III. *Das System der Doppelbuchhaltung*

Die Buchhaltungsgrößen verschiedener, nicht einheitlicher Art, wie Aktiven und Passiven, Einnahmen und Ausgaben, Gewinn und Verlust, Sollposten und Habenposten, Kapital, Vermögen usw. haben einen *relativen* Eigenwert. Die überlieferte sprachliche Bedeutung obiger Wörter ist jedoch vorzeichenlos, *absolut*. Alle Buchhaltungsgrößen lassen sich auf die mathematisch betrachtet einheitlichen und gleichartigen Wertgrößen *Aktiven und Passiven* zurückführen, in Aktiven und Passiven zerlegen.

Die in den Konten aufgezeichneten natürlichen, zeichenlosen Zahlen können unterschiedlich interpretiert werden. Für die Rechnung gilt: Der Doppelbuchhaltung liegt eine algebraische Addition laut Rechenvorschrift 1 über relativ aufgefaßte Aktiven und Passiven (A und P bedeuten natürliche Zahlen), d.h. über positive und negative Vermögenswerte zugrunde, welche mit ihrem tatsächlichen Werte verrechnet werden. Die in der Buchhaltungs*praxis* angewandte und übliche Rechnung ist eine algebraische Addition absoluter Posten laut Rechenvorschrift 2, hat also die Form einer Subtraktion absoluter Habenposten von absoluten Sollposten. Diese absoluten Posten können Aktiven und Passiven, aber auch Absolutwerte andersartiger, von Aktiven und Passiven abgeleiteter, auch unterschiedlicher Buchhaltungsgrößen vom gleichen absoluten Betrag darstellen. Praktisch führt die Doppelbuchhaltung Rechnung über Buchhaltungsgrößen verschiedener Art, welche mit ihrem absoluten Betrage laut Vorschrift 2 in Rechnung gestellt werden, ohne Rücksicht auf deren relativen, d.h. tatsächlichen, allenfalls abweichenden Wert, ein Novum in der angewandten Mathematik.

	+ Soll	Haben −	+ Soll	Haben −	
Rechenvorschrift 1	$+(+A)$	$-(+A)$	$+\lvert S_1\rvert$	$-\lvert H_1\rvert$	Rechenvorschrift 2
	$-(-P)$	$+(-P)$	$+\lvert S_2\rvert$	$-\lvert H_2\rvert$	
	....	....	......	......	

Alle Sollposten haben nach Ausrechnung positiven, alle Habenposten negativen Wert. Allgemein gilt daher: *Die Rechnung der Doppelbuchhaltung ist eine algebraische Addition von Sollposten positiven Wertes und von Habenposten negativen Wertes.* Jeder Sollsaldo ist eine positive, jeder Habensaldo eine negative algebraische Summe. So rechnet auch die automatische Buchhaltungsmaschine.

Das der Doppelbuchhaltung zugrunde liegende, über 600 Jahre alte Rechnungssystem ist damit aufgezeigt[1]).

ROBERT H. STEHLI, Zürich.

Schweizerische Mathematische Gesellschaft

39. Jahresversammlung, Davos 26./27. August 1950

Am 26. August gemeinsame Sitzung der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft mit der Schweizerischen Gesellschaft für Geschichte der Medizin und der Naturwissenschaften und der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft zum Andenken an RENÉ DESCARTES, anläßlich der dreihundertsten Wiederkehr seines Todestages.

S. GAGNEBIN (Neuchâtel): La réforme cartésienne et son fondement géométrique.

J. O. FLECKENSTEIN (Basel): Kartesianische Erkenntnistheorie und mathematische Physik des 17. Jahrhunderts.

27. August:

A. CHALLAND (Berne): D'une extension possible du domaine des mathématiques appliquées.

E. BAREISS (Thayngen): Über einen verallgemeinerten Integralsatz.

---

[1]) Für Beweisführung siehe: R. H. STEHLI, *Über die mathematischen Grundlagen der Doppelbuchhaltung* (Schultheß & Co. AG., Zürich 1947); Schweiz. Z. kaufm. Bildungswesen, November, Dezember 1948, Januar, September 1949, Januar, Juli 1950.

S. PICCARD (Neuchâtel): 1° Les groupes que peut engendrer un système connexe et primitif de cycles d'ordre huit et les bases du groupe symétrique dont l'une des substitutions est un cycle d'ordre huit. – 2° Systèmes connexes et primitifs de cycles d'ordre neuf. – 3° Les classes de substitutions des groupes imprimitifs et les bases de ces groupes.
J. DE SIEBENTHAL (Pully): Sur les sous-groupes de rang un des groupes de LIE compacts.
L. LOCHER-ERNST (Winterthur): Stetige Vermittlung der Korrelationen.
H. HADWIGER (Bern): Zur Inhaltstheorie k-dimensionaler Polyeder.
R. C. YOUNG (London): La mode en mathématique.

Aufgaben

Aufgabe 75. Des relations

$$\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0 \tag{1}$$

et

$$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0 \tag{2}$$

déduire les relations

$$\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 0 \tag{3}$$

et

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = 0. \tag{4}$$

Peut-on déduire réciproquement (2) de (1) et (3) ? Plus généralement, trouver toutes les relations entre α, β et γ permettant de satisfaire à (1) et (3). F. FIALA (Neuchâtel).

Solution: (A) Les deux relations données équivalent à la suivante:

$$e^{i\alpha} + e^{i\beta} + e^{i\gamma} = 0, \tag{5}$$

laquelle, en termes vectoriels, indique que le polygone des trois vecteurs unité d'inclinaisons α, β, γ est fermé: c'est donc un triangle équilatéral, et l'on a par suite essentiellement

$$(\alpha, \beta, \gamma) \equiv \left(\alpha, \alpha + \frac{2}{3}\pi, \alpha - \frac{2}{3}\pi\right). \tag{6}$$

Donc

$$(2\alpha, 2\beta, 2\gamma) \equiv \left(2\alpha, 2\alpha - \frac{2}{3}\pi, 2\alpha + \frac{2}{3}\pi\right); \qquad (\mathrm{mod}\ 2\pi)$$

les trois vecteurs unité d'inclinaisons 2α, 2β, 2γ forment, eux aussi, un triangle équilatéral, et l'on a

$$e^{2i\alpha} + e^{2i\beta} + e^{2i\gamma} = 0, \tag{7}$$

ce qui équivaut aux deux relations demandées (3) et (4).

(B) «Peut-on déduire réciproquement (2) de (1) et (3) ?»

Evidemment pas, puisque le système

$$\alpha \equiv -\gamma \quad (\mathrm{mod}\ 2\pi), \qquad \beta \equiv 0 \quad (\mathrm{mod}\ \pi) \tag{8}$$

satisfait à (1) et à (3), sans vérifier (2), en général.

(C) Un simple raisonnement va montrer que le système (8), avec ses permutations cycliques, et le système (6), sont les seuls qui vérifient à la fois (1) et (3).

Les relations (1) et (3) équivalent respectivement aux deux conditions

$$e^{i\alpha} + e^{i\beta} + e^{i\gamma} = \lambda \text{ réel}, \quad (9) \qquad e^{2i\alpha} + e^{2i\beta} + e^{2i\gamma} = \mu \text{ réel}. \quad (10)$$

En termes vectoriels, le polygone des vecteurs unité d'inclinaisons α, β, γ, d'une part,