Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **14 (1959)**

Heft 4

PDF erstellt am: **26.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

3. Welches ist die Summe aller Zahlen, die sich durch Permutation der Ziffern 1, 2, 3, 4 bilden lassen?
   ▸ Jede Ziffer steht sechsmal an jeder Stelle, also ist die Summe gleich 66660.

4. a) Die letzte Ziffer der neunten Potenz irgendeiner Zahl ist gleich der letzten Ziffer dieser Zahl.
   b) Welches sind die zwei letzten Ziffern von 2^{999} und von 3^{999}?
   ▸ 88 und 67. Die zwei letzten Ziffern aufeinanderfolgender Potenzen von 2 und von 3 weisen je eine Periode von 20 Gliedern auf.

5. m und n sind zwei teilerfremde Zahlen. Eine Strecke $AB = a$ wird in m gleiche Teile geteilt, die Teilpunkte werden mit Nullen bezeichnet. Dann wird dieselbe Strecke in n gleiche Teile geteilt, die Teilpunkte bezeichnet man mit Kreuzen. Welches ist der kürzeste Abstand einer Null von einem Kreuz (abgesehen vom Abstand 0 in den Endpunkten)?
   ▸ $a/m\,n$.

Literaturüberschau

R. P. Boas jun. et R. Creighton Buck:
Polynomial Expansions of Analytic Functions
Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, nouvelle série, volume 19.
Springer Verlag, Berlin, Göttingen et Heidelberg 1958

I. *Introduction.* II. *Représentation de fonctions entières.* III. *Représentation de fonctions régulières à l'origine.* IV. *Applications. Bibliographie. Index.*

Les polynomes définis par des fonctions génératrices possèdent des propriétés qui rendent leur étude à la fois intéressante et féconde; quoique ancienne, cette théorie a donné lieu, dans ces dernières années, à de nombreuses recherches dont ce petit ouvrage donne un excellent aperçu: on y trouvera notamment de nombreuses suggestions pour des recherches nouvelles. Ch. Blanc

Fumitomo Maeda: *Kontinuierliche Geometrien*
Übersetzt und für die deutsche Ausgabe bearbeitet von: Sibylla Crampe, Günter Pickert und Rudolf Schauffler. X + 244 Seiten. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Band 95. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958

Der Begriff «Geometrie» hat sich im Laufe der Entwicklung der Mathematik immer mehr erweitert. Einerseits ergaben sich viele Ausdehnungen des Begriffes als Folge der axiomatischen Methode, indem man nämlich nicht nur versuchte, für das, was man ursprünglich unter Geometrie verstand, ein vollständiges Axiomensystem aufzustellen, sondern auch solche mathematische Systeme untersuchte, welche nur einem Teil der betrachteten Axiome genügen; also indem man gewisse Axiome fallen liess oder allenfalls durch andere ersetzte, wodurch man «allgemeinere Geometrien» erhielt, bzw. Systeme, welche dem der Geometrie verwandt sind und daher auch «Geometrien» genannt wurden.

Anderseits fand man Beziehungen der Geometrie zu anderen, selbständigen Gebieten der Mathematik. Als man zum Beispiel entdeckte, dass es in einer beliebigen projektiven Geometrie Konstruktionen gibt, welche aus den Punkten einer Geraden einen Körper machen, gelangte man zur Erkenntnis, dass man jeder projektiven Geometrie einen Körper zuordnen kann und dass umgekehrt jede projektive Geometrie (bestimmter Dimension) durch den zugehörigen Körper vollständig bestimmt ist, wodurch ein enger Zusammenhang zwischen Körpertheorie und projektiver Geometrie offenbar wurde.

Ein ähnlicher Zusammenhang, bestehend zwischen projektiver Geometrie und Verbandstheorie, ist grundlegend für den Inhalt des vorliegenden Buches. Ordnet man nämlich die Gesamtheit der linearen Teilräume einer projektiven Geometrie durch die mengen-

theoretische Inklusion, so bildet die so erhaltene teilweise geordnete Menge einen Verband. Die beiden Verknüpfungen in diesem Verband sind dann, wie leicht ersichtlich, einerseits die (mengentheoretische) Durchschnittsbildung von zwei linearen Teilräumen, anderseits die Bildung des von zwei Teilräumen aufgespannten linearen Teilraumes. Die projektive Geometrie ist durch den so zugeordneten Verband vollständig charakterisiert. Es treten dabei allerdings nicht beliebige Verbände auf, aber alle jene, welche gewisse weitere Eigenschaften besitzen (die irreduziblen endlichdimensionalen komplementären modularen Verbände). Man kann daher die projektiven Geometrien mit diesen Verbänden identifizieren und damit einen solchen Verband eine Geometrie nennen. Geometrischen Begriffen und Sätzen entsprechen dann Begriffe und Sätze der Verbandstheorie und umgekehrt. Insbesonders hat man verbandstheoretisch die Dimension eines Verbandselementes zu definieren, was vorteilhaft so geschieht, dass als Dimensionen eines Punktes, einer Geraden, ..., des ganzen Raumes (in einer n-dimensionalen Geometrie) bzw. die Zahlen $0, 1/n, \ldots, 1$ auftreten.

JOHN VON NEUMANN hat nun im Jahre 1936 allgemeinere Verbände untersucht (insbesondere nicht endlich-dimensionale) und für solche in analoger Weise eine Dimensionsfunktion definiert, die nun aber beliebige reelle Werte zwischen 0 («Punkt») und 1 («ganzer Raum») annimmt. Insbesonders gibt es dann Elemente beliebig kleiner Dimension, und so ergab sich die Bezeichnung «kontinuierliche Geometrien» für solche Verbände.

Im Grunde genommen, handelt es sich also bei den kontinuierlichen Geometrien um reine Verbandstheorie. Aber da viele Eigenschaften noch analog sind wie bei den Verbänden, die den gewöhnlichen projektiven Geometrien entsprechen, hat sich die geometrische Bezeichnungs- und Betrachtungsweise – wie ja auch in so vielen andern Gebieten der Mathematik – als äusserst fruchtbar erwiesen. Oder anders ausgedrückt: Man legt der projektiven Geometrie (gemäss der Identifizierung mit gewissen Verbänden) ein verbandstheoretisches Axiomensystem zugrunde und untersucht dann Systeme, welche nur einem Teil der Axiome genügen, erhält also wieder «verallgemeinerte Geometrien». Vieles liess sich auf die neue Situation übertragen, insbesondere auch der Zusammenhang zwischen dem einer projektiven Geometrie zugeordneten Körper und dem zugehörigen Verband.

Die grundlegenden Arbeiten auf dem Gebiete der kontinuierlichen Geometrien stammen von NEUMANN aus den Jahren 1936 bis 1938. Weitere Ergebnisse verschiedener Autoren (unter ihnen MAEDA) kamen hinzu, und 1950 stellte MAEDA den damaligen Stand der Theorie in einem in Japan erschienenen Buch zusammen. Das vorliegende Werk ist die Übersetzung des japanischen Originals und enthält daher nicht sämtliche Resultate der letzten Jahre.

Die Darstellung des Stoffes ist sehr klar und ist auch dem zugänglich, der keine speziellen Vorkenntnisse hat; das Buch beginnt nämlich mit einer allgemeinen Einführung in die Verbandstheorie. Der ganze Text ist sehr sorgfältig ausgearbeitet, und die Übersetzung ist ausgezeichnet. A. FRÖLICHER

R. B. LINDSAY und H. MARGENAU:

Foundations of Physics

XI und 542 Seiten mit 35 Figuren. Dover Publications, New York 1957

Das Buch ist eine verbesserte Neuauflage des Werkes von 1935. LINDSAY und MARGENAU geben eine ausgezeichnete Übersicht über die Probleme der theoretischen Physik, insbesondere im Hinblick auf ihre logische und erkenntnistheoretische Struktur. Das Buch enthält nicht nur allgemeine Bemerkungen, sondern führt den Leser in die wesentlichen mathematischen Methoden der theoretischen Physik ein, ohne jedoch auf Einzelheiten zu beharren, und schält die Hypothesen, die Axiome und die Konsequenzen der verschiedenen Theorien klar heraus. Dass man über die Feldquantisierung nichts findet, ist bedauerlich, aber in Anbetracht der Schwierigkeit des Gebietes auch verständlich. Das Buch kann Physik- und Mathematiklehrern, die sich um die neuen physikalischen Erkenntnisse interessieren, sehr empfohlen werden. E. SCHILT

H. v. MANGOLDT: *Einführung in die höhere Mathematik*
Seit der 6. Auflage neu herausgegeben und erweitert von K. KNOPP

Zweiter Band:
Differentialrechnung. Unendliche Reihen.
Elemente der Differentialgeometrie und der Funktionentheorie
XIV + 624 Seiten mit 115 Figuren.

Dritter Band:
Integralrechnung und ihre Anwendungen, Funktionentheorie, Differentialgleichungen
XV + 640 Seiten mit 107 Figuren. Zehnte, vollständig neubearbeitete Auflage. S. Hirzel-Verlag, Leipzig 1957

Dieses dreibändige Werk (den ersten Band haben wir schon früher besprochen) hat von jeher den Ruf der Zuverlässigkeit und der völligen Strenge besessen. KNOPP, der das Werk von der 6. Auflage an betreute, hat sich zum Ziel gesetzt, diese Strenge zu wahren, den Stoff aber mit noch grösserer Klarheit und Verständlichkeit darzustellen. In diesem Sinne hat er kurz vor seinem Tode die zehnte Auflage einer sorgfältigen Neubearbeitung unterzogen, ohne an der Gesamtanlage des Werkes und an der Stoffauswahl grosse Änderungen vorzunehmen. Einen Begriff von der Reichhaltigkeit des dargestellten Stoffes geben ja die im Titel aufgezählten Stoffgebiete, zu denen man für den dritten Band noch die Fourierschen Reihen erwähnen könnte. Es soll noch neu ein vierter Band erscheinen, der von F. LÖSCH, Stuttgart, bearbeitet wird und der «die Stoffe aufnehmen soll, die seit dem Erscheinen der ersten Auflage im Jahre 1914 zum Allgemeinbesitz der Mathematiker geworden sind».

Was nun die Änderungen gegenüber den frühern Auflagen betrifft, so wurden im zweiten Band die Hyperbelfunktion und ihre Umkehrungen stärker berücksichtigt und die Behandlung der Koordinatentransformationen im n-dimensionalen Raum und des Heine-Borelschen Überdeckungssatzes aufgenommen. Im dritten Band wurde neu die graphische Integration, der Weierstraßsche Approximationssatz, das Stieltjes- und das Fejérsche Integral behandelt. Allgemein wurde die vektorielle Schreibweise weitgehend herangezogen, namentlich bei den Anwendungen auf geometrische und physikalische Fragen.

F. BLUMER

E. PREISIG: *Analytische Geometrie. Aufgabensammlung*
Orell-Füssli-Verlag, Zürich 1955

Der vorliegende Band des Unterrichtswerkes des Vereins Schweizerischer Mathematiklehrer bringt zusammen mit den beiden Teilen des Leitfadens das Fachgebiet *Analytische Geometrie* zu einem vorläufigen Abschluss, weil nur bei genügender Nachfrage eine Aufgabensammlung für den zweiten Teil des Leitfadens geplant ist.

Unser Band enthält fast 900 Aufgaben; davon sind ein Drittel den Grundgebilden, dem Punkt und der Gerade und ihren Verknüpfungen, gewidmet. Die Stoffgruppierung und sogar die Titel entsprechen genau denen des Leitfadens, ein Umstand, der die Auswahl von Aufgaben dem Lehrer erleichtert, dem Schüler aber auch einen Lösungstip gibt. Dieser Abschnitt umfasst zudem mehr als 60 Aufgaben zur Summen- und skalaren Produktbildung von Vektoren und über vektorielle Geradengleichungen. Das zweite Kapitel bringt fast 130 Beispiele zur Kreislehre für die traditionelle Behandlungsweise und 10 Aufgaben für die Lösungsmethode mit Vektoren. Ein kleines drittes Kapitel umfasst 56 Aufgaben über geometrische Örter. Ein weiteres Drittel der Aufgaben gehört zu den beiden Kapiteln über Mittelpunktskegelschnitte und Parabeln, je in einfachster Lage. Das Schlusskapitel enthält 105 vermischte und Ortsaufgaben über Kegelschnitte, die sich als Repetitions- und Ergänzungsaufgaben sehr gut eignen.

Eine so umfangreiche Sammlung von Aufgaben, wie die vorliegende, zu schaffen und die einzelnen Beispiele sowohl nach pädagogischen Gesichtspunkten als auch nach dem vorgeschriebenen Einteilungsprinzip anzuordnen, ferner die Aufgaben eindeutig und zugleich abwechslungsreich zu formulieren, drittens beim Entwurf gleichzeitig die diversen Ansprüche der einzelnen Schultypen hinsichtlich des Schwierigkeitsgrades und der

Stoffabgrenzung ständig im Auge zu behalten, und schliesslich den traditionellen Stoff als auch die Neuerungen angemessen zu berücksichtigen, ist eine recht schwierige Arbeit, die viel Lehrerfahrung voraussetzt, die aber der Kritik ausgesetzt ist, weil verschiedene Beurteilungsstandpunkte möglich sind. Dem Verfasser sind alle Aufgabenbuchbenützer dafür dankbar, dass er sich dieser harten Arbeit unterzogen hat, und seine Sammlung selber und durch Fachkollegen vor der Drucklegung längere Zeit ausprobierte.

Positiv ist das erste Merkmal zu bewerten: Die Aufgaben sind durchaus der Arbeitsweise und dem Fassungsvermögen der Schüler angemessen und zeigen daher zum grösseren Teil bestimmte Zahlen in den Bestimmungsstücken. Zur Einübung wichtiger Formeln dienen Serienbeispiele mit gemeinsamem Aufgabentext und verschiedenen Zahlenwerten in den Unteraufgaben. Hier ist aber nicht ohne weiteres klar, warum die allgemeine Lösung oft zuerst verlangt ist, denn erstens findet man das Ergebnis häufig in der Formelsammlung unseres Logarithmenbuches oder gar seine Herleitung im Leitfaden, zweitens werden die übrigen Unteraufgaben zu blossen Substitutionsübungen degradiert und drittens sollte gerade in der analytischen Geometrie die Verallgemeinerung den Schlußstein bilden, damit der Schüler an einer Reihe selbst durchgerechneter Beispiele immer wieder erkennt, dass die allgemeine Lösung alle Sonderfälle wirklich umfasst. Allgemeine Daten werden bei Beweisen und erfreulicherweise bei der Mehrzahl der Orts- und vermischten Aufgaben verwendet; hervorzuheben ist hier noch, dass mehr als die Hälfte der Orts- und Kegelschnittaufgaben – mit bestimmten oder allgemeinen Daten – ohne Bezugnahme auf ein Koordinatensystem gestellt sind. Gemäss dem Leitfaden, im Übungsbuch aber ohne den Sternhinweis, sind auch Aufgaben für den Typus C eingestreut. Sollten diese in einer späteren Auflage nicht durch schwierigere Beispiele vermehrt werden? Erwünscht wäre auch eine Vergrösserung der Aufgabenzahl über die Affinität als anschauliches Übungsmaterial für die Koordinatentransformation (die ausführlich erst im zweiten Teil zu behandeln ist).

Bei der Fülle gleichartiger Aufgaben in einzelnen Abschnitten ist eine abwechslungsreiche Formulierung ein Kunststück, das dem Verfasser gelungen ist, abgesehen vom häufigen Gebrauch des unbestimmten Fürwortes man; gelegentlich liessen sich Aufgaben kürzer und andere deutlicher fassen. Die landesüblichen Termini sollten in den verschiedenen mathematischen Disziplinen dieselbe Bedeutung haben; daher wäre das Wort «Entfernung» (eines Punktes von einer Gerade) durch «Abstand» und «Neigung» durch «Neigungswinkel» zu ersetzen.

Die Beurteilung des Aufgabenbereiches hängt vom Auftrag an den Bearbeiter, aber auch von seiner Ansicht über die Bedeutung des Lehrfaches in der Hierarchie der Mittelschulmathematik ab. Die vorliegende Sammlung bietet eine Reihe schöner und geeigneter Aufgaben verschiedenen, eher mässigen Schwierigkeitsgrades, um den Schüler mit der Gedankenwelt der analytischen Geometrie vertraut zu machen. Zu wünschen wären für unsere Maturitätsschulen einige Aufgaben, die «praktische» Probleme der Naturwissenschaften und der Technik zum Inhalt haben, wie zum Beispiel R. Rothe im Bändchen *Elementarmathematik und Technik* der mathematisch-physikalischen Bibliothek eine ganze Serie schon 1924 veröffentlichte. Kurze (der Aufgabe vielleicht als Anhang angefügte) Erläuterungen des technischen Inhaltes genügen in der Regel, damit der Schüler die Auflösung selbständig finden kann. Solche anschauliche Beispiele lockern den stellenweise spröden Stoff der analytischen Geometrie auf, bieten zudem willkommene Querverbindungen mit naturwissenschaftlichen Fächern und bereiten die entsprechenden Anwendungen in der Differential- und Integralrechnung vor.

Das Urteil über das letzte Merkmal, ob und in welchem Masse Neuerungen – insbesondere die Vektorrechnung – in unseren Gymnasien Eingang finden, wird die Zukunft fällen. Vermutlich wird eine starke Verbindung mit der Physik nötig sein, um eine genügend breite und konkrete Basis zu finden. Das vorliegende Buch enthält zahlreiche Beispiele auf «analytischer» Grundlage für eine erste Kontaktnahme mit der Vektorrechnung. Interessant und lohnend wird letztere aber erst im Dreidimensionalen und vor allem bei Anwendung auf physikalische Probleme. Auch hier existieren Übungen, die den Rahmen dieses Buches nicht überschreiten und für den Schüler selbständig lösbar werden mit ganz kurzen Erläuterungen.

Alle vorgebrachten Bemerkungen mögen das für unsere Schulen brauchbare – übrigens bereits gut eingeführte – Aufgabenwerk von PREISIG als Anregungen und Hinweise dienen für die allfällige Vorbereitung einer neuen Auflage.

Preislich ist das Buch günstig; hingegen lässt es manche drucktechnischen Wünsche unerfüllt. Störend wirken die vielen Doppelpunkte unmittelbar vor Gleichungen, besonders nach den Buchstaben der Unteraufgaben; ferner die Darstellung numerischer Brüche. Diese liessen sich gewiss einheitlich überall klein schreiben, so wie sie im Buch ab und zu gedruckt sind, wodurch der Druck übersichtlicher und ruhiger wirken würde, als dies jetzt stellenweise der Fall ist. A. HÄUSERMANN

H. BEHNKE, K. FLADT und W. SÜSS:

Grundzüge der Mathematik für Lehrer an Gymnasien sowie für Mathematiker in Industrie und Wirtschaft

Band 1: *Grundlagen der Mathematik. Arithmetik und Algebra*

557 Seiten, 55 Abbildungen, 1 Zeittafel. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1958

Unter den Publikationen, die in den letzten Jahren und Jahrzehnten in mannigfaltiger Weise «Elementarmathematik vom höhern Standpunkt» aus behandeln, nehmen die mit dem vorliegenden ersten Band begonnenen *Grundzüge* – ein Werk der IMUK – eine ganz besondere Stellung ein. Es geht ihnen nicht darum, etwa einzelne Kapitel der Schulmathematik von gehobener Warte aus zu beleuchten oder mit modernen Ideen zu durchdringen, sondern um die *Bearbeitung ihrer gesamten wissenschaftlichen Grundlagen* zuhanden der «im Schulalltag stehenden Gymnasiallehrer». Der erste Band zeigt, dass dieses Fundament sehr breit und tief und mit modernsten Methoden gelegt werden soll. Über hundert Mitarbeiter teilen sich in die Arbeit; jeder Artikel hat zwei Autoren, von denen der eine Hochschullehrer, der andere Gymnasiallehrer ist. Das sichert einen relativ engen Zusammenhang mit der Schulmathematik und soll ausserdem dem in der Schulpraxis stehenden Mathematiker die Kontaktnahme erleichtern. So dürfte das Werk die berühmte Phasenverschiebung zwischen Forschung und Schule verkleinern helfen, ein Ziel, das allerdings trotz der vorzüglichen Gestaltung dieser Gründzüge noch viel intensive Mitarbeit von beiden Seiten verlangen wird. – Vom reichen Inhalt dieses *Nachschlagewerkes* sei folgendes angedeutet: Teil A (HERMES/MARKWALD) bringt zunächst auf etwa 90 Seiten die Grundlagen der Mathematik, unter anderm die logische Analyse der Aussagen, Axiomatik, Kalkülbegriff, Mengenlehre, Relationentheorie, Boolesche Algebra, und zwar vorwiegend nach «klassischer» Auffassung, immerhin mit vielen Hinweisen auf die «konstruktive» Auffassung im Sinne von LORENZEN. – Teil B, der Arithmetik und Algebra gewidmet, umfasst etwa 470 Seiten und beginnt mit dem Kapitel über reelle Zahlen (PICKERT/GÖRKE). Darin werden die verschiedenen Wege, die von den nach PEANO eingeführten natürlichen Zahlen zu den Mengen der rationalen und der reellen Zahlen führen, eingehend erörtert. Sehr angenehm fallen hier und in den meisten weitern Kapiteln die ausdrücklichen Hinweise auf schulmathematische Probleme auf. Das zweite Kapitel (GASCHÜTZ/NOACK) führt im wesentlichen in die Theorie der endlichen Gruppen ein. Im dritten Kapitel (GERICKE/WÄSCHE) wird die Theorie der Lösungen linearer Gleichungen in einer umfassenderen Theorie der algebraischen Struktur «Vektorraum» dargestellt. Die nächsten Kapitel bringen die Theorie der Polynome (PICKERT/RÜCKERT), der Ringe und Ideale (GRÖBNER/LESKY) und schliesslich die Zahlentheorie (OSTMANN/LIERMANN). Auch hier kommen – vor allem im zuletzt genannten Kapitel – die im ganzen Buche vorherrschenden strukturtheoretischen Gesichtspunkte stark zur Geltung. Die Vorteile einer solchen Betrachtungsweise, die zum Beispiel auch vielen Teilen der Zahlentheorie ein sehr abstraktes Gewand liefert, sind offensichtlich. Immerhin darf nicht übersehen werden, dass sie den Zugang nicht gerade erleichtern. Es folgen weiter die Kapitel über algebraische Körpererweiterung (HAUPT/SENGENHORST), über komplexe Zahlen und Quaternionen (PICKERT/STEINER) und zum Schluss – besonders begrüssenswert! – die Kapitel «Verbände» und «Einige Grundbegriffe der Strukturtheorie» (beide von GERICKE/MARTENS).

Dem vorliegenden Band werden in den Jahren 1959 und 1960 die Bände *Geometrie, Analysis* und *Praktische Methoden und Anwendung der Mathematik* folgen. So wird ein

Werk erscheinen, das dank seiner sorgfältigen Betreuung und sehr schönen Ausstattung bestens geeignet sein wird, an die neuere und neueste Entwicklung der Mathematik heranzuführen. Es wird dem Lehrer, dem in der Praxis stehenden Mathematiker und Studenten der obern Semester ausgezeichnete Dienste leisten können. R. INEICHEN

ADALBERT DUSCHEK:

Vorlesungen über die höhere Mathematik

Erster Band, zweite, neu bearbeitete Auflage. 440 Seiten, 169 Figuren. Springer-Verlag, Wien 1956

Nach Ablauf weniger Jahre ist für den ersten Band der bewährten *Vorlesungen* bereits eine neue Auflage nötig geworden. Der Verfasser überarbeitete den Stoff gründlich. Besonders die Einleitungen zu den wichtigeren Kapiteln sind neu oder durch treffende Bemerkungen bereichert, alles gemäss der Absicht, «eine auch dem Anfänger und dem Nicht-Mathematiker verständliche, ich möchte fast sagen: wirklich lesbare Darstellung zu liefern, die aber doch jenes Mass von Strenge besitzt, das der Mathematiker nun eben einmal mit guten Gründen für unerlässlich hält.» Dass er diesem Ziel wirklich näher gekommen ist, zeigt der Vergleich der neuen mit der alten Auflage [Besprechung in El. Math. *5*, 95 (1950)]. Neu und lesenswert ist schon die Einleitung über die Prämissen der Mathematik. Im ganzen genommen, ist erstens der Aufbau konzentrierter: Die zwei grossen, einzelnen Abschnitte über die Wahrscheinlichkeitsrechnung wurden in den zweiten Band verlegt und dafür die Reihenlehre in das erste Buch hineingenommen, so dass dieses jetzt alle grundlegenden Kapitel über Funktionen mit *einer* Variablen umfasst. Zweitens ist im Zuge der Revision «ein weiterer Schritt in der Richtung zur Strenge hin getan» worden, was in ausführlicherer Diskussion theoretisch wichtiger Fragen und in oft schärferen Formulierungen der «Sätze» zum Ausdruck kommt. Das in flüssigem Stil geschriebene Buch hat durch die Stoffumschichtung eine bescheidene Vergrösserung erfahren; doch sind jetzt die Abschnitte durch einen Stern gekennzeichnet, die bei einem ersten Durcharbeiten übergangen werden können.

Anmerken möchte ich noch, dass der Verfasser geschichtlichen Tatsachen Gerechtigkeit widerfahren lässt: In der neuen Auflage wird jetzt die Regel zur Bestimmung eines Quotientengrenzwertes bei verschwindendem Zähler und Nenner als «Bernoullische Regel» bezeichnet. – Die Figuren sind jetzt – mit Ausnahme der schon bei der ersten Auflage kritisierten Bilder über die Konstruktion von Integralkurven – wesentlich besser, die Aufgaben (mit den Lösungen) wurden vermehrt, Druck und Ausstattung sind vorbildlich, so dass jedem Studierenden, insbesondere solchen technischer Richtung, dieses gediegene Buch empfohlen werden kann. A. HÄUSERMANN

A. BAUR, H. LODE und A. ALBRECHT:

Anschauliche Mathematik

Erster Teil: *Geometrie*

256 Seiten mit 178 Figuren. Verlag Ferdinand Hirt, Kiel 1958

Dieses Buch verdankt seine Entstehung einer Arbeitstagung der Mathematik- und Physiklehrer von Schleswig-Holstein auf der Insel Sylt im Oktober 1956. Auf dieser Tagung wurde versucht, durch eine Neuauslese und durch eine Neuorientierung des Stoffes den Mathematikunterricht so zu gestalten, dass er einerseits der Entwicklung der mathematischen Wissenschaft während der letzten Jahrzehnte angepasst wird und dass er andrerseits dazu beiträgt, die Kluft zwischen den Geistes- und den Naturwissenschaften zu verkleinern.

Dieser erste Band – es folgen ihm später ein zweiter über Algebra und Analysis und ein dritter über Analytische Geometrie – ist der Geometrie gewidmet und möchte der Schulgeometrie wieder zu der ihrer Bildungswerte entsprechenden Bedeutung verhelfen. Im Vordergrund steht einerseits die Anschauung und andrerseits die Einheit des Gebäudes der Mathematik, die man durch Einführung zentraler Begriffe, wie Vektor, Gruppe und Abbildung, zu erreichen sucht.

In der ersten Arbeit behandelt BAUR die affinen Verwandtschaften unter besonderer Berücksichtigung der darstellenden Geometrie. Er stützt sich dabei stark auf das Erlanger Programm von FELIX KLEIN. Die Behandlung der kongruenten und der affinen Verwandtschaften reduziert sich durch die benützte Vektorschreibweise auf die Diskussion einer einzigen Vektorgleichung.

LODE untersucht in der zweiten Arbeit Probleme der Differentialgeometrie, nämlich die bewegungsinvarianten Eigenschaften der ebenen und der räumlichen Kurven. Er versichert, dass dieser Stoff im Unterricht mit vollem Erfolg erprobt worden sei und die Fähigkeiten der Schüler eines mathematisch-naturwissenschaftlichen Gymnasiums nicht übersteige.

In der dritten Arbeit zeigt ALBRECHT einen neuen Weg der Einführung in die nichteuklidschen Geometrien, wobei er von der Apollonischen Aufgabe ausgeht. Man kommt bei dieser Einführung, die sich nur auf die Anschauung stützt und jede Rechnung meidet, zu einer fast zwangsläufigen Entwicklung von Modellen für die beiden nichteuklidschen Geometrien.

Dieses Buch kann jedem, der sich um die Neugestaltung des Mathematikunterrichts bemüht, sehr empfohlen werden. F. BLUMER

PAUL LORENZEN: *Formale Logik*

165 Seiten. Sammlung Göschen, Band 1176/1176a. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1958

Es ist erfreulich, dass nunmehr auch von der formalen Logik ein kurzer, konziser, aber doch flüssig geschriebener kleiner Leitfaden vorliegt, da noch wenig Gelegenheit geboten wird, Vorlesungen über dieses Gebiet zu hören. Die Bezeichnung «formale Logik» hat sich eingebürgert, um die formal-logischen Schlüsse eben als formal von den übrigen allgemeinen Vernunftwahrheiten zu unterscheiden. Die Darstellung folgt der historischen Entwicklung und umfasst die folgenden Abschnitte: Syllogistik, klassische Logik der Junktoren, Kalkül der Junktorenlogik, effektive Logik der Junktoren, Logik der Quantoren, Logik der Gleichheit (Identität). Nach der Syllogistik, wie sie sich schon bei ARISTOTELES findet, wird die Aussagelogik entwickelt, die dadurch ausgezeichnet ist, dass man Junktoren wie «und», «oder» und anschliessend Quantoren wie «alle», «einige» untersucht. Für die Prädikatenlogik wird der Gödelsche Vollständigkeitssatz (1930) bewiesen. Aus der Existenz unentscheidbarer Kalküle wird der Churchsche Unentscheidbarkeitssatz (1932) gefolgert. Abschliessend wird der Erweiterungssatz von ROBINSON (1951) bewiesen, wonach jedes unendliche gleichheitslogische Modell echte Obermodelle besitzt.
P. BUCHNER

KARL STRUBECKER: *Differentialgeometrie*
3. Teil: *Theorie der Flächenkrümmung*

38 Figuren, 254 Seiten. Sammlung Göschen, Band 1180/1180a. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1959

Der erste Band der Differentialgeometrie brachte die Kurventheorie der Ebene und des Raumes, der zweite Band die Theorie der Flächenmetrik (Besprechungen in El. Math. *11*, 70, und *13*, 144). Der abschliessende dritte Band gibt eine recht ausführliche Darstellung der äussern Geometrie der Fläche. Nacheinander werden dargestellt: die Streifentheorie, die elementare Theorie der Flächenkrümmung, die Gaußsche Theorie der Flächenkrümmung, die Ableitungsgleichungen und Fundamentalsätze der Flächentheorie, die Minimalflächen.

In Verbindung mit den Flächen konstanter Krümmung wird auch auf die Theorie der Nichteuklidischen Geometrie eingetreten. Die Differentialgeometrie der Fläche im Grossen wird mit dem Beweis des Identitätssatzes für Eiflächen mit einbezogen. Besonders wertvoll sind die zahlreich eingestreuten Beispiele. Es darf als eine ganz beachtliche Leistung bezeichnet werden, dass es dem Autor gelungen ist, im Rahmen dieser drei Bändchen einen so vollständigen Überblick über die Differentialgeometrie zu geben, so dass stets einerseits die Anschaulichkeit und anderseits die Strenge gewahrt blieben. P. BUCHNER