

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 46 (1991)  
**Heft:** 4  
  
**Rubrik:** Literaturüberschau

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Aufgabe 1052.** An die Seiten eines Dreiecks  $ABC$  werden gleichschenklige ähnliche Dreiecke  $BA_1C$ ,  $CB_1A$ ,  $AC_1B$  mit den Spitzen  $A_1, B_1, C_1$  angesetzt, alle nach aussen oder alle nach innen. Es seien  $a_1 = B_1C_1$ ,  $b_1 = C_1A_1$ ,  $c_1 = A_1B_1$  die Seiten des Dreiecks  $A_1B_1C_1$ . Um  $A, B, C$  werden die Kreise mit den Radien  $a_1, b_1, c_1$  gezeichnet. Man zeige, dass das Potenzzentrum dieser drei Kreise auf der Eulergeraden des Dreiecks  $ABC$  liegt.

R. Stärk, Schaffhausen

**Aufgabe 1053.** Auf einer Geraden  $G$  wähle man zwei Punkte  $P_1$  und  $P_2$  im Abstand  $2d$ . Zwei Kreisbögen  $B_1, B_2$  mit Zentren  $P_1, P_2$  und gleichem Radius  $r > d$  bestimmen zusammen mit  $G$  ein Spitzbogendreieck  $D$ .

$D$  werde eine Kreisfolge  $(K_n)$  wie folgt eingeschrieben:

$K_1$  berührt  $G, B_1$  und  $B_2$ ;  $K_n$  berührt  $K_{n-1}, B_1$  und  $B_2$  ( $n \geq 2$ ). Man berechne den Radius  $r_n$  von  $K_n$  als Funktion von  $d, r$  und  $n$ .

J. Binz, Bolligen

**Aufgabe 1054.** Gegeben sei eine Ellipse und zwei ihr einbeschriebene konvexe Vierecke, deren Diagonalen durch einen Punkt verlaufen und sich gegenseitig trennen. Man beweise, dass die Seiten der beiden Vierecke ein und dieselbe Ellipse berühren.

G. Unger, Dornach

## Literaturüberschau

D. Jungnickel: Graphen, Netzwerke und Algorithmen. Zweite überarbeitete und erweiterte Auflage, 440 Seiten, 120 Figuren, DM 68,-. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich 1990.

Diskretisierende Lösungsansätze in verschiedenen Zweigen der Mathematik haben in den letzten 30 Jahren das Interesse an kombinatorischen Schlussweisen stark gefördert. Zugleich ist man in der gleichen Zeitspanne in Wirtschaft und Technik auf zahlreiche Probleme gestossen, die schon von der Fragestellung her der Kombinatorik zugewiesen werden müssen; auch sie haben die intensive Forschungstätigkeit in einzelnen Zweigen der Kombinatorik mitgeprägt. So haben z. B. kombinatorische Optimierungsprobleme geradezu eine stürmische Entwicklung in der Graphentheorie ausgelöst. Fast immer sind diese Aufgaben aus der Praxis bezüglich Rechenaufwand von einer Größenordnung, bei der man auf einen leistungsfähigen Computer angewiesen ist. Dies erklärt, dass der algorithmische Aspekt in der Graphentheorie erst relativ spät miteinbezogen worden ist.

Das vorliegende Buch befasst sich mit dem graphentheoretisch formulierbaren Teil der kombinatorischen Optimierung. Es ist aus zwei Vorlesungen entstanden, die Jungnickel im Studienjahr 1984/85 an der Universität Giessen gehalten hat. Die Ausarbeitung zu einem Buch schliesst offensichtlich eine Lücke in der Kombinatorik-Literatur, ist sie doch die erste deutschsprachige Monographie zur algorithmischen Optimierung auf Graphen.

Die anvisierten Themenkreise haben den Autor dazu bewogen, dem Buch einen stark problemorientierten Aufbau zugrunde zu legen. Nach einer kurzen Einführung in die Graphentheorie werden nacheinander die zentralen Optimierungsprobleme mit dem zugehörigen Umfeld an Theoremen und Algorithmen zur Sprache gebracht (optimale Wege, Gerüste und Flüsse in bewerteten Graphen, optimale Paarungen). Der Autor hat dabei auch daran gedacht, dem Leser den Zugang zur meist englisch geschriebenen Original-Literatur zu erleichtern, indem er durchgehend die englischen Bezeichnungen in Klammern beigefügt hat. Bemerkenswert ist die Präsentation der schon klassischen kombinatorischen Sätze von Menger und Hall (Heiratssatz) samt ihrer Umgebung, die Jungnickel als Sonderfälle der Sätze von Ford und Fulkerson über maximale Flüsse angeht.

Als besonderes Markenzeichen dieses Buches sind die Algorithmen zur Berechnung der jeweiligen Extremal-Figuren anzusehen. Der Autor hat sich also nicht auf die sonst in der Graphentheorie üblichen Existenz- und Struktur-Aussagen beschränkt. Bei den diskutierten Algorithmen hat er sich durchgehend auf eine Beschreibung der wesentlichen Prozeduren festgelegt und diese in einer PASCAL-orientierten Kurzsprache notiert. Auf diese

Weise konnte Informatik-Lastigkeit vermieden und gleichzeitig der mathematische Kern der einzelnen Algorithmen besser herausgestellt werden. Auch Komplexitätsbetrachtungen fehlen nicht. Dies dürfte besonders der Praktiker zu schätzen wissen, begegnet er doch meist nur Netzwerken mit sehr grossen Knoten- und Kantenzahlen. Das Buch ist mit zahlreichen Übungsaufgaben durchsetzt, zu denen in einem mehr als 50seitigen Anhang Lösungen oder zumindest Lösungsansätze mitgeteilt werden.

Die kombinatorische Optimierung gehört wegen ihres interdisziplinären Charakters zu den faszinierenden Gebieten der neueren Mathematik. Dass das Interesse daran auch im deutschsprachigen Raum im Zunehmen begriffen ist, belegt die Tatsache, dass die vorliegende Monographie bereits nach zwei Jahren in 2. Auflage erscheinen konnte. Jungnickel hat bei dieser Gelegenheit in einem Anhang mehrere grössere Ergänzungen zu den einzelnen Kapiteln hinzugefügt. Auch das mustergültige Literaturverzeichnis wurde nochmals erweitert und auf den aktuellen Stand der Forschung nachgeführt.

M. Jeger

H. Lüneburg: Kleine Fibel der Arithmetik. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Bd. 8. 101 Seiten, DM 14,80. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich 1987.

Im Vorwort äussert Lüneburg die Vermutung, dass Leser seines neuesten Werkeins schmunzelnd zur Kenntnis nehmen dürften, ihm nun auch noch in einer Reihe zu begegnen, die der Didaktik der Mathematik gewidmet ist. Der Rezensent hat dieses Schmunzeln nicht unterdrücken können; darüber hinaus hat er bei der Lektüre auch noch ein paar Mal zu tiefem Atemholen ansetzen müssen.

Das vorliegende Büchlein zeugt von einer intensiven Auseinandersetzung des Autors mit modernen elektronischen Rechenanlagen und all den Möglichkeiten, die letztere dem heutigen Mathematiker anbieten. Er möchte mit dieser Schrift in exemplarischer Manier demonstrieren, dass man die in einer höheren Programmier-Sprache (PASCAL) enthaltenen Stilmittel auch dazu benutzen kann, um generell Mathematik aufzuschreiben.

Thematisch sind die angesprochenen Algorithmen und das dazugehörende Umfeld an Theoremen so ausgewählt, dass daraus eine Einführung in die elementare Zahlentheorie als Hintergedanke erkennbar ist. Kern-Themen sind der Euklidische Algorithmus, der Algorithmus von Lagrange-Berlekamp für die Darstellung des grössten gemeinsamen Teilers zweier Zahlen  $m, n$  als ganzzahlige Linearkombination von  $m$  und  $n$ , sowie ein Algorithmus, der den Chinesischen Restsatz nachvollzieht.

Wie man dies von Lüneburg nicht anders erwartet, ist auch seine kleine Fibel der Arithmetik ein höchst originelles und eigenwilliges Büchlein. Der Kenner wird darin eine stattliche Reihe an hübschen Rosinen aus dem Kuchen der Elementar-Mathematik entdecken; speziell wären etwa zu nennen eine Modifikation des Heron'schen Algorithmus für die Berechnung des Ganzahlteils von  $\sqrt{n}$ , algorithmische Betrachtungen zur sog. russischen Bauern-Multiplikation und ein Algorithmus zur Berechnung des grössten Teilers einer Zahl  $a$ , der zu einer Zahl  $b$  teilerfremd ist ( $a, b \in \mathbb{N}$ ). Eine weitere Delikatesse ist das Kapitel über die Komplexität des Euklidischen Algorithmus, dem der Autor die schon mehr als 100 Jahre zurückliegenden Untersuchungen von Lamé mit Hilfe der Fibonacci-Zahlen zugrunde gelegt hat. Wer aber den präsentierten Gegenständen aus der Zahlentheorie erstmals in dieser Schrift begegnet, dem dürfte der unkonventionell codierte Stil etliche Verständnis-Probleme bescheren. Auch hat sich der Leser damit abzufinden, dass einzelne Algorithmen nur skizzenhaft konzipiert sind. Überhaupt lässt die zum Teil nur andeutungsweise vorhandene Kohärenz der behandelten Themen einige berechtigte Wünsche offen, nicht zuletzt deshalb, weil die Schrift offen deklarierte didaktische Anliegen verfolgt.

Mit den vorliegenden Reflexionen zum Thema „Computer und Mathematik“ stellt Lüneburg eine bemerkenswerte neue Sicht der Dinge zur Diskussion; Zustimmung (im Sinne anregender Denkanstösse) aber auch Ablehnung dürften ihm gewiss sein. Vorbehalte dürften vor allem Didaktiker anbringen. Didaktische Arbeit erfolgt nach eigenen Worten des Verfassers im Klima einer Angst, die Objekte ihres Bemühens zu überfordern. Man möchte ihm für seine weitere Tätigkeit auf diesem Felde ein Quentchen mehr von dieser motivierenden Angst wünschen.

M. Jeger

R. Walter: Differentialgeometrie. Zweite, überarbeitete und erweiterte Auflage, V und 336 Seiten, 45 Figuren, DM 38,-. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich 1989.

Die zweite Auflage ist gegenüber der ersten Auflage (vgl. deren Besprechung in El. Math. Vol. 36 (1981), S. 104) hauptsächlich um ein Kapitel über Riemannsche Geometrie erweitert worden. Darin werden globale Aspekte, insbesondere die Fortsetzbarkeit geodätischer Linien und der Satz von Hopf/Rinow über vollständige Riemannsche Mannigfaltigkeiten besprochen.

H. Walser