Bemerkung der Redaktion

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **17 (1962)**

Heft 1

PDF erstellt am: **26.09.2024**

kelhalbierenden w_i von $2\varphi_i$ wie in (3) auch die von O ausgehende Seitenhalbierende m_i von a_i gesetzt werden darf, was verneint werden muss! Vielmehr gilt

$$\sum R_i > \sum m_i \,, \tag{5}$$

eine Ungleichung, die nicht verschärft werden kann. Bei (5) handelt es sich fast um eine Trivialität. Ergänzt man Δ zum Parallelogramm mit den Seiten R_i und R_{i+1}, so gilt die Dreiecksungleichung

$$R_i + R_{i+1} > 2\,m_i$$

und (5) ergibt sich durch Summation von n solchen Ungleichungen. Dass für $n = 3$ keine Verschärfung möglich ist, sieht man sofort, wenn man etwa die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks gegen Null und simultan O gegen die Spitze streben lässt. Für beliebiges n kann man ähnlich vorgehen. Dem Beweisgang entnimmt man zudem, dass für die Gültigkeit von (5) O nicht einmal innerer Punkt des Polygons sein muss und die Eckpunkte desselben ebensowenig in ein und derselben Ebene zu liegen haben. Von Konvexität erst ist gar keine Rede.

Ist O dagegen innerer Punkt eines ebenen konvexen n-Ecks, so gilt für die geometrischen Mittel [8]

$$G(R_i) \geqq \sec\frac{\pi}{n}\, G(w_i) \,, \tag{6}$$

was von FEJES TÓTH [9] verdeckt (wie bei FLORIAN) im Grunde genommen schon bewiesen wurde. Auch hier darf w_i nicht durch m_i ersetzt werden.

Diese Bemerkungen mögen dazu dienen, die Solidarität der Höhen und Winkelhalbierenden gegenüber den Seitenhalbierenden darzutun, wobei wir hier auf eine tiefere Begründung verzichten. F. LEUENBERGER, Zuoz

LITERATURVERZEICHNIS

[1] P. ERDÖS, Aufgabe 3740, Amer. Math. Monthly *42* (1935).
[2] L. J. MORDELL, Lösung zu Aufgabe 3740, Amer. Math. Monthly *44* (1937).
[3] H. G. EGGLESTON, Math. Gaz. *42*, 54–55 (1958). Die Kenntnis dieses Beweises verdankt der Verfasser freundlichen Mitteilungen von H. HADWIGER und E. TROST.
[4] A. OPPENHEIM, *The Erdös Inequality and Other Inequalities for a Triangle*, Amer. Math. Monthly *68*, 226–230 (1961).
[5] BARROW, Lösung zu Aufgabe 3740, Amer. Math. Monthly *44* (1937).
[6] L. FEJES TÓTH, *Inequalities Concerning Polygons and Polyhedra*, Duke Math. J. *15*, 817–822 (1948).
[7] A. FLORIAN, *Zu einem Satz von* P. ERDÖS, El. Math. *13*, 55–58 (1958).
[8] Einfacher Beweis ohne Logarithmierung erscheint in Amer. Math. Monthly, *On a polygonal inequality due to* L. FEJES TÓTH.
[9] L. FEJES TÓTH, *Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum* (Springer, Berlin 1953), S. 33.

Anmerkungen bei der Korrektur: Ein Beweis der Ungleichung (3) erscheint von H. CHR. LENHARD tatsächlich unter dem Titel «Verallgemeinerung und Verschärfung der ERDÖS-MORDELLSCHEN Ungleichung für Polygone» im Archiv d. Math., ohne dass Herr LENHARD etwa von des Verf. Vermutung Kenntnis gehabt hätte. Ferner bemerkte der Verf. während der Drucklegung des Manuskriptes, dass L. BANKOFF in Amer. Math. Monthly *65*, 521 (1958) ganz ähnliche Überlegungen wie bei unserem «einfachen Beweis» anstellte (ohne Winkelfunktionen) und D. K. KARINOFF in Mich. Math. J. *4*, 97–98 (1957) einen weiteren Beweis für diese spezielle Dreiecksungleichung brachte.

Bemerkung der Redaktion

Der in der kleinen Mitteilung von N. KRITIKOS über den vektoriellen Beweis eines elementargeometrischen Satzes [El. Math. *16*, 132 (1961)] behandelte Satz samt Beweis findet sich in der Rubrik «Aufgaben für die Schule» in El. Math. *12*, 135 (1957). Wie uns W. LÜSSY mitteilt, stammt der Beweis wohl von H. VAN AUBEL, Mathesis 1895. W. JÄNICHEN berichtet, dass derselbe Beweis auch in den Vorlesungen über Vektorenrechnung von E. JAHNKE (Leipzig 1905, Seite 55) zu finden ist.