Ungelöste Probleme

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **12 (1957)**

Heft 2

PDF erstellt am: **20.09.2024**

[5] G. Loria, *Spezielle algebraische und transzendente Kurven II* (Teubner, Leipzig 1911), S. 195 ff.
[6] W. Wunderlich, *Über die Schleppkurven des Kreises*, Sitz.-Ber. Akad. Wiss. Wien *156*, 155–173 (1948).

Ungelöste Probleme

Nr. 16. Es sei K ein eigentlicher ebener Eibereich. Für einen inneren Punkt $P \in K$ bilde man das Integral des reziproken Stützabstandes

$$B(P) = \int \frac{ds}{p},$$

wobei ds das Längendifferential der Randkurve von K und p den Abstand der zugehörenden Stützgeraden von P bedeuten und die Integration über den gesamten Rand von K erstreckt werden soll. Es existiert dann die untere Grenze

$$B = \inf B(P) \quad [P \in K],$$

wo P alle inneren Punkte von K durchläuft.

In der von G. Pólya[1]) und seinen Mitarbeitern behandelten Theorie der physikalischen Eibereichsfunktionale spielt die Grösse

$$\Phi = A^2 B\, I^{-1},$$

wo A den Flächeninhalt und I das auf den Schwerpunkt bezogene Trägheitsmoment von K bezeichnen, eine wichtige Rolle als Vergleichsfunktional.

Nach einer durch zahlreiche Sonderuntersuchungen gestützten Vermutung von Herrn G. Pólya[2]) gilt die Ungleichung

$$36 < \Phi \leqq 54,$$

wo rechts Gleichheit für das reguläre Dreieck besteht, während die Schranke links durch sehr schmale gleichschenklige Dreiecke angenähert wird. Spezielle Zwischenwerte des interessanten Funktionals sind ferner:

$$\Phi = 4\,\pi^2 \quad [K = \text{Ellipse}]\,; \qquad \Phi = 48 \quad [K = \text{Parallelogramm}].$$

Von verschiedenen Seiten wurde bisher vergeblich versucht, die obenstehende Ungleichung zu beweisen.
H. Hadwiger

Aufgaben

Aufgabe 258. Von einer rationalen, bizirkularen Quartik q mit dem Doppelpunkt D kennt man eine der beiden (als reell vorausgesetzten) Doppelpunkttangenten sowie die beiden restlichen aus D an q legbaren Tangenten t_1, t_2 samt ihren Berührungspunkten T_1, T_2. Man konstruiere die Quartik, wenn t_1, t_2 ebenfalls reell sind.
R. Bereis und H. Brauner, Wien

---

[1]) Vergleiche G. Pólya und G. Szegö, *Isoperimetric Inequalities in Mathematical Physics* (Princeton University Press 1951).
[2]) Brief von G. Pólya an den Unterzeichneten vom 3. Juli 1956.