiel freie Gruppen, Gruppenbeschreibungen, freie Produkte, freie Produkte mit Amalgam, HNN-Erweiterungen und Einrelatorgruppen. Im zweiten Teil werden Lyndon-van-Kampen-Diagramme, Small-Cancellation-Theorie, hyperbolische Gruppen, Quasi-Isometrien und Quasi-Geodätische und der Rand eines hyperbolischen Raumes eingeführt. Das Buch eignet sich wegen seines systematischen Aufbaus und der sehr eigenständigen und vollständigen Darstellung mit vielen Details und ausführlichen Beweisen gut als Grundlage oder Begleittext für eine Master-Vorlesung.

Laura Ciobanu, Fribourg

Typesetting & Layout: *mathScreen online, CH-4123 Allschwil*