

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **18 (1963)**

Heft 3

PDF erstellt am: **25.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

3. Bestimme den Mittelpunkt  $M(p; q)$  des Kreises  $x^2 - 2p x + y^2 - 2q y = 0$  so, dass durch die Schnittpunkte mit dem festen Kreis  $x = 2 \cos \varphi$ ,  $y = 2 \sin \varphi$  die Lösungen  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  der Gleichung  $a \cos \varphi + b \sin \varphi = 1$  bestimmt werden. (Stechzirkelnomogramm für die Gleichung  $a \cos \varphi + b \sin \varphi = 1$ )

►  $p = a$ ,  $q = b$ .

4. Bestimme den Mittelpunkt  $M(p; q)$  des Kreises

$$x^2 + y^2 - 2p x - 2q y - t^2 + 2q t = 0$$

so, dass seine Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse die Gleichung  $x^2 + a x + b = 0$  lösen. (Stechzirkelnomogramm für die Gleichung  $x^2 + a x + b = 0$ .)

► Alle Kreise gehen durch den Fixpunkt  $F(0; t)$ ,  $t > 0$  ist beliebig wählbar.

$$p = -\frac{a}{2}, \quad q = \frac{b + t^2}{2t}.$$

5. Bestimme den Mittelpunkt  $M(p; q)$  des Kreises  $x^2 - 2p x + y^2 - 2q y = 0$  so, dass die Schnittpunkte mit der festen Parabel  $y = \lambda x^2$  durch die Gleichung  $x^3 + a x + b = 0$  bestimmt werden. (Stechzirkelnomogramm für die Gleichung  $x^3 + a x + b = 0$ .)

► Alle Kreise gehen durch den Ursprung,  $\lambda > 0$  ist beliebig wählbar.

$$p = -\frac{b \lambda^2}{2}, \quad q = \frac{1 - a \lambda^2}{2 \lambda}.$$

## Literaturüberschau

*Elements of Algebra.* Von CALVIN A. ROGERS. 320 Seiten mit 78 Figuren. 45s. John Wiley & Sons Ltd., London und New York 1962.

Das Buch ist für einen einsemestrigen College-Kurs bestimmt und setzt nur die einfachsten arithmetischen Kenntnisse voraus. Will man nur die elementaren algebraischen Operationen sowie die Elemente der graphischen Darstellung lernen, so kann man die Lektüre auf die letzten zwei Drittel des Buches beschränken. Die durch viele Beispiele und Übungsaufgaben bereicherte Darstellung ist sehr ausführlich und sorgfältig.

Das erste Drittel des Buches ist besonders im Hinblick auf die nun auch bei uns in Gang gekommenen Bestrebungen für eine Modernisierung des mathematischen Unterrichtes interessant. Ausgehend vom naiven Mengenbegriff, betrachtet der Verfasser hier allgemeine Systeme mit einer bzw. mit zwei Verknüpfungsoperationen, die sich in bekannter Weise mit der Vereinigungsmenge und dem Durchschnitt anschaulich deuten lassen. Der Leser lernt dank der auch hier sehr geschickten Darstellung leicht den Begriff der Gruppe sowie die Boolesche Algebra kennen, wobei auch der Zusammenhang mit der Schaltalgebra gezeigt wird. Auch dieser Teil enthält viele Übungen. E. TROST

*Higher Algebra for the Undergraduate.* Von M. J. WEISS. Zweite Auflage revidiert von R. DUBISCH. 171 Seiten. J. Wiley & Sons, New York und London 1962.

Die Grundlagen für ein Studium der modernen Algebra sind in diesem Buch auf sehr ansprechende und übersichtliche Weise dargestellt. In neun Kapiteln werden folgende Gebiete behandelt: Die ganzen Zahlen (zahletheoretische Grundbegriffe). Rationale, reelle und komplexe Zahlen (Satz von Moivre, Einheitswurzeln). Elemente der Gruppentheorie (Grundbegriffe, Permutationsgruppen, Satz von CALEY). Ringe, Integritätsbereiche und Körper. Polynome über einem Körper. Vektoren und Matrizen. Systeme linearer Gleichungen. Determinanten und Matrizen (Charakteristische Gleichung, Satz von CAYLEY-HAMILTON). Gruppen, Ringe und Körper. Zahlreiche Übungsaufgaben ermöglichen eine Kontrolle des Verständnisses. E. TROST

*Fundamentals of Galois Theory.* Von M. M. POSTNIKOV. Übersetzung aus dem Russischen von L. F. BORON. 142 Seiten mit einem Bildnis. f. 8.-. P. Noordhoff N. V., Groningen 1962.

Dieses Büchlein gibt eine sehr gute erste Einführung in die Grundideen der Galoisschen Theorie. Um es dem Leser leicht zu machen, verzichtet der Verfasser auf die abstrakte Konstruktion einer Wurzel einer algebraischen Gleichung für einen beliebigen Grundkörper  $P$  und legt von Anfang an Zahlkörper zugrunde. Auch sonst wird die Theorie möglichst vereinfacht, um nur das Wesentliche deutlich hervortreten zu lassen. Die Hilfsmittel aus der Körper- und Gruppentheorie sind meistens bewiesen, oder es wird auf bekannte Lehrbücher verwiesen. Der Satz über die Fortsetzung von Isomorphismen wird durch elementare Betrachtungen über symmetrische Funktionen ersetzt. Das Hauptresultat des ersten Teiles ist die Galoissche Korrespondenz zwischen den Untergruppen der Galoisschen Gruppe eines über  $P$  normalen Körpers  $K$  und den Körpern zwischen  $P$  und  $K$ .

Der zweite Teil enthält die Auflösung von Gleichungen durch (allgemeine) Radikale. Dazu ist ein Exkurs über Normalreihen nötig (ohne die Sätze von SCHREIER und JORDAN-HÖLDER). Die Darstellung der Galoisgruppe als Permutationsgruppe erlaubt Aussagen über die Struktur der symmetrischen und der alternierenden Gruppe. Die Einfachheit der letzteren für  $n > 4$  wird mit einem Beweis von L. REDEI gezeigt. Als Beispiel für nicht durch Radikale lösbare rationale Gleichungen dient  $x^5 + px + p = 0$  ( $p = \text{Primzahl}$ ). Die allgemeine Gleichung  $n$ -ten Grades wird im letzten Kapitel behandelt. Die übliche Diskussion der quadratischen und kubischen Gleichung ist auch durchgeführt, hingegen fehlen (infolge der Beschränkung auf nicht notwendig irreduzible Radikale) die Anwendungen auf die Konstruktionen mit Zirkel und Lineal. E. TROST

*Liczby Trojkatne.* Par W. SIERPIŃSKI. Biblioteczka Matematyczna 12. 67 pages. Państwowe Zakłady wydawnictw szkolnych, Warszawa 1963.

Monsieur le Professeur Dr. WACLAW SIERPIŃSKI, Doyen des mathématiciens polonais et Chef de l'Ecole mathématique de Varsovie, vient de publier, en langue polonaise un remarquable livre sur les nombres triangulaires. Un nombre triangulaire  $t_n$  est la somme des  $n$  premiers nombres naturels ( $n = 1, 2, \dots$ ). Tout nombre naturel supérieur à 1 est la différence de deux nombres triangulaires consécutifs. Il existe une infinité de nombres pairs qui peuvent s'exprimer de façon unique par la différence de deux nombres triangulaires. Il existe une infinité de nombres naturels qui ne sont pas triangulaires et qui ne sont pas égaux à la somme de deux nombres triangulaires; en particulier tous les nombres de Fermat  $F_n = 2^{2^n} + 1$  jouissent de cette propriété. Il existe une infinité de nombres triangulaires qui sont le produit de deux nombres triangulaires supérieurs à 1. Si  $t_x = y^2$  ( $x$  et  $y$  nombres naturels), le plus petit nombre triangulaire  $> t_x$  qui est le carré d'un nombre naturel est le nombre  $t_{3x+4y+1} = (2x + 3y + 1)^2$ . On ne connaît pas de formule générale donnant toutes les solutions, en nombres naturels  $x, y, z$ , de l'équation  $t_x + t_y = t_z$ . D'autre part, on ne connaît qu'une seule solution en nombres naturels  $x, y, z$  de l'équation  $t_x^2 + t_y^2 = t_z^2$ , savoir  $x = 132, y = 143, z = 164$ , à laquelle correspond un triangle rectangle de côtés 8778, 10296 et 13530. On ignore s'il existe d'autres solutions et si le nombre des solutions est fini. Soit  $m$  un entier donné, supérieur à 1. On appelle restes triangulaires modulo  $m$  la suite des restes de la division des nombres  $t_0 = 0, t_1, t_2, \dots$  par  $m$ . Quel que soit l'entier  $k \geq 0$ , si  $m$  est impair, les nombres  $t_{k+m}$  et  $t_k$  donnent le même reste modulo  $m$ . Soit  $r_k$  le reste de division de  $t_k$  par  $m$ . La suite  $r_0, r_1, \dots$  est donc périodique, et les nombres  $r_0, r_1, \dots, r_{m-1}$  ne sont pas tous distincts. Pour tout module premier impair  $p$ , il existe  $(p+1)/2$  différents restes triangulaires. Il existe un seul nombre triangulaire premier:  $t_2 = 3$ . Tout nombre triangulaire  $> 3$  possède au moins deux diviseurs premiers distincts. Les nombres de Mersenne sont de la forme  $2^n - 1$ , où  $n$  est un nombre naturel. Il existe seulement quatre nombres de Mersenne qui sont triangulaires, notamment  $t_1, t_2, t_5$  et  $t_{90}$ . Quel que soit le nombre naturel  $n$ , parmi les nombres  $t_n, t_n + 1, \dots, t_{n+1}$  il y a au plus un nombre de la forme  $m^2$  ( $m$  naturel), et il existe une infinité de nombres naturels  $n$  pour lesquels un tel  $m$  existe. En 1942, A. MOESSNER a construit un carré magique formé du nombre  $t_0 = 0$  et des nombres triangulaires  $t_1, t_2, \dots, t_{63}$ . La somme magique de ce carré est aussi un nombre triangulaire.

On appelle nombre pyramidal  $T_n$  la somme des  $n$  premiers nombres triangulaires:  $T_n = t_1 + t_2 + \dots + t_n$ . Le dernier chapitre du livre de M. SIERPIŃSKI est consacré à ces nombres. Le livre est complété par des tables où sont donnés les 200 premiers nombres triangulaires, les 100 premiers nombres pyramidaux et 32 suites de nombres triangulaires. De nombreux et importants résultats concernant les nombres triangulaires ont été établis par Monsieur SIERPIŃSKI et son élève, M. A. SCHINZEL. Le livre est illustré par un beau portrait du Professeur SIERPIŃSKI.

S. PICCARD

*Summation of Series.* Gesammelt von L. B. JOLLEY. Zweite revidierte Auflage. XII und 251 Seiten. \$2.00. Dover Publications, New York 1961.

Was man hier für zwei Dollar erhält, ist erstaunlich, bedeutend mehr wert, ja eigentlich unbezahlbar. Denn die weit über tausend Reihen, die in diesem handlichen Dover-Band systematisch angeordnet und aufsummiert sind, ersparen dem Ratsuchenden zeitraubendes und vielleicht sogar fruchtloses Nachschlagen in schwer zugänglichen Lehr- und Handbüchern. Ausserdem ist bei jeder Reihe die Stelle eines Werkes zitiert, wo weitere Auskünfte über die betreffende Reihe und die zugehörigen Beweise zu finden sind. Dass diese Literaturhinweise nur englisch geschriebene Bücher und Zeitschriften berücksichtigen, ist bei einem in erster Linie für amerikanische Benützer geschaffenen Hilfsmittel selbstverständlich. Immerhin figuriert in dieser Bibliographie auch das Standardwerk von Konrad KNOPP über Unendliche Reihen, weil von ihm schon seit 1928 eine englische Übersetzung vorliegt. Im Anhang des sehr nützlichen Handbuches sind Eulersche und Bernoullische Zahlen, Beziehungen zwischen ihnen und verschiedene Konstanten angegeben, die in gewissen Reihen immer wieder vorkommen.

W. HONEGGER

*Introduction to Geometry.* Von H. S. M. COXETER. XVIII und 443 Seiten. 80s. John Wiley & Sons, New York und London 1961.

Der unscheinbare Titel des Werkes verrät nicht, was der Inhalt birgt. Wer jedoch den Verfasser kennt, weiss, dass er etwas Besonderes erwarten darf. Prof. J. J. BURCKHARDT hat das Buch übersetzt, und es wird demnächst bei Birkhäuser in Basel unter dem Titel «Unvergängliche Geometrie» erscheinen. Dieser Titel sagt mehr, allerdings ging es dem Verfasser nicht darum, eine Sammlung «klassischer Stücke» der Geometrie anzulegen. In Amerika hat das Interesse an der Geometrie in den letzten Jahrzehnten nachgelassen, wohl infolge der irrigen Auffassung, dass die Geometrie lediglich ein Teil der Algebra und Analysis sei. Auf Grund dieses Eindrucks entschloss sich der Verfasser, eine neue Einführung in die Geometrie zu geben.

In bewundernswerter Weise gelingt es dem Verfasser, in die Geometrie in ihrer Vielfalt von Fragestellungen und Methoden einzuführen. Man spürt so recht, welch unverstehbare Quelle schöpferischer Tätigkeit die Geometrie birgt.

Jedes Teilgebiet wird so behandelt, dass seine spezifischen Fragestellungen und Methoden deutlich werden. Das Prinzip, das dem ganzen Werke zugrunde liegt, lässt sich kurz mit dem Begriffe Symmetrie andeuten. Die Stoffauswahl entspricht den Zielen der Darstellung. Der Inhalt weist manche «Perle» der Geometrie auf.

Teil I ist hauptsächlich der Planimetrie gewidmet. Es werden unter anderem behandelt: Dreiecksgeometrie, reguläre Vielecke, Isometrien, Ähnlichkeit, Inversion. Teil II enthält Kapitel über Koordinaten, komplexe Zahlen, die Platonischen Körper und den Goldenen Schnitt. Teil III ist mehr der Grundlegung der Geometrie gewidmet: affine, absolute, projektive, hyperbolische Geometrie. Teil IV umfasst: Differentialgeometrie der Kurven und Flächen, Einführung in die Topologie der Flächen und Einführung in die vierdimensionale Geometrie.

Am Schluss der meisten Abschnitte sind Übungsaufgaben gestellt. Die Lösungen eines Teiles derselben sind am Schluss des Werkes angegeben, wo auch Literaturhinweise zu finden sind.

Es ist zu hoffen, dass dieses reichhaltige, lebendig geschriebene Werk weite Verbreitung findet.

J. M. EBERSOLD

*Elementary Vector Geometry*. Von SEYMOUR SCHUSTER. XII und 213 Seiten. 38s. John Wiley & Sons, London und New York 1962.

Nach den Empfehlungen verschiedener amerikanischer Studiengruppen soll die Vektorrechnung Eingang finden ins Mathematikprogramm der Klassen, die etwa dem 14.–16. Altersjahr entsprechen. Im Hinblick darauf behandelt der Verfasser die Vektoralgebra in sehr elementarer Weise. Vorausgesetzt wird nur wenig aus Geometrie und Trigonometrie. In den Anwendungen werden vor allem die Gleichungen von Gerade und Kreis hergeleitet. Im letzten der insgesamt sieben Kapitel kommen dann einige weitere Kurven wie Zykloide und Kreisevolvente hinzu.

Der Zielsetzung des Buches entsprechend wird auf Anwendung von Differentialrechnung verzichtet. Doch würde man angesichts des Umfangs des Buches gerne wenigstens eine propädeutische Einführung des Geschwindigkeitsvektors sehen. E. R. BRÄNDLI

*Mathematical Discovery*, Volume I. Von GEORGE POLYA. 216 Seiten mit 52 Figuren. 32s. John Wiley & Sons, New York und London 1962.

Sicher ist Professor Polya vielen schweizerischen Lesern dieser Zeitschrift in lebhafter Erinnerung; dankbar gedenken sie der sorgfältig-behutsamen Behandlung, die er den Grundlagen jeder mathematischen Disziplin angedeihen liess. Dieselbe Sorgfalt finden wir auch in seinen Büchern. Das Ziel des vorliegenden Bandes, der durch einen zweiten ergänzt werden soll, ist eine Anleitung zur Lösung von mathematischen Problemen und somit eine Fortsetzung der früher erschienenen Werke «How to solve it» und «Mathematics and Plausible Reasoning».

Nach der Überzeugung des Verfassers ist die Ausbildung der Mathematiklehrer für die Mittelschulstufe ungenügend. Da er seine Behauptung nicht auf Amerika beschränkt, ist anzunehmen, dass sich diese Ansicht auch auf seine Zürcher Erfahrungen stützt. Wenn die Ausbildung auch genügend Kenntnisse vermittelt, so vernachlässigt sie seiner Meinung nach doch das Können, das Wissen wie, die Kunst, Probleme zu lösen, und damit auch die Fähigkeit, diese Kunst weiterzugeben. Das Lösen von Aufgaben ist nach Polya eine erlernbare Fertigkeit wie das Klavierspielen, die aber nur durch viel zielbewusste Übung erworben werden kann.

Im ersten Teil des Werkes werden in vier Kapiteln einige Methoden zur Lösung mathematischer Aufgaben zunächst an wenigen Beispielen eingehend erörtert und dann durch eine grosse Zahl von Übungen, die ungefähr dem Niveau einer Mittelschule entsprechen, illustriert. Unter dem Titel: «Methode der zwei geometrischen Örter» werden geometrische Konstruktionen behandelt. Hier darf wohl angemerkt werden, dass ausgezeichnete Werke bereits zur Verfügung stehen, wie: J. PETERSEN, *Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géométriques*, und G. LEMAIRE, *Méthodes de résolution et de discussion des problèmes de géométrie*. So sind in diesem Kapitel denn auch kaum neue Aufgaben anzutreffen. Das wird anders in den kommenden Teilen, wo man immer mehr spürt, wie der Verfasser nach seinen eigenen Worten sein Material aus eigenen Forschungen bezieht, obwohl diese selbst im Rahmen dieses Buches nicht erörtert werden können. Es folgen: Die kartesische Methode (Algebraisierung); Rekursion (vollständige Induktion, Methode der unbestimmten Koeffizienten); Superposition (lineare Kombinationen).

Der zweite Teil soll, soweit das überhaupt möglich ist, zu einer allgemeinen Methode führen, es liegen zwei Kapitel vor, in denen zunächst der Begriff des Problems und seiner Teile analysiert, und dann der Gesichtskreis der besprochenen Methoden erweitert wird. Wie weit dabei der Bogen gespannt wird, ist beispielsweise daraus ersichtlich, dass die beiden Aufgaben, ein Dreieck aus den drei Seiten zu konstruieren, und die Differentialgleichung  $y'' = -y$  mit zwei Randbedingungen zu lösen, in nahe Beziehung gebracht werden.

In einem Anhang finden sich «Winke für Lehrer und für Lehrer von Lehrern», wo zusammenfassend dargetan wird, dass das Buch dazu bestimmt ist, dem Mathematiklehrer Gelegenheit zu geben, auf einem angemessenen Niveau schöpferisch tätig zu sein und ihn anzuleiten, diese Tätigkeit auch bei seinen Schülern anzuregen. Das ist doch wohl auch der wesentliche Sinn aller Aufgabenspalten in unseren mathematischen Zeitschriften: Der Lehrer soll immer wieder bemüht sein, sich in die geistige Situation seiner Schüler beim Lösen von Aufgaben hineinzudenken. W. LÜSSY