

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **2 (1947)**

Heft 2

PDF erstellt am: **25.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

punkt zu bestimmen, so hat der vierte Kreis mindestens den Abstand  $\sqrt{13} - \sqrt{12}$  von  $O$ .

Kommen in der Konstruktion Kreise mit willkürlichem Mittelpunkt oder Radius vor, so kann man für diese, sofern keine Ungleichungen entgegenstehen, speziell die schon betrachteten Kreise wählen und erhält dasselbe Resultat.

Werden aber Ungleichungen vorgeschrieben, so müssen diese, damit die Konstruktion einen genauen Sinn hat, durch gegebene oder konstruierbare Gleichheiten begrenzt sein. Wenn zum Beispiel ein Radius kleiner als die Hälfte eines andern sein soll, so muß diese Hälfte erst konstruiert werden. Daraus folgt, daß man die willkürlichen Elemente (Punkte oder Radien) so nahe bei den bisher betrachteten festen Elementen wählen kann, daß auch die entstehenden Kreise sich von den schon betrachteten beliebig wenig unterscheiden. Dabei sind zu diesen festen Kreisen auch ihre Schnitt- und Berührungspunkte zu zählen, die als feste Punkte und zugleich als Kreise mit verschwindendem Radius gelten sollen. Die Behauptung stimmt dann zunächst für die drei ersten Kreise; man kann sie je nach der vorliegenden Konstruktionsvorschrift nahe bei (oder übereinstimmend mit) bestimmten unter den ersten festen Kreisen so wählen, daß auch ihre Schnittpunkte nur wenig von bestimmten festen Punkten verschieden sind. Wenn die approximierten Kreise verschieden sind, ergibt sich dies von selbst; wenn aber zwei Kreise demselben festen Kreis naheliegen, der dann als einer der beiden ersten notwendig zur  $x$ -Achse symmetrisch ist, so kann man sie so wählen, daß sie sich höchstens in der Nähe der  $x$ -Achse treffen (ihre Mittelpunkte können dabei nahe der  $x$ -Achse nahezu senkrecht zu ihr gegeneinander verschoben und ihre Radien sehr nahe gleich sein; dies gilt auch, wenn die Mittelpunkte auf gegebenen Kreisbogen liegen müssen). Nunmehr kann auch der vierte Kreis nach Mittelpunkt und Radius nahe bei einem der festen Kreise gewählt werden, und zwar (bei hinreichend guter Wahl der andern Kreise) so nahe, daß sein Abstand von  $O$  wenigstens  $\frac{1}{2}(\sqrt{13} - \sqrt{12})$  beträgt.

Läßt man als Konstruktion zu, zwei sich berührende Kreise mit gegebenen Mittelpunkten und gleichen Radien zu zeichnen, so ist die Aufgabe schon mit zwei Kreisen zu lösen.

P. FINSLER, Zürich.

## Literaturüberschau

L. EULER: *Rechenkunst* ac Commentationes ad physicam generalem pertinentes et miscellanea. Ediderunt E. HOPPE †, K. MATTER, J. J. BURCKHARDT  
L. EULERI Opera omnia III/2.

Unter den «Klassikern» der Mathematik ist LEONHARD EULER (geb. 1707 in Basel, gest. 1783 in Petersburg) zweifellos der bedeutendste. Die unübertreffliche Klarheit in der Darstellung macht das Studium seiner grundlegenden Abhandlungen vor allem für die Jünger der Mathematik, die nicht nur Resultate, sondern mathematisches Denken lernen wollen, zu einem großen Gewinn. Aber auch in der Vermittlung elementaren Stoffes liegen gewisse Schwierigkeiten, und man ist gespannt, wie ein großer Mathematiker diese meistert. Es ist deshalb sehr zu begrüßen, daß das von EULER für die russischen Schulen verfaßte elementare Rechenbuch in der Gesamtausgabe seiner Werke seinen Platz gefunden hat und in dem neuerschienenen Band allgemein zugänglich geworden ist. Diese Einleitung in die Arithmetik, in der die vier Rechnungsarten mit vielen trefflichen Beispielen und Anwendungen gelehrt werden, ist ein Kabinettstück Eulerscher Darstellungskunst. Sie ist ein Pendant zu EULERS «Anleitung zur Algebra», deren Aufnahme in die Universal-Bibliothek Reclams am besten die allgemeine Bedeutung eines wirklich klaren Lehrbuches zeigt.

Während die «Rechenkunst» also besonders für Primarschulen von größtem Interesse ist und in keiner Schulbibliothek fehlen sollte, sind die übrigen in diesem Bande zusammengefaßten Abhandlungen mehr für die Mittelschulen wertvoll, weil sie sich auf die Frage nach der allgemeinen Bedeutung der Mathematik beziehen. Neben einem

Aufsatz «Vom Nutzen der höheren Mathematik» finden wir einige naturphilosophische Abhandlungen EULERS, die einen nachhaltigen Einfluß auf KANT ausgeübt haben. Sie befassen sich mit den noch heute im Zentrum der theoretischen Physik stehenden Fragen nach der Beschaffenheit der Materie und des Raumes. EULER verneint die These, daß der Materie Denkfähigkeit zukomme und setzt sich damit in Gegensatz zu der damals herrschenden Monadenlehre von LEIBNIZ und WOLFF, welche die Körper aus Einheiten, den Monaden, bestehen läßt, die die Fähigkeit der Vorstellung in größerem oder kleinerem Maße besitzen. Hingegen tritt EULER für die Realität des absoluten Raumes, wie er in der Geometrie behandelt wird, ein.

Vier Abhandlungen geben Einblick in EULERS Tätigkeit auf dem Gebiet der Geographie. Wir erwähnen besonders seinen Zeitungsartikel «Von der Gestalt der Erden», der den wohl ersten populären Bericht über die Abplattung der Erde enthält.

Diese Arbeiten sind in der Hauptsache in deutscher Sprache abgefaßt oder übersetzt und leicht verständlich, besonders wenn man zuerst das ausgezeichnete Vorwort von J. J. BURCKHARDT gelesen hat. Es ist daher zu hoffen daß dieser Band in weitere Kreise dringen und der Eulerausgabe neue Freunde werben wird. ERNST TROST.

A. LINDER: *Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure*  
150 Seiten, 38 Figuren, Verlag Birkhäuser, Basel

Dieses neue Buch von Linder füllt eine Lücke in der deutschsprachigen Fachliteratur aus, indem bisher die Methoden der modernen mathematischen Statistik sozusagen ausschließlich von englischen Autoren betreut wurden. Wir nennen hier nur die Werke von ELDERTON, FISHER, PEARSON, YULE, KENDALL. Ganz abgesehen von den zu überwindenden sprachlichen Schwierigkeiten setzen diese Lehrbücher ziemlich weitgehende mathematische Kenntnisse voraus und sind meist umfangreich. LINDER hat sich dagegen offensichtlich zum Ziel gesetzt, ein Buch zu schreiben, das keinen prohibitiven Umfang hat, sondern in erster Linie ein Helfer für die Praxis sein soll. Es mußte daher eine Stoffauswahl getroffen werden, welche — sei es auch zum Leidwesen des Mathematikers — manche für den Praktiker weniger wichtige Theorien unberücksichtigt läßt. Doch ist LINDER nicht dem Fehler verfallen, einfach ein Rezeptbuch für mathematisch-statistische Verfahren aufzustellen, deren Begründung im Dunkeln gelassen wird, wie sich dies leider insbesondere bei amerikanischen Autoren eingebürgert hat. Das Buch LINDERS ist didaktisch geschickt so abgefaßt, daß auch der mathematisch weniger geschulte Leser durch die theoretische Beweisführung nicht behindert oder gar irregeführt wird. In weiser Beschränkung des Gebotenen ist eine Gliederung in drei Teile vorgenommen, deren erster zeigt, wie Durchschnittswerte, Streuungen, Regressions- und Korrelationsmaße zweckmäßig berechnet werden, während im zweiten Teil die Prüfung dieser statistischen Maßzahlen auf Grund von Standardverteilungen erläutert wird. Der dritte Teil sodann bringt die mathematischen Grundlagen der vorgängig beschriebenen statistischen Prüfverfahren. Zum Verständnis der beiden ersten Teile ist die Kenntnis der einfachen Algebra ausreichend, und nur der dritte Teil mit seiner mathematischen Grundlegung beansprucht höhere Mathematik. Die vielen in den Text eingebauten Anwendungsbeispiele, welche den verschiedensten Gebieten entnommen sind, erhöhen den praktischen Wert des Buches wesentlich und sind geeignet, dem Nichtfachmann die Gewinnung statistischer Resultate zu erleichtern. Gewiß bleibt die Gefahr latent, daß bei Ausführung statistischer Auswertungen in schematischer Analogie zu den Beispielen ab und zu Fehlschlüsse entstehen können. Dies ist z. B. denkbar, wenn die betrachtete Grundgesamtheit stark von einer normalen (Gauß-) Verteilung verschieden ist, während bei den behandelten Prüfverfahren durchwegs auf eine normale Grundgesamtheit abgestellt wird. Wir möchten derartigen Bedenken jedoch keinen zu großen Wert beimessen, sondern vielmehr die erfreuliche Tatsache registrieren, daß mit dem vorliegenden Buch dem Praktiker erstmals ein kurzer deutschsprachiger Leitfaden der mathematischen Statistik in die Hand gegeben ist. Einige eingeschlichene Druckfehler werden zweifellos bei einer Neuauflage verschwinden.

H. JECKLIN.

ANDREAS SPEISER: *Die mathematische Denkweise*

122 Seiten, 9 Tafeln, 11 Textabbildungen, Verlag Birkhäuser Basel

Mancher Bewunderer des «Glasperlenspiels» von HERMANN HESSE wird es bedauern, daß in dem kunstvollen Aufbau des Romans kein Platz geblieben ist für die Vorführung auch nur eines einzigen solchen Spiels. Er mag sich trösten und mit großem Gewinn zu einer Sammlung von 10 durchgeführten Beispielen greifen, die von einem Mathematiker stammen. Insofern nämlich der Mathematiker nicht vom Spiel besessen wird, sondern Herr bleibt über dessen Regeln und neue Formen hinzuerfindet, ist er nicht nur, nach einem bekannten Worte von NOVALIS, ein Enthusiast *per se*, sondern auch ein *homo ludens per se*. Die erwähnte Sammlung des *Magister Ludi* ANDREAS SPEISER ist erstmals vor 15 Jahren, also lange vor HESSES Roman, erschienen, und der Herausgeber der «Klassischen Stücke» hat ihr den Titel: «Die mathematische Denkweise» gegeben, der mittlerweile selber so klassisch geworden ist, daß ihn sogar eine naturwissenschaftliche Festschrift exakt zitieren dürfte.

Ein neuer Verleger hat das Buch mit wohlgelegenen Abbildungen ausgestattet und leitet mit dem schmucken Band seine Sammlung «Wissenschaft und Kultur» ein. Beides ehrt ihn und zeugt für seine tiefe Einsicht in das Wesen der Mathematik.

Leider ist in der 2. Auflage außer den Bildern nichts Neues hinzugekommen, obwohl in der Zwischenzeit A. SPEISER zahlreiche einschlägige Abhandlungen und Vorträge veröffentlicht hat. Viele Verehrer Prof. SPEISERS hätten eine große Freude, wenn er die zerstreuten und nicht immer leicht zugänglichen Variationen zum Thema der mathematischen Denkweise zu einem neuen Band zusammenfassen würde.

Kann es sich also hier nicht darum handeln, das bekannte Werk erneut zu besprechen, so darf vielleicht der Versuchung nachgegeben werden, wenigstens auf einige neue Aspekte – und auf die Aspekte kommt es an! – hinzuweisen, die sich aus dem Vergleich der «mathematischen Denkweise» mit dem «Glasperlenspiel» ergeben.

Zweifellos sind beide Schöpfungen voneinander unabhängig, sie sind, wie man bei SPEISER neben vielem andern lernen mag, autenergisch. Zwar erzählt HESSE von einem Jocular Basiliensis, welcher für das Glasperlenspiel die Grundsätze einer neuen Sprache erfunden habe, «in welcher es möglich wurde, astronomische und musikalische Formeln zu verbinden, Mathematik und Musik gleichsam auf einen Nenner zu bringen.» Aber sein bürgerlicher Name ist verschollen!

Die Brennpunkte beider Werke sind die Mathematik und die Musik, beide in ihrer umfassendsten Bedeutung verstanden. Die Entdeckung von mathematischen Gesetzmäßigkeiten, Symmetrien und Wiederholungen in einem Kunstwerk zerstört es keineswegs, erhöht vielmehr die Freude und das Ergötzen an ihm und führt zu jener Heiterkeit, die HESSES dauerndes Anliegen ist und welche SPEISER im Anschluß an PLATON Euphrosyne nennt.

Damit ist bereits der zweite Aspekt genannt: Der Platonismus, der dem Roman und den Abhandlungen zugrunde liegt.

Ein drittes Element ist JACOB BURCKHARDT, dessen großer Schatten auf beide Werke fällt. Bei HESSE ist es Pater Jacobus, welcher tiefe Einsichten vermittelt; und wie JACOB BURCKHARDT in seinen «Weltgeschichtlichen Betrachtungen» «nur Winke zum Studium des Geschichtlichen in den verschiedenen Gebieten der geistigen Welt» geben wollte, so ist SPEISER bemüht, das Mathematische in der Welt des Geistes sehen zu lehren, eine mathematische Weltanschauung zu vermitteln.

Diese Absicht hat uns bereits mitten in den vierten gemeinsamen Bezirk, die «pädagogische Provinz», hineingeführt. Die harmonische Entfaltung des Individuums vollzieht sich bei HESSE als mähliches «Erwachen», bei SPEISER-PLATON heißt sie Anamnesis. Es wird heute wieder viel vom Philosophieunterricht am Gymnasium geredet. Das Problem liegt, wie die meisten Fragen der häufig erörterten, aber selten in Angriff genommenen Gymnasialreform, in der Lehrerpersönlichkeit. Ich könnte mir wohl andere, aber kaum ein tauglicheres Verfahren vorstellen, um ein fruchtbares «philosophisches Gespräch» mit einer Maturitätsklasse in Fluß zu bringen, als die Lektüre dieser von echt humanistischem Geiste erfüllten Speiserschen Abhandlungen.



Von der pädagogischen Provinz ist es nur ein kleiner Schritt zur Ehrfurcht, zur Ehrfurcht vor dem Unerforschlichen und dem Unsagbaren. Der Mathematiker meint gar nicht, alles verstehen, in Gleichungen zu bannen und in Schemata einteilen zu können. Bei SPEISER ist zu lesen, «daß eine wissenschaftliche Entdeckung nicht vorschrittsmäßig nach einem Schema gemacht werden kann, sondern nur durch Überschreitung der Verstandessphäre». Ja sogar «die Schöpfung neuer Formen ist ein Mysterium» und «es genügt nicht, daß etwas rational ist, um schön zu sein. Der Verstand kann uns nur an die Grenze der geistigen Welt, des *mundus intelligibilis*, führen.» Und so kommt es denn, daß bei SPEISER und HESSE die Allegorie eine große Rolle spielt und beim Versuch, «in Worten auszudrücken, was sich doch den Worten stets entzieht», gelegentlich etwas dunkel und geheimnisvoll bleiben muß. Aber hierin liegt gerade mit ein Zauber beider so eigenständigen Bücher und der Anreiz, sie immer wieder und wieder zu lesen und sich wechselseitig erhellen zu lassen.

Ohne Zweifel werden die Freunde der mathematischen Denkweise nicht achtlos an HERMANN HESSE vorbeigehen. Ebenso selbstverständlich sollten alle Leser des Glasperlenspiels sich von ANDREAS SPEISER führen lassen durch Symmetrien in der Ornamentik, Formfragen in der Musik, durch die Kosmologie PLATONS, DANTES und KEPLERS, die Weltanschauung der Neuplatoniker, die Astrologie und GOETHES Farbenlehre, und zwar führen lassen in der aufgeschlossenen Haltung, die das Glasperlenspiel voraussetzt:

«Musik des Weltalls und Musik der Meister  
Sind wir bereit in Ehrfurcht anzuhören,  
Zu reiner Freude die verehrten Geister  
Begnadeter Zeiten zu beschwören.

Wir lassen vom Geheimnis uns erheben  
Der magischen Formelschrift, in deren Bann  
Das Uferlose, Stürmende, das Leben  
Zu klaren Gleichnissen gerann.

Sternbildern gleich ertönen sie kristallen,  
In ihrem Dienst ward unserm Leben Sinn,  
Und keiner kann aus ihren Kreisen fallen,  
Als nach der heiligen Mitte hin.»

W. HONEGGER.

*An Index of mathematical tables.* By A. FLETCHER, J. C. P. MILLER and L. ROSENHEAD.  
Pp. viii 451, 75s, 1946 (Scientific Computing Service).

Whoever has to deal with frequent requests for informations about mathematical tables, is aware of the great difficulties these requests may bring. Up to now the list in the "Monthly Notices of the Royal Astronomical Society" prepared by Dr. COMRIE and the new American journal, "Mathematical Tables and other Aids to Computation" were the only useful help. This new publication "An index of mathematical tables" will be indispensable to any scientific library. The authors, whose names alone would have guaranteed a most valuable book, were able to enlist the collaboration of the Scientific Computing Service, whose managing director, Dr. L. J. COMRIE, is an outstanding authority on mathematical table-making and computing like Prof. H. T. DAVIES in the United States or Dr. PETERS in Germany.

This book does not aim at bibliographical completeness which would be almost impossible to attain. The compilers tell us that they did not include, for one reason or another, about 1000 items of about 3000. In the first 17 introductory pages the principles on which the book was planned, the way to use it and the symbols employed are explained. There are two main indexes: one index according to functions, subdivided into 24 sections, and the bibliographical index. Each section is divided into decimally-indicated subsections. The following information can be obtained: number of decimals, range and interval of tabulation, information about the interpolatory possibilities of a table with the help of about 40 groups of symbols and reference to the alphabetically