Tip für das Zeichnen von Ellipsen

Autor(en): **Wunderlich, W.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **34 (1979)**

Heft 4

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-33806

bzw.

$$a_0 = \frac{1}{127}\left(128 \cdot x\left(\frac{p}{2}\right) - x(p)\right)$$

die folgende Tafel:

740			
487	402,7		
475	471,0	480,8	
485	488,3	490,8	491,6
489	490,3	490,6	490,6

und damit für $x(p=0)$ näherungsweise den Wert 491 Einheiten.

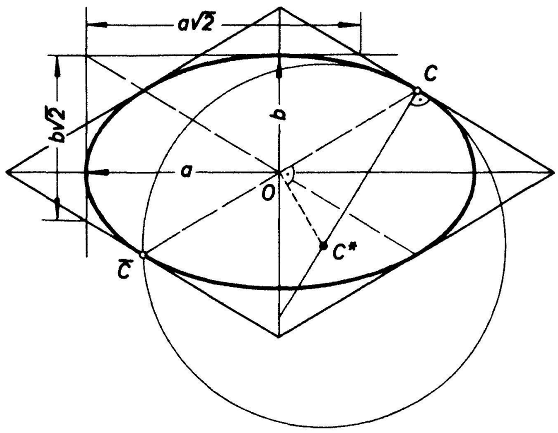
Hans Ade, Universität Mainz

LITERATURVERZEICHNIS

1 F.L. Bauer, H. Rutishauser und E. Stiefel: New aspects in numerical quadrature. Proc. Symp. Appl. Math. *15* AMS, Providence R.I., 199–218 (1963).
2 R. Bulirsch: Bemerkungen zur Romberg-Integration. Num. Math. 6, 6–16 (1964).
3 P. Henrici: Elemente der numerischen Analysis, Bd. 2. BI-Hochschultaschenbücher 562.
4 D.C. Joyce: Survey of extrapolation processes in numerical analysis. SIAM Rev. *13*, 435–490 (1971).
5 Z. Kopal: Numerical analysis. Chapman and Hall, London 1955.
6 W. Romberg: Vereinfachte numerische Integration. Kgl. Norske Vid. Selsk. Forh. *28*, 30–36 (1955).

Tip für das Zeichnen von Ellipsen

Beim Zeichnen einer Ellipse zieht man gerne die Scheitelkrümmungskreise heran. Das Überbrücken der noch klaffenden Lücken mit dem Kurvenlineal ist manchmal heikel, insbesondere bei grösserem Maßstab. Als bequeme Zwischenpunkte empfehlen sich vor allem die Enden der konjugierten Durchmesser gleicher Länge. Die zugehörigen Tangenten bilden einen der Ellipse umschriebenen Rhombus, dessen Ecken leicht zu finden sind, indem man die Halbachsen a und b vom Mittelpunkt aus auf das $\sqrt{2}$-fache streckt, was mit dem Stechzirkel rasch und ohne Hilfslinien geschehen kann; die Berührungspunkte halbieren die Seiten und sind nachträglich durch Ziehen der Mittellinien festzustellen. – Bei Platzmangel mag man die Schnittstellen der Rhombusseiten mit den Scheiteltangenten verwenden; man erhält sie, wenn man von den Ecken des Scheiteltangentenrechtecks aus die Strecken $a\sqrt{2}$ bzw. $b\sqrt{2}$ abträgt (Figur).
Weniger bekannt ist anscheinend, dass sich auch die Krümmungskreise schnell hinzufügen lassen, die eine vorzügliche Zeichenhilfe bieten. Der zu einem der



genannten Zwischenpunkte C gehörige Krümmungsradius wird nämlich aus dem Ellipsenzentrum O unter rechtem Winkel gesehen; der Krümmungsmittelpunkt C^* hälftet überdies den zwischen den Achsen befindlichen Normalenabschnitt (Figur). – Beweise für diesen einfachen Sachverhalt lassen sich auf verschiedene Arten führen und dürfen dem Leser überlassen bleiben.

W. Wunderlich, Technische Universität Wien

Aufgaben

Aufgabe 807. Man beweise für reelle x, y, s, t mit

$$0 \leqslant s \leqslant x \quad \text{und} \quad 0 \leqslant t \leqslant y$$

die Ungleichung

$$\sinh x \sinh y \geqslant \min\{\sinh(x-s)\sinh(y+t), \sinh(x+s)\sinh(y-t)\}.$$

P. Buser, Bonn, BRD

Lösung: Es ist $\min(a,b) \leqslant (ab)^{1/2}$ für $a, b \geqslant 0$. Somit gilt bei den über x, y, s, t gemachten Annahmen

$$\min\{\sinh(x-s)\sinh(y+t), \sinh(x+s)\sinh(y-t)\}$$
$$\leqslant [\sinh(x-s)\sinh(y+t)\sinh(x+s)\sinh(y-t)]^{1/2}. \tag{1}$$

Nun ist

$$\sinh(x-s)\sinh(x+s) = \frac{1}{2}(\cosh 2x - \cosh 2s)$$
$$\leqslant \frac{1}{2}(\cosh 2x - 1)$$
$$= \sinh^2 x \tag{2}$$