

Ein Nomogramm für die Gleichung

Autor(en): **Hess, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **1 (1946)**

Heft 1

PDF erstellt am: **17.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-1194>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Nomogramm für die Gleichung

$$\frac{a}{\cos \alpha} + \frac{b}{\sin \alpha} = c$$

Man begegnet dieser Gleichung bei der Aufgabe (Fig. 1): Durch einen Punkt $P(a, b)$ im ersten Quadranten eines rechtwinkligen Koordinatensystems ist eine Gerade so zu legen, daß die Strecke AB zwischen den Koordinatenachsen eine vorgeschriebene Länge c hat.

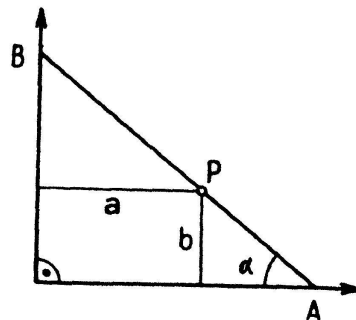


Fig. 1

Im Falle $a \neq b$ wird die Auflösung dieser Gleichung auf eine Gleichung vierten Grades in $\sin \alpha$ oder $\cos \alpha$ führen. Man kann nun aber ein einfaches Nomogramm entwerfen, aus dem gute Näherungswerte für α gefunden werden können, die man dann mit der Regula falsi verbessern kann. Zu diesem Zwecke schreiben wir die Gleichung in der Form

$$\frac{b}{c} + \frac{a}{c} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha. \quad (1)$$

Dies erinnert an die bekannte «Grundform» in der Nomographie:

$$f_1 + f_2 \cdot f_3 = g_3. \quad (2)$$

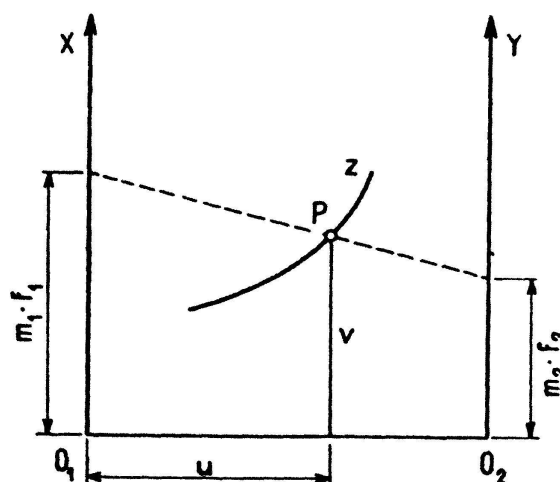


Fig. 2

Darin ist f_1 eine Funktion von x , f_2 eine Funktion von y ; f_3 und g_3 sind je Funktionen einer dritten Veränderlichen z . Formen vom Typ (2) können dargestellt wer-

den durch eine Rechentafel mit zwei parallelen geradlinigen Trägern für f_1 und f_2 und einem krummlinigen Träger für f_3 , g_3 , dessen Punkte die Bezifferung z tragen (Fig. 2). Nach den Lehrbüchern über Nomographie, z. B. LIPKA: Graphical and mechanical computation (Wiley, New York), besteht die Rechenvorschrift zur Herstellung der Tafel im folgenden. Man setzt

$$X = m_1 \cdot f_1 \quad (\text{auf der } X\text{-Achse durch } O_1).$$

$$Y = m_2 \cdot f_2 \quad (\text{auf der } Y\text{-Achse durch } O_2).$$

Die Punkte der Kurve für z werden bestimmt aus

$$u = \frac{m_1 a f_3}{m_1 f_3 + m_2} \quad \text{und} \quad v = \frac{m_1 m_2 g_3}{m_1 f_3 + m_2}. \quad (3)$$

Darin bedeuten m_1 , m_2 die Moduln der Skalen und a die Entfernung $O_1 O_2 = a$, alle drei Größen in cm gemessen.

Vergleichen wir nun (1) mit (2), so erkennen wir: $f_1 = \frac{b}{c}$; $f_2 = \frac{a}{c}$; $f_3 = \operatorname{tg} \alpha$; $g_3 = \sin \alpha$.

Wir wählen $m_1 = m_2 = a = 10$ cm. Jetzt lauten die Gleichungen (3):

$$\left. \begin{aligned} X &= 10 \cdot \frac{b}{c} \\ Y &= 10 \cdot \frac{a}{c} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} u &= \frac{10 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} \\ v &= \frac{10 \sin \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} \end{aligned} \quad P. \quad (4)$$

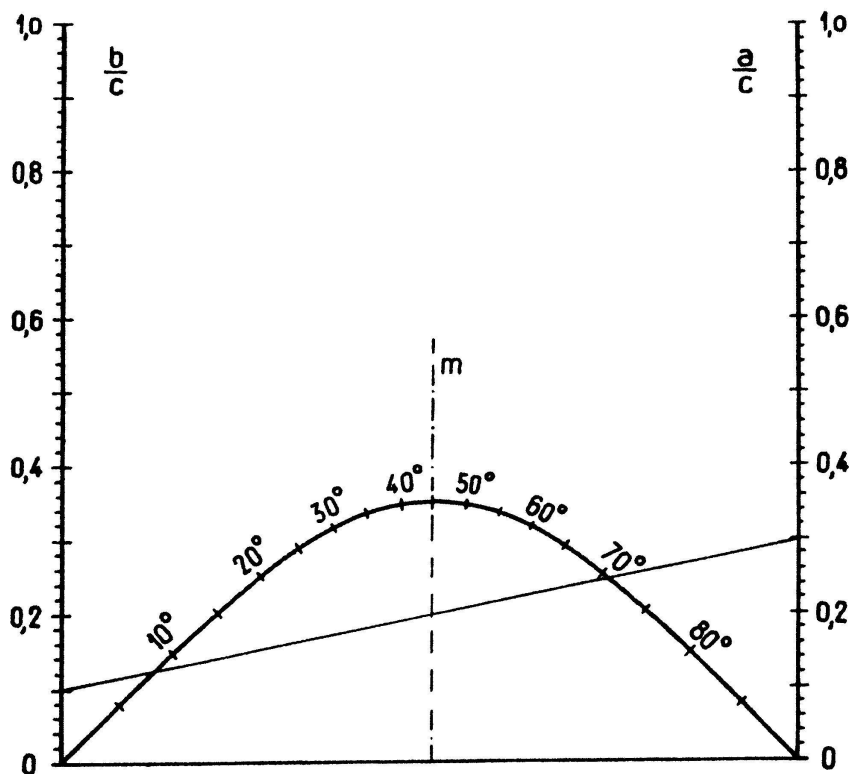


Fig. 3

Mit Hilfe dieser Gleichungen könnte das Nomogramm (Fig. 3, etwas verkleinert) hergestellt werden. Die Punkte $(u; v)$ erhalten die Bezifferung α . Die Kurve hat

