

Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **11 (1956)**

Heft 1

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchweg so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A 4 gewählt werden soll, x -Achse nach rechts, y -Achse nach vorn, z -Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. WILLI LÜSSY, Büelrainstrasse 51, Winterthur.

1. Stelle im selben Koordinatensystem ($1 \hat{=} 1,5$ cm) graphisch dar

$$a x + 2 a^2 y - 4 a^2 - 1 = 0$$

für $a = \pm 4, \pm 2, \pm \frac{4}{3}, \pm 1, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{5}$.

[Die Geraden hüllen die Parabel $y = 2 - \frac{x^2}{8}$ ein.]

2. Es ist eine Walze (r, h) gegeben. Es gibt eine zweite, von der ersten verschiedene Walze, die gleiches Volumen *und* gleiche Oberfläche wie die erste hat. Bestimme ihre Dimensionen allgemein und für $r = 8$ cm, $h = 48$ cm. In welchem speziellen Fall ist der zweite Zylinder mit dem ersten identisch? [Für den neuen Radius r_1 ergibt sich eine kubische Gleichung, von der eine Wurzel $r_1 = r$ bekannt ist.

$$r_1 = \frac{\sqrt{r^2 + 4 r h} - r}{2} = 16 \text{ cm}, \quad h_1 = \frac{r^2 + 2 r h + r \sqrt{r^2 + 4 r h}}{2 h} = 12 \text{ cm},$$

$$r_1 \equiv r \quad \text{für} \quad h = 2 r.]$$

3. Fällt man die Lote von den Ecken eines beliebigen Vierecks auf die Diagonalen, so sind die Fusspunkte die Ecken eines dem ursprünglichen ähnlichen Vierecks.
4. Von einem Mittelpunktskegelschnitt (wähle zunächst eine Hyperbel) sind die Scheitelpunkte A_1, A_2 und die Brennpunkte F_1, F_2 gegeben. Schneide irgendeinen Kreis durch die Brennpunkte mit den Scheiteltangenten. Die Durchmesser dieses Kreises durch die Schnittpunkte (z. B. U, V) sind Tangenten des Kegelschnitts. [Planimetrischer Beweis: Fülle die Lote $F_1 P_1$ und $F_2 P_2$ auf den Durchmesser UV . Dann ist (siehe Aufgabe 3!) das Viereck $A_1 P_1 A_2 P_2$ ähnlich dem Viereck $U F_1 V F_2$, folglich wie dieses ein Sehnenviereck, sein Umkreis ist der Hauptkreis des Kegelschnitts.]
5. Ein Kreis in $\Pi_1 [M(12; 7; 0), r = 4]$ ist Grundfläche eines Zylinders. Die Mantellinien sind parallel der Gerade durch $O(0; 0; 0)$ und $A(12; 5; 8)$. Der Zylinder ist mit der Koinzidenzebene zu schneiden.

Literaturüberschau

R. L. WILDER:

The Foundations of Mathematics

305 Seiten. John Wiley & Sons, New York 1952

Das Ziel des Buches besteht darin, die Natur und die fundamentalen Methoden der heutigen Mathematik zu beschreiben. Als rein mathematischen Inhalt findet man nur Elemente der Mengenlehre, der Theorie der reellen Zahlen und der Gruppentheorie. Das Hauptanliegen besteht in der Schilderung der Methoden. Die beiden ersten Kapitel geben einen ausgezeichneten Einblick in das Wesen der axiomatischen Methode. Die Kapitel 3 und 4 bringen eine Einführung in die Mengenlehre, die Begriffe Kardinal- und Ordinalzahl. Das fünfte Kapitel enthält eine ausführliche Beschreibung des linearen Kontinuums. Das sechste Kapitel ist dem Gruppenbegriff gewidmet. Das Wesentliche dieser ersten 184 Seiten besteht aber darin, dass die eingeführten Begriffe gründlich untersucht, von mehreren Seiten her analysiert und an vielen Beispielen erläutert werden.

Der zweite Teil schildert verschiedene Gesichtspunkte, von denen aus die Grundlagenfragen behandelt wurden: Die These von FREGE und RUSSELL, die Grundgedanken der Intuitionisten und die Haltung der formalistischen Schule. Im letzten Kapitel, «The Cultural Setting of Mathematics», folgen allgemeine Betrachtungen mit dem Schlussabschnitt «Mathematical Existence». Die Einstellung des Verfassers wird aus den letzten Sätzen des Buches deutlich:

'In short, mathematics is what we make it; not by each of us acting without due regard for what constitutes mathematics in our culture, but by seeking to build up new theories in the light of the old, and to solve outstanding problems generally recognized as valuable for the progress of mathematics as we know it. Until we make it, it fails to "exist". And, having been made, it may at some future time even fail to be "mathematics" any longer.'

Die Lektüre ist anregend, oft sogar amüsant. Der Inhalt ist sorgfältig durchgearbeitet. Man spürt sehr bald, dass es sich um eine Niederschrift handelt, die sich auf langjährige Erfahrungen in entsprechenden Vorlesungen gründet. Mancher Leser wird dankbar dafür sein, eine knappe Darstellung der Hauptthesen des Intuitionismus und anderer Richtungen zu finden. Auch die den Kapiteln des ersten Teiles angefügten, sorgfältig formulierten Aufgaben sind willkommen. Wertvoll sind auch die Literaturangaben. Schwer begreiflich ist es allerdings, weshalb bei der Erläuterung des Satzes von GÖDEL (1931) die Arbeiten von FINSLER (1926, 1943) nicht einmal erwähnt werden.

Als Mathematiker älteren Schlages kann man nicht anders, als der Sorge darüber Ausdruck zu geben, was aus der jungen Generation werden soll, die als Mathematik bloss noch eine abstrakte Strukturtheorie vorfindet. Von der Schönheit und Tiefe eines echt geometrischen oder zahlentheoretischen Inhaltes ist nichts mehr vorhanden. Die formalen Strukturen erhalten ihren Sinn schliesslich nur noch durch das Kriterium der nützlichen Anwendbarkeit.

L. Locher-Ernst.

E. V. HUNTINGTON:

The Continuum

82 Seiten. Dover Publications, New York 1955

Das Unternehmen Dover Publications gibt ältere, bedeutende mathematische Werke heraus, die im Buchhandel kaum mehr erhältlich sind. Das vorliegende Büchlein ist ein unveränderter Nachdruck der 1917 von der Harvard University Press herausgegebenen zweiten Auflage. Die erste Auflage (1905) war im wesentlichen ein Abdruck von zwei berühmt gewordenen Arbeiten in den *Annals of Mathematics*. Es ist zu begrüßen, dass diese nun leicht zugänglich zur Verfügung stehen. Man findet darin eine klare, axiomatisch aufgebaute Einführung in die für Geometrie und Analysis wichtigsten Ordnungstypen. Es wird – ohne unnötiges Beiwerk – genau das dargestellt, was zur Erreichung dieses Zieles wesentlich ist. Die ausserordentlich prägnanten Formulierungen sind leicht lesbar. Zum Verständnis sind keine Vorkenntnisse notwendig. Das Büchlein ist eine ausgezeichnete Hilfe für denjenigen, der sich auf möglichst direktem Wege darüber orientieren will, wie das lineare Kontinuum heute begrifflich charakterisiert wird. Die letzten Abschnitte geben noch einen knappen Ausblick auf CANTOR's Theorie der Alephs.

L. Locher-Ernst.

V. KOPP und R. INEICHEN:

Aufgaben für das schriftliche Rechnen an Gymnasien, Real- und Sekundarschulen

1. Teil, 164 Seiten. Verlag E. Haag, Luzern 1954

Das zu besprechende Aufgabenbuch ist eine vollständige Neubearbeitung der allbekannten und geschätzten *Aufgaben für den mündlichen und schriftlichen Rechenunterricht* von V. KOPP. Zu den Vorzügen dieses letztgenannten Buches, das 1939 in siebenter Auflage erschienen ist, gehörten der systematische Aufbau und die geschickte, abwechslungsreiche Auswahl von Aufgaben aus verschiedensten Sachgebieten, geordnet nach mathematischen Gesichtspunkten.

Indessen drängte sich für eine neue Auflage nicht nur eine Korrektur der ja ohnehin instabilen Preise, Löhne, Zinsfüsse und der anderen variablen Zahlen in den Aufgaben auf. Das Rechnen an einer Mittelschule kann sich nicht erschöpfen im Erstreben der für das Fortkommen im täglichen Leben gewiss wichtigen Rechenfertigkeit und im blossen Einüben der verschiedenen Schlussverfahren. Das Rechnen am Gymnasium hat noch eine andere, wichtige Funktion zu erfüllen: es soll auf den späteren mathematischen Unterricht vorbereiten! INEICHEN hat nun in der von ihm ausgeführten Neubearbeitung dieses Ziel in den Vordergrund gerückt, ohne die anderen Forderungen an das Rechnen zu vernachlässigen. Dieser Versuch ist ihm wohl gelungen. Schon im zweiten Kapitel (Grundrechnungsarten) kommt die neue Orientierung deutlich zum Ausdruck, indem im Anschluss an die gewöhnlichen Übungen auf «Besonderheiten» und «Eigenschaften» jeder Operation in vielen Zusatzaufgaben eingegangen wird. Das vierte Kapitel (Zahlenlehre) ist im Vergleich zur 7. Auflage vollständig umgearbeitet, und die bisherigen Zahlenübungen sind mit zahlreichen, zielstrebigem Textaufgaben ergänzt. Das fünfte Kapitel (Brüche) hat eine grosse Zahl vor allem vermischter Aufgaben erhalten. Die stark veränderten Kapitel 8 bis 10 (Drei- und Vielsatz, Prozent- und Zinsrechnung) sind straffer gegliedert und teilweise mit neuen Aufgaben versehen. Die deutliche Ausrichtung auf den späteren Mathematikunterricht zeigt sich auch in den immer wieder verlangten verschiedenen Formen von graphischen Darstellungen und in den Hinweisen und im gelegentlichen Verwenden von allgemeinen Zahlen. Damit das Buch auch für andere Lehranstalten mit weniger hoher Zielsetzung brauchbar ist, wurden die mathematischen Neuerungen oft in Kleinschrift gedruckt.

Wenn bisher das Neue hervorgehoben wurde, so ist aber auch zu erwähnen, dass ein Grossteil der Aufgaben aus der alten Auflage übernommen wurde, einige unverändert, andere auf den neuesten Stand gebracht, die meisten neu gruppiert. Die reichhaltige Auswahl von bewährten Übungsaufgaben ist also erhalten geblieben. Das neue Buch hat auch äusserlich Veränderungen erfahren: Text und Ziffern sind in der klaren und gut lesbaren Steinschrift gedruckt. So ist ein Werk entstanden, das die Vorteile der alten Auflage mit der Möglichkeit verbindet, das Rechnen auf Begriffe und Methoden auszurichten, die im späteren Unterricht eine Rolle spielen. *A. Häusermann.*

W. BLASCHKE:

Analytische Geometrie

2. Auflage, 190 Seiten und 67 Figuren. Birkhäuser Verlag, Basel 1954

Der bekannte österreichische Geometer hat ein ausserordentlich reichhaltiges und vielseitiges Werk vorgelegt. Ausgehend von den Grundbegriffen (kartesische Koordinaten, Vektoren und Matrizen) werden sowohl geometrische Probleme, wie Drehungen, Spiegelungen, Kreisgeometrie, Schraubungen, ferner Flächen und Kurven zweiter Klasse und Ordnung, konfokale Quadriken, als auch Probleme der Statik und Kinetik starrer Körper, wie Stabwerke, Seilpolygon, Trägheitsmomente, ausführlich behandelt. Diese Betonung der mechanischen Anwendungen geht auf das Vorbild des *Ephodikon* von ARCHIMEDES und auf die baryzentrischen Methoden von MÖBIUS zurück. Die innern Zusammenhänge dieser weit auseinanderstrebenden Anwendungen mit der analytischen Geometrie werden hergestellt durch geeignete geometrische Definitionen der untersuchten Vorgänge und Zustände. Die klare, nirgends weitschweifige Darstellung wird erreicht durch konsequentes Anwenden der den Problemen angepassten mathematischen Mittel, wie Quaternionen bei den Drehungen, Eulersche und Studys Bewegungskordinaten bei den Schraubungen, elliptische Koordinaten bei den konfokalen Quadriken. Nur wenige Überlegungen benötigen die Elemente der Infinitesimalrechnung; sonst sind die Herleitungen durchaus elementar, aber gar nicht immer an der Oberfläche verlaufend. Übungsaufgaben fehlen. Die Entwicklungen ergeben oft überraschend einfache Zusammenhänge mit andern geometrischen Problemen; so können die Sätze von CEVA, MENELAOS, STEPHANOS, oder die einfachen Lösungen des Kreisberührungsproblems von APOLLONIOS, der Inversoren und anderes als Übungsmaterial benützt werden. Das Lehrbuch wird abgeschlossen durch eine sehr umfang-

reiche Formelsammlung mit knappem erläuterndem Text; sie geht weit über den Inhalt der vorher entwickelten Theorie hinaus. Zahlreiche gute Figuren unterstützen die Lesbarkeit des Werkes. Der Verfasser legt Gewicht auf möglichst kurze, treffende deutsche Fachausdrücke, aber ohne Purismus. Belebend wirken die eingestreuten Hinweise auf Herkunft der Schöpfer von Begriffen und Sätzen und über die erste (und die neueste) Literatur der behandelten Gegenstände, auch in der Formelsammlung. Gegenüber der ersten Ausgabe dieser *Analytischen Geometrie* in einem anderen Verlage (1948) wurde die vorliegende zweite Auflage, die in gediegener Ausstattung erschienen ist, wenig verändert. Für Studierende der Mathematik und Physik liegt hier ein Werk vor, wie man sich ein solches vor Jahren in der Anfängervorlesung dieses Faches gewünscht hätte.

A. Häusermann.

R. ROTHE: *Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker, Ingenieure*

Herausgegeben von W. SCHMEIDLER. Teil II, neunte Auflage. 210 Seiten mit 98 Figuren. 1953. – Teil III, sechste Auflage. 242 Seiten mit 166 Figuren. 1953. – Teil V, 124 Seiten mit 74 Figuren. 1954. – Teil VI, 251 Seiten mit 54 Figuren. 1953. Verlag B. G. Teubner, Stuttgart

Cet ouvrage, utilisé depuis plus de trente ans, a reçu au cours des années des modifications et des adjonctions qui ont profondément modifié son contenu et son étendue, sans toutefois porter atteinte d'une manière fondamentale à son esprit et son but: donner un exposé clair, assez concis, laissant de côté les démonstrations qui semblent inutiles dans une première étude du calcul différentiel et intégral.

Volume II. Sommaire: I. Calcul intégral. II. Séries, en particulier séries entières. III. Intégrales fonctions d'un paramètre, intégrales curvilignes, intégrales dans le plan complexe. IV. Déterminants, vecteurs; applications.

A cette énumération des matières traitées, il convient d'ajouter quelques précisions. Ainsi, on trouve dans le premier chapitre non seulement des méthodes exactes de quadrature, mais aussi des méthodes approchées et la description d'intégrateurs. Au chapitre II, on trouve des applications des séries au calcul numérique.

Volume III. Sommaire: I. Surfaces, coordonnées curvilignes. II. Intégrales curvilignes, intégrales doubles et multiples. III. Equations différentielles (domaine réel).

Précisons que le chapitre II contient un paragraphe d'analyse vectorielle (formules de STOKES, de la divergence), avec quelques applications. Le chapitre sur les équations différentielles expose sous une forme parfaitement classique les méthodes d'intégration par quadratures, les applications usuelles, puis aussi des méthodes numériques approchées.

Volume V (rédigé par G. DOBRACK). Recueil de formules. Il s'agit en somme d'un condensé de la matière traitée dans les volumes I, II et III (le volume IV est consacré à des exercices). On peut se demander s'il était bien utile de compléter un cours déjà fort concis par un résumé-formulaire de cette nature; à ce niveau, le meilleur formulaire est celui que l'on fait soi-même, tout en étudiant la théorie et en l'appliquant à de bons exercices; un formulaire tout fait ne le remplacera jamais.

Volume VI (dû à I. SZABO). Sommaire: I. Quelques théorèmes de la théorie des fonctions; application à des fonctions spéciales. II. Compléments à la théorie des équations différentielles. III. Equations différentielles spéciales. IV. Equations aux dérivées partielles.

Dans ce volume se marque d'avantage l'orientation vers les besoins des utilisateurs (physiciens, ingénieurs). Par exemple, un long paragraphe (34 p.) est consacré aux équations de BESSEL, suivi d'un autre (35 p.) sur les équations différentielles du second ordre, linéaires à coefficients périodiques. A ma connaissance, il n'existe pas d'autre exposé de ce niveau et de cette envergure sur ce type d'équations.

Si l'on se place au point de vue des utilisateurs, on pourrait regretter qu'il ne soit fait que très occasionnellement allusion aux problèmes aux limites et à leurs divers aspects; les relations avec les séries de fonctions orthogonales sont d'une telle importance qu'il semblerait utile d'y consacrer quelques pages. Néanmoins, ce volume constitue sans aucun doute un excellent outil de travail pour le futur physicien ou ingénieur.

Ch. Blanc.