

Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **32 (1977)**

Heft 2

PDF erstellt am: **18.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Aufgabe 783. Es bezeichne $[x]$ die grösste ganze Zahl $\leq x$. A sei die durch $a_1 = 1, a_{n+1} = [a_n + 2\sqrt{a_n}]$, $n \in \mathbb{N}$ definierte Teilmenge von \mathbb{N} . Ferner seien $B = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots\}$ und $C = \{1, 16^1, 16^2, \dots\}$. Man beweise, dass $A \cap B = C$. (Vgl. Problem E 2619*, Amer. Math. Monthly, Vol. 83, p. 740, 1976.)

E. Trost, Zürich

Aufgabe 784. Ist keine der positiven ganzen Zahlen a, b, ab eine Quadratzahl, so werden durch

$$(1 + \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{ab})^n = x_n + y_n\sqrt{a} + z_n\sqrt{b} + w_n\sqrt{ab}, n = 0, 1, \dots$$

eindeutig vier ganzzahlige Folgen $(x_n), (y_n), (z_n), (w_n)$ definiert. Man zeige, dass diese vier Folgen derselben 4gliedrigen Rekursionsformel genügen und dass jede derselben als Summe von vier geometrischen Folgen mit verschiedenen Quotienten dargestellt werden kann. Man beweise schliesslich, dass für alle n die Determinante $x_n w_n - y_n z_n = 0$ ist.

J. Binz, Bolligen

Aufgabe 785. Als Ableitung einer n -stelligen Folge aus Nullen und Einsen (0–1-Folge) sei diejenige $(n-1)$ -stellige 0–1-Folge definiert, deren i -te Ziffer durch die Summe (mod 2) aus i -ter und $(i+1)$ -ter Ziffer der Ausgangsfolge gegeben ist. Welches ist die grösstmögliche Anzahl von Einsen, die insgesamt in einer n -stelligen 0–1-Folge zusammen mit allen $n-1$ -Ableitungen vorkommen können?

H. Harborth, Braunschweig, BRD

Literaturüberschau

Grundzüge der modernen Analysis, Band 2. Von J. DIEUDONNÉ. 507 Seiten. DM 75,-. Logik und Grundlagen der Mathematik, Band 17. Vieweg Verlag, Braunschweig 1975.

Inhalt (die Numerierung setzt die im Band 1 verwendete fort): 12. Topologie und topologische Algebra. 13. Integration. 14. Integration auf lokalkompakten Gruppen. 15. Normierte Algebren und Spektraltheorie. Anhang: Ergänzungen und Änderungen zur zweiten Auflage des ersten Bandes. Literatur. Bezeichnungen. Sachverzeichnis.

Es handelt sich um die Übersetzung von *Éléments d'Analyse, Tome II* (Gauthier-Villars, Paris 1969). Kapitel 12 ist knapp gehalten und in Anbetracht auf die späteren Anwendungen auf das Studium separabler metrisierbarer Unterräume uniformisierbarer Räume ausgerichtet. Weitere wichtige Gegenstände sind die topologischen Gruppen sowie der Satz von Baire (in einer recht allgemeinen Form) mit Anwendungen. Kapitel 13 handelt von der Integrationstheorie auf metrisierbaren separablen lokalkompakten Räumen. Naturgemäss ist ein grosser Teil dieses Kapitels masstheoretischen Fragen gewidmet. Kapitel 14 ist unter anderem eine Vorbereitung für die in einem späteren Band folgende Theorie der Lie-Gruppen. Es wird jedoch Wert auf die Feststellung gelegt, dass die Integrationstheorie auf einer metrisierbaren separablen lokalkompakten Gruppe unabhängig von jeder Differentialstruktur entwickelt werden kann. Kapitel 15 ist eine Weiterführung des Kapitels 11 des ersten Bandes. Es folgt dem Konzept der Gelfandschen Theorie der normierten Algebren. Zentral ist hier die Frage der Darstellung von Algebren mit Involutionen als Operatoralgebren von Hilberträumen.

Wie im ersten Band sind die einzelnen Abschnitte von Aufgabenserien begleitet, die sehr oft auch Ausblicke in nicht behandelte Gegenstände gewähren. Dieser zweite Band schliesst sich in seiner Tragweite würdig an den ersten an.

J. RÄTZ

$SL_2(R)$. Von SERGE LANG. 428 Seiten. \$19.50. Addison-Wesley, Massachusetts 1975.

Cet ouvrage pourra être d'une grande utilité à tous ceux qui désirent s'initier à l'analyse harmonique sur des groupes de Lie semi-simples. Le cas de $SL_2(R)$, groupe des matrices 2×2 réelles de déterminant 1, est en effet, pour une première approche, suffisamment illustratif de la théorie générale. Son étude présente l'avantage d'éviter certaines des difficultés, souvent de nature assez technique, présentées par le cas des groupes de Lie semi-simples généraux. Dans la première partie (chapitres I à VIII) l'auteur donne notamment la classification de Bargmann des représentations unitaires continues irréductibles de $SL_2(R)$ et surtout une démonstration détaillée de la formule de Plancherel de ce groupe. La seconde partie, en relation étroite avec des problèmes de nature arithmétique, traite notamment de $L^2(\Gamma \backslash G)$ et $L^2(\Gamma \backslash G/K)$ où $G = SL_2(R)$, $\Gamma = SL_2(Z)$ et $K = SO_2$.

Signalons finalement que la lecture de cet ouvrage n'exige qu'un minimum de connaissances dont la plupart sont d'ailleurs très clairement réexposées en appendice. A. DERIGHETTI

Aufgaben und Lösungen zur Funktionentheorie I. Von L.I. VOLKOVYSKII, G.L. LUNTS und I.G. ARAMANOVICH. 168 Seiten. DM 9,90. BI-Hochschultaschenbücher, Band 195. Bibliographisches Institut, Mannheim-Wien-Zürich 1973.

Inhalt: I. Komplexe Zahlen und Funktionen einer komplexen Variablen. II. Konforme Abbildungen mit elementaren Funktionen. III. Ergänzende geometrische Fragen und verallgemeinerte analytische Funktionen. IV. Integrale und Potenzreihen. V. Die Laurentreihen. Singularitäten einwertiger Funktionen. Ganze Funktionen. VI. Reihen von Funktionen. Parameterintegrale. Unendliche Produkte.

Es handelt sich um die Übersetzung von *A Collection of Problems on Complex Analysis* (Pergamon Press, Oxford 1965). Die Aufgabensammlung zu den oben genannten Gebieten der Funktionentheorie enthält viel nützliches Material als Begleitung und Ergänzung der Einführungsvorlesungen, aber auch spezifisches für den mathematischen Physiker und den Elektroingenieur. Die Formulierung der Aufgaben, teils mit Lösungshinweisen, nimmt ungefähr zwei Drittel, der Antworten- und Lösungsteil einen Drittel des Raumes in Anspruch. J. RÄTZ

Numerisches Rechnen II. Von B. NOBLE. 246 Seiten. DM 9,90. BI-Hochschultaschenbücher, Band 147. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim 1973.

Mit *Numerischem Rechnen II* legt der BI Wissenschaftsverlag eine weitere Übersetzung eines in den USA erschienenen Lehrbuches vor, nämlich den zweiten Teil des 1964 im Interscience Verlag, New York, von B. Noble publizierten Buches *Mathematical Methods II* (der erste Teil erschien übersetzt als Band 88 in derselben Reihe). Der vorliegende Band 147 gibt eine elementare Einführung in die Numerik. Behandelt werden endliche Differenzen, Interpolation durch Polynome und die numerische Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Einige Ansätze zur numerischen Lösung von partiellen Differentialgleichungen sind vorhanden. Wertvoll sind die vielen Aufgaben und die Beispiele, mit denen die vorhandenen numerischen Methoden miteinander verglichen werden. In Anbetracht der schnellen Fortschritte der heutigen Wissenschaft muss man sich aber schliesslich doch fragen, ob es noch sinnvoll ist, ein Buch nach etwa 10 Jahren - auch als Übersetzung - nochmals unverändert herauszubringen. J. T. MARTI

Einführung in die Codierungstheorie I. Von T. KAMEDA und K. WEIHRACH. 215 Seiten. DM 12,-. Bibliographisches Institut, Mannheim 1973.

Dieses Buch ist in zwei Teile eingeteilt.

Teil 1 (Informationstheorie und Codierung) beschreibt anhand eines Modells der Nachrichtenübertragung die Probleme der Codierung, aufgeteilt in Quellen- und Kanalcodierung. Dabei werden die Möglichkeiten und Grenzen der Codierungstheorie aufgezeigt (Sätze von Shannon).

Teil 2 (algebraische Codierungstheorie) beschäftigt sich mit der Erkennung und Korrektur von Übertragungsfehlern. Das Buch beschränkt sich auf lineare Block-Codes bzw. zyklische Codes und BCH-Codes als Unterklassen davon. Zu diesen Codes werden praktisch realisierbare Codierungs- bzw. Decodierungsalgorithmen angegeben und durch Beispiele veranschaulicht.

Es ist begrüssenswert, dass in diesem Einführungsbuch sowohl die informationstheoretischen als auch die algebraischen Aspekte der Codierungstheorie enthalten sind.

Obschon das Buch zum Teil etwas überladen wirkt, ist es den Autoren gelungen, die vielseitigen mathematischen Anwendungen in der Codierungstheorie aufzuzeigen und den Leser zur weiteren Beschäftigung mit Codierungsproblemen anzuregen. P. NYFFELER

Zahlen, Funktionen, Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. Von H. MESCHKOWSKI. Reihe Mathematik für Physiker. 3 Bände. 174, 179 und 188 Seiten. Je DM 12,-. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim-Wien-Zürich 1970 (1, 2), 1972 (3).

Diese Bände der Reihe Mathematik für Physiker wenden sich an Leser, die an einer Einführung in die in den Titeln genannten Grundgebiete in einer leicht lesbaren Fassung interessiert sind. In den ersten beiden Bänden entwickelt der Autor die wesentlichen Gedanken, die zu den verschiedenen Zahlbereichen, zum Funktionsbegriff sowie zu Ableitung und Integral führen.

Band 1: Rechnen mit natürlichen Zahlen. Rationale Zahlen. Dezimalbruchentwicklung, Grenzwerte von Zahlenfolgen. Reelle Zahlen als Äquivalenzklassen von Cauchy-Folgen. Potenzen und Logarithmen. Die komplexen Zahlen und ihre geometrische Interpretation.

Band 2: Die Funktion als spezielle Relation. Rationale Funktionen. Der Differentialquotient. Die Taylorreihe. Hauptsatz der Integralrechnung. Logarithmus- und Exponentialfunktion. Kreis- und Hyperbelfunktionen. Länge und Krümmung der ebenen Kurven. Funktionen mit komplexem Argument. Konvergenz von Potenzreihen.

Band 3: Kombinatorik. Glücksspiele. Statistische Definition der Wahrscheinlichkeit. Die Axiome von Kolmogoroff. Grenzwertsätze. Die wichtigsten Verteilungen. Korrelationskoeffizienten. Regressionskurven. Einführung in die Informationstheorie.

Der dritte Band stellt vom Stoff her etwas grössere Anforderungen an den Leser. Viele geschickt ausgewählte Beispiele tragen aber auch hier zu einem guten Verständnis bei. Zum Einüben des Gelernten gibt es am Ende jedes Kapitels eine Serie von Übungsaufgaben, deren Ergebnisse in einem Anhang zusammengestellt sind.

Meschkowski hat diese drei Taschenbücher geschrieben angesichts der Tatsache, dass mit dem verbreiteten rigorosen Gelehrtenstil in der neueren mathematischen Fachliteratur bei den eigentlichen Kunden der Mathematik nicht mehr viel auszurichten ist. In dieser Sicht dürften die drei Bändchen eine echte Lücke füllen.

F. BARMET

Einführung in die Analysis. Von H.J. REIFFEN und H.W. TRAPP. Bände I, II und III. 320, 260, 369 Seiten. Je DM 9,90. BI-Hochschultaschenbücher, Bände 776, 786, 787. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim 1973.

Die drei Bände im handlichen Taschenbuchformat sind aus dem Manuskript einer dreisemestrigen Anfängervorlesung über Analysis hervorgegangen. Band I (mengentheoretische und algebraische Grundbegriffe, Bereiche der reellen und der komplexen Zahlen) dient der Schaffung einer verbindlichen Ausgangsplattform und enthält zudem die Elemente der mengentheoretischen Topologie, Band II umfasst die Theorie der analytischen und differenzierbaren Funktionen, Band III Mass- und Integrationstheorie.

Ich halte das Werk für vorzüglich und möchte es auch, dem Adressatenkreis der «El.Math.» entsprechend, Gymnasiallehrern in ihre Studienbibliothek sehr empfehlen. Einige Hinweise sollen der Charakterisierung dienen.

1. Durch Vor- und Schlussbemerkungen zu den einzelnen Abschnitten und Kapiteln wird die eigentliche Stoffdarbietung motivierend ergänzt; man erhält dabei Hinweise über Teilziele, über Gewichtungen, über andere Zugänge und über Zusammenhänge mit andern Gebieten, dazu auch Testfragen und eine Fülle von Übungsbeispielen.

2. Der Stoff ist vielfach untraditionell sachlich zwingend gegliedert; so erscheinen die Verfahren im Komplexen soweit wie möglich zusammengefasst mit den Verfahren im Reellen oder dann parallel geführt (beispielsweise Potenzreihen, Differenzierbarkeit, lineare Differentialgleichungen), wodurch auch die in der Praxis wichtige Klasse der reell-analytischen Funktionen aus ihrem üblichen Aschenbrödelndasein herausgeholt ist; Integrationstheorie ist von Differentialrechnung völlig getrennt, dafür tritt dieser eine Stammfunktionentheorie (reell und komplex!) zur Seite, die auch auf die Problemstellung bei Differentialgleichungen erstreckt ist.

3. Es liegt ein erstaunlicher Stoffreichtum vor. Zusätzlich zu allem, was man üblicherweise über Funktionen einer und mehrerer Variablen erwartet, findet man (stets in den Gesamtzusammenhang integriert): Grundbegriffe über Topologische Räume, über Banachräume, über messbaren Räume und Masse (neben einer expliziten Konstruktion des Lebesgue-Masses im \mathbf{R}^n), Stereometrie im \mathbf{R}^n , Fouriertransformation, Cauchys Hauptsätze der sog. Funktionentheorie, Differentialformen auf Mannigfaltigkeiten, Vektoranalysis und Integralsatz von Stokes, dazu vieles andere kurz anhand einer Aufgabe gestreift.

Zu aller Anerkennung der wissenschaftlich und didaktisch vorzüglichen Leistung der Autoren steigt schliesslich vor diesem Werk ein Bedenken über den heutigen Universitätsunterricht auf: Wie geartet muss ein Student sein, der diese Stofffülle in drei Studiensemestern auch wirklich auffassen kann, und wie geartet, dass er allgemeine Aussagen wie die Charakterisierung des reellen Zahlkörpers als des einzigen lokalkompakten angeordneten Körpers oder das Vollständigkeitskriterium für Untervektorräume eines Banachraums goutiert, bevor ihm spezielle Fakten wie die Divergenz der harmonischen Reihe oder die Konvergenzbestimmung bei Potenzreihen begegnet sind?

H. E. DEBRUNNER

Einführung in die Potentialtheorie. Von L. L. HELMS. 305 Seiten. DM 48,-. Verlag de Gruyter, Berlin 1973.

Das Buch *Introduction to Potential Theory*, Wiley & Sons, 1969, liegt nun auch in deutscher Sprache vor. Es handelt sich dabei um eine sorgfältige Übersetzung. Ausgehend vom Dirichlet-Problem für die Kugel wird in systematischer Weise dessen Lösung unter immer schwächeren Voraussetzungen verfolgt: die Perronsche Methode wird für den Fall beschränkter Gebiete dargestellt und die Klasse der resolutiven Funktionen charakterisiert. Schliesslich wird das Dirichlet-Problem für offene zusammenhängende Gebiete und ihren Martinschen Rand (Martin-Kompaktifizierung von R - R) für stetige Randfunktionen gelöst. Weiter wird das Randverhalten der Lösungen des Dirichlet-Problems für beschränkte und unbeschränkte Gebiete untersucht. Dabei werden die Begriffe «Barriere», «regulärer Punkt» und «Kegelbedingung» eingeführt. Ein spezielles Kapitel ist den Green-Potentialen gewidmet, wo u. a. der Satz von Riesz über die Darstellung superharmonischer Funktionen in das Potential eines Masses und eine spezielle ausgezeichnete harmonische Funktion bewiesen wird. Das 11. Kapitel ist dem Begriff der Energie gewidmet und diskutiert die Balayage von Massen. Das Buch eignet sich auch als Einführung in die abstrakte Potentialtheorie (Kapitel 11 und 12). Am Schluss befinden sich historische Anmerkungen zu den einzelnen Aspekten der Potentialtheorie mit genauen Literaturzitatzen.

TH. RYCHENER

Topologie I und II. Von W. FRANZ. Sammlung Göschen, Bände 6181 und 7182. 1. Teil: 172 Seiten mit 9 Figuren. 4. Auflage 1973. DM 12,80. 2. Teil: 154 Seiten mit 15 Figuren. 2. Auflage 1974. DM 14,80. Verlag Walter de Gruyter, Berlin.

Band I: Der 1. Teil gibt eine Einführung in die Definitionen und grundlegenden Sätze der allgemeinen topologischen Räume. Der 2. Teil behandelt einige spezielle Räume (Hausdorffsche, reguläre, normale und durch Überdeckungen definierte Räume). Metrische Räume und besonders das Problem der Metrisierbarkeit werden eingehend im 3. Teil diskutiert. Der 4. Teil gibt noch kurz die Anfänge der Dimensionstheorie.

Das Buch kann jedem Mathematikstudenten empfohlen werden, umfassen doch die ersten drei Teile im wesentlichen den Inhalt einer Grundvorlesung über topologische Räume.

Band II: Der 1. Teil behandelt die Geometrie des Simplicialkomplexes und gibt eine Einführung in die Theorie der Homologie- und Kohomologiegruppen. Anschliessend werden Kettenkomplexe, Zellkomplexe und die Invarianz von Homologiegruppen betrachtet. Den Abschluss bilden die Behandlung von Produkten in Polyedern und Mannigfaltigkeiten und deren Homologisierung.

Die beiden Bände sind, abgesehen von kleinen Änderungen, praktisch identisch mit deren ersten Auflagen von 1960 bzw. 1965. Die Literaturverzeichnisse sind erweitert und auf den heutigen Stand nachgeführt.

H. JEGER

Berichtigung

Die in *El. Math.* 1976/2 Seite 44 erschienene Rezension des *World Dictionary of Historians of Mathematics, Edition 1972* trägt leider aus Versehen eine falsche Unterschrift. Verantwortlich für die Rezension ist nicht J. J. Burckhardt sondern M. Jeger.