

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 52 (1997)

Rubrik: Bücher und Computersoftware

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bücher und Computersoftware

S.G. Vladut: Kronecker's Jugendtraum and Modular Functions. Translated from the Russian by M. Tsfasman. X + 411 Seiten, L 46.–, \$ 90.00. Gordon and Breach Science Publishers, 1991; ISBN 2-88124-754-7.

Die von Yu.I. Manin herausgegebene neue Reihe "Studies in the Development of Modern Mathematics" setzt sich zum Ziel, mathematische Theorien nicht nur vom gegenwärtigen Forschungsstand aus, sondern auch von ihrem geschichtlichen Ablauf her darzustellen. In einem ersten Teil soll jeweils eine Übersicht über den historischen Werdegang eines Gebietes gegeben werden, und in einem zweiten Teil soll es vom modernen Standpunkt aus lehrbuchmässig dargestellt werden. Das vorliegende, aus dem Russischen übersetzte Buch von Vladut (geb. 1954) hat die Theorie der Modulfunktionen zum Gegenstand. Dieses Gebiet ist durch viele neuere Ergebnisse und insbesondere durch den Beweis von A. Wiles und R. Taylor der Vermutung von Eichler, Shimura, Taniyama und Weil über elliptische Kurven und damit der Vermutung von Fermat, aber auch durch vielerlei Beziehungen zu den tiefliegenden neueren Vermutungen der arithmetischen algebraischen Geometrie und der algebraischen Zahlentheorie ins Zentrum der aktuellen Forschung gerückt.

Im *ersten Teil* zeichnet Vladut sehr schön und anschaulich die historische Entwicklung des Gebietes, wobei die Arbeiten von Kronecker über komplexe Multiplikation und der sogenannte "Kroneckersche Jugendtraum" im Mittelpunkt stehen, d.h. die Konstruktion abelscher algebraischer Erweiterungen über einem imaginär-quadratischen Zahlkörper mittels singulärer Werte der elliptischen Funktionen und der elliptischen Modulfunktionen. Im ersten Kapitel werden nach einer kurzen biographischen Einführung die Hauptideen der Werke Kroneckers vorgestellt. Im zweiten Kapitel beschreibt der Autor knapp, aber leicht verständlich die Entwicklung, die von den elliptischen Integralen und Funktionen über die Transformationsformeln zur Modulargleichung und zu den Thetafunktionen einerseits und zu den elliptischen Kurven und Modulfunktionen andererseits führte. Diese fanden schon bald nach ihrer Entdeckung Anwendungen in der Algebra, z.B. bei der Auflösung der algebraischen Gleichung fünften Grades, und in der Zahlentheorie.

Das dritte Kapitel ist der Entwicklung der komplexen Multiplikation gewidmet, wie sie von Gauss über Abel zu Eisenstein führte. Das vierte behandelt dann die lange Reihe von Kroneckers grossen Arbeiten mit dem Titel "Zur Theorie der elliptischen Funktionen", insbesondere die Arbeit von 1886, welche die fundamentale Kongruenzrelation enthält, die als Vorgängerin der Eichler-Shimura-Kongruenzrelation angesehen werden kann. Mit diesen Arbeiten hat Kronecker die Theorie der komplexen Multiplikation als eine eigenständige Disziplin begründet.

Im fünften Kapitel wird dann die Entwicklung der komplexen Multiplikation und des Kroneckerschen Jugendtraumes über Kronecker hinaus weiterverfolgt. Sie kam durch Arbeiten von Pick, Weber, Fueter, Takagi, Hasse und Deuring zu einem gewissen Abschluss und wurde dann mit Arbeiten von Hecke, Weil, Shimura und Taniyama auf höhere Dimensionen verallgemeinert.

Dieser insgesamt etwa hundert Seiten umfassende historische Teil gibt einen lebhaften Eindruck von der Entwicklung und zugleich eine ausgezeichnete Einführung in das Gebiet, umso mehr als in einem Anhang die wichtigsten Begriffe und Resultate aus der Klassenkörpertheorie, aus der Theorie der elliptischen Funktionen und Kurven samt ihren Zeta-Reihen und aus der komplexen Multiplikation übersichtlich zusammengestellt sind. Wer sich besonders für die Geschichte dieses Gebietes interessiert, sollte auch den Beitrag von Chr. Houzel "Fonctions elliptiques et intégrales abéliennes" in "Abrégé d'histoire des mathématiques 1700–1900", herausgegeben von J. Dieudonné, beziehen.

Im *zweiten Teil* findet sich die wichtige Arbeit von Kronecker aus dem Jahre 1886 "Zur Theorie der elliptischen Funktionen, XI" wiederabgedruckt. Warum dies geschehen ist, nachdem diese Arbeit schon in den gesammelten Werken von Kronecker (Band IV, S. 389–471) zur Verfügung stand, ist nicht ersichtlich, umso mehr als im wiedergegebenen Text gegenüber dem ursprünglichen eine Reihe von Druckfehlern hinzugekommen ist. Es

ist dies auch insofern unverständlich, als sich der Autor dann im dritten Teil beklagt, dass er in diesem der neueren Theorie gewidmeten Teil einige wichtige Themen wie das Langlands-Programm und die Theorie der Shimura-Varietäten aus Platzgründen kürzen oder weglassen musste.

Dieser letzte, *dritte Teil* ist für Nicht-Spezialisten sehr anspruchsvoll, da er einige Kenntnisse aus der Theorie der Schemata und der Motive voraussetzt. In der Tat richtet sich dieser Teil mehr an diejenigen, welche die Theorie schon einigermaßen kennen und denen eine Übersicht über den heutigen Wissensstand vermittelt werden soll. Wer erst in die Anfänge der Theorie eingeführt werden will, nimmt besser zunächst die sehr schöne Vorlesung von Serre, “Cours d’arithmétique”, oder das ebenfalls ausgezeichnete Buch von Silverman und Tate, “Rational Points on Elliptic Curves”, zur Hand (s. die Besprechung von Jürg Kramer in *El. Math.* 48 (1993), 178–179).

In diesem dritten Teil gibt Vladut im ersten Kapitel zuerst eine Übersicht über die Theorie der Modulfunktionen, der Modulformen und über automorphe Darstellungen, wobei im letzten Abschnitt auch eine kurze Übersicht über das Langlands-Programm geboten wird, das eine Art Klassenkörpertheorie für nicht-abelsche algebraische Körpererweiterungen entwirft. Im nächsten Kapitel über modulare Arithmetik wird die Theorie der Modulkurven und ihrer Zeta-Funktionen mit Einschluss der Vermutung von Eichler, Shimura, Taniyama und Weil sowie der Weil-Kurven und die moderne Theorie der komplexen Multiplikation dargestellt. Im dritten Kapitel behandelt der Autor die entsprechende Theorie im Falle von Funktionenkorpfern, wobei die elliptischen Drinfeld-Moduln eine wichtige Rolle spielen.

Das vierte und letzte Kapitel ist den Anwendungen gewidmet: Klassenzahlen imaginär-quadratischer Zahlkörper, Teilungspunkte auf elliptischen Kurven, Iwasawa-Theorie, Hauptvermutung (Satz von Mazur und Wiles), Zusammenhang der Fermatschen Vermutung mit den Frey-Kurven und der Vermutung von Eichler, Shimura, Taniyama und Weil, die 1994 von A. Wiles und R. Taylor für semistabile Kurven bewiesen worden ist, und Konstruktion von fehlerkorrigierenden Codes, ein Gebiet, auf dem Vladut selbst wichtige Beiträge geliefert hat. In einem weiteren Appendix folgt schliesslich eine Übersicht über die Arithmetik auf elliptischen Kurven. Für denjenigen, der noch tiefer in die Theorie eindringen möchte, und auch für den historisch interessierten Fachmann sind die bibliographischen Bemerkungen zum dritten Teil sehr hilfreich, ebenso wie das ausführliche Literaturverzeichnis am Ende des Werkes.

Leider ist das Buch nicht frei von z.T. störenden Druckfehlern (im Durchschnitt mindestens einer pro Seite), insbesondere wenn es um Zitate der deutschen Originalstellen geht. Trotz der erwähnten kleinen Mängel handelt es sich aber um ein ausgezeichnetes Buch, das seinem Zweck durchaus gerecht wird und das sowohl der Fachmann als auch der Studierende mit grossem Gewinn lesen kann.

Literaturverzeichnis

- [1] Houzel, Chr.: Fonctions elliptiques et intégrales abeliennes. In “Abrégé d’histoire des mathématiques 1700–1900”, herausgegeben von J. Dieudonné. Hermann, Paris, 1978.
- [2] Kronecker, L.: Werke. Herausgegeben von K. Hensel. 1895–1930. Nachdruck bei Chelsea Publishing Company, New York, 1968.
- [3] Serre, J.-P.: Cours d’arithmétique. Presse Universitaire de France, Paris, 1970. (Englische ubersetzung bei Springer-Verlag)
- [4] Silverman, J.H., und Tate, J.: Rational Points on Elliptic Curves. Springer, Heidelberg-New York, 1992.
G. Frei, Quebec

H.H. Storrer: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften II. 376 Seiten, sFr. 39, DM 48. Birkhäuser-Verlag, 1995; ISBN 3-7643-5325-2.

Cette suite du volume I se propose d’introduire les étudiants en sciences naturelles à la théorie des probabilités et des statistiques. Les notions de base de la théorie sont exposées de façon simple et claire et le texte dans son ensemble est agréable à lire. De plus, chaque chapitre contient une grande quantité d’exemples et d’exercices très bien choisis dont les solutions détaillées apparaissent à la fin de l’ouvrage. Ce dernier aspect est particulièrement précieux car il permet au lecteur de se livrer, de façon autonome, au contrôle de ses connaissances. Nul doute que les étudiants concernes pourront tirer un grand profit de l’étude de ce livre dont le prix est par ailleurs très abordable. Nous formulerons cependant deux réserves mineurs. Nous regrettons l’absence d’une bibliographie et d’un chapitre consacre aux tests bases sur les rangs.

J.-P. Gabriel, Fribourg