Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 45 (1990)
Heft: 2

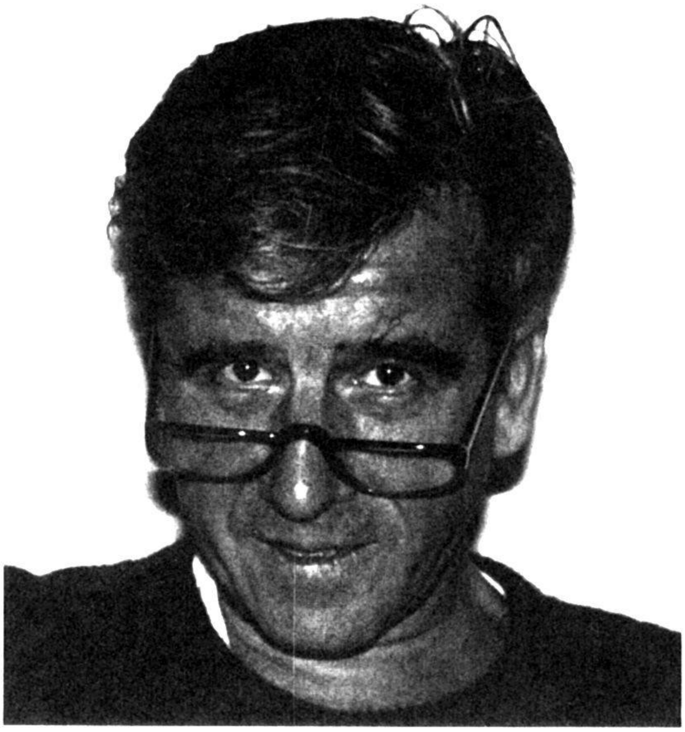
Artikel: Professor Dr. Herbert Gross, 1936-1989
Autor: Keller, H.A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-42408

ELEMENTE DER MATHEMATIK
Revue de mathématiques élémentaires – Rivista di matematica elementare
Zeitschrift zur Pflege der Mathematik
und zur Förderung des mathematisch-physikalischen Unterrichts

El. Math. Vol. 45 Nr. 2 Seiten 33–60 Basel, März 1990

In memoriam

Professor Dr. Herbert Gross, 1936–1989



Am 29. Oktober 1989 ist Herbert Gross unerwartet verstorben. Die Universität Zürich hat mit ihm einen begeisterten Forscher und begeisternden Lehrer verloren.
Herbert Gross wurde am 19. Juni 1936 in Strengelbach im Kanton Aargau geboren. Er durchlief Primar- und Bezirksschule in Zofingen und bestand im Herbst 1955 an der Oberrealschule Aarau die Maturitätsprüfung. Anschliessend immatrikulierte er sich an der Philosophischen Fakultät II der Universität Zürich, wo er 1960 bei B. L. van der Waerden promovierte. Seine Dissertation mit dem Titel *«Darstellungsanzahlen von quaternären quadratischen Stammformen mit quadratischer Diskriminante»* war die gekrönte Lösung einer Preisaufgabe, welche die niederländische mathematische Gesellschaft für das Jahr 1958 gestellt hatte.
Herbert Gross hatte schon vor seinem Studium Fraenkels *«Einleitung in die Mengenlehre»* gelesen. Das Buch mit seinen Verlockungen des Unendlichen hatte ihn zutiefst fasziniert und beeindruckt. Später war er in den Vorlesungen von R. Nevanlinna mit dem

Geist der Geometrie vertraut geworden. Vor diesem Hintergrund entstand in ihm nach der Promotion der Plan, sich der Erforschung von quadratischen Formen in Räumen unendlicher Dimension zuzuwenden. Er fragte mehrere namhafte Mathematiker um ihre Meinung zu diesem Projekt und erhielt stets skeptische Antworten: da kämen wohl nur Trivialitäten heraus. Dies war, wie er später einmal feststellte, für ihn ein besonderer Ansporn, sein Vorhaben entschlossen an die Hand zu nehmen. Es hat ihn während seiner ganzen Laufbahn in Bann gehalten. In dreissig Jahren hat er eine reichhaltige Theorie von erstaunlicher Vielfalt geschaffen, in der algebraische, verbandstheoretische, topologische und mengentheoretische Methoden eng ineinandergreifen.

Die Arbeit an diesem Projekt begann 1961, als er eine Professur an der Montana State University in Bozeman antrat. Während seines fünfjährigen Aufenthalts in den USA hat er zentrale Fragen des neuen Gebiets aufgegriffen, sich den Problemen auf verschiedenartigen Wegen genähert und dabei erste Erfolge erzielt. Im Jahr 1966 kehrte Herbert Gross in die Schweiz zurück und übernahm zunächst eine Assistenzprofessur an der ETH Zürich. Auf Beginn des Wintersemesters 1967 wurde er dann zum Ordinarius für Mathematik an der Philosophischen Fakultät II der Universität Zürich gewählt. Hier entfaltete er eine rege Forschungs- und Unterrichtstätigkeit, die durch gegen 50 Publikationen, 100 Diplomanden und 30 Doktoranden bezeugt wird.

Seine Person, seine Ausstrahlungskraft und sein lebhafter, immer auf den Kern der Sache bezogener Vorlesungsstil haben stets eine grosse Zahl von Studenten angezogen. Es war ihm eine echte Freude, wenn es ihm gelang, aus dem Kreis der angehenden Mathematikerinnen und Mathematiker einige besonders zu interessieren und sie bis zum Diplom oder darüber hinaus zu führen. Eines seiner zentralen Anliegen war es, seinen Doktoranden neue Wege zu weisen und sie zu eigenen Entdeckungen anzuleiten; allen gab er seine Begeisterung und seine Liebe zur Mathematik mit. Mit vielen pflegte er auch nach ihrem Weggang von der Universität eine enge Freundschaft und einen regen Gedankenaustausch. Mit grösstem Interesse nahm er ihre mathematischen Beiträge auf, verarbeitete sie und fügte sie ins wachsende Gedankengebäude ein.

Die Vielfalt der verwendeten Methoden spiegelt sich auch in den Arbeiten der Diplomanden und Doktoranden seiner Schule, die aus verschiedenen Richtungen ihre Beiträge zum Gesamtprojekt leisteten; dabei liefen aber alle Fäden stets bei Herbert Gross zusammen. Im Jahr 1979 veröffentlichte er ein erstes zusammenfassendes Buch: *Quadratic Forms in Infinite Dimensional Vector Spaces* (siehe [30]). Hier wird der abzählbar-dimensionale Fall behandelt; eine Fortsetzung mit Ergebnissen im überabzählbaren Fall war geplant.

Trotz der Vielschichtigkeit des Werkes lassen sich einige wesentliche Linien herausheben: Klassifikations- und Kongruenzprobleme, Theorie der orthomodularen Räume sowie Unabhängigkeitsresultate.

Bei Kongruenzproblemen geht es um die Frage, wann zwei Teilräume eines quadratischen Raumes durch eine Isometrie des ganzen Raumes aufeinander abgebildet werden können. Im Fall endlich-dimensionaler Teilräume gibt der Satz von Witt eine abschliessende Antwort. Bei Unterräumen von unendlicher Dimension dagegen erweist sich das Auffinden eines vollständigen Systems von Invarianten als äusserst verwickelt. In diesem Problemkreis gelang H. Gross eine seiner weitestreichenden Entdeckungen: die sogenannte Verbandsmethode (siehe [22] und [32]). Dabei wird zuerst ein dem vorgelegten Kongruenzproblem angemessener abstrakter Verband von Teilräumen definiert; in einem zweiten Schritt wird dieser Verband effektiv berechnet, und daraus gewinnt man dann

eine Richtschnur für eine rekursive Konstruktion der gesuchten isometrischen Abbildung. Die hier auftretenden Verbände sind gewöhnlich sehr komplex, beispielsweise spielt in einem bestimmten Fragenkreis ein Verband mit 957 Elementen eine zentrale Rolle. Die zugehörigen Berechnungen sind ausserordentlich arbeitsintensiv und können nur selten von Computern bewältigt werden. Herbert Gross hat denn auch unzählige Stunden darauf verwandt, eigene und fremde Arbeiten bis ins kleinste Detail zu verifizieren. Die Verbandsmethode ist später von ihm und seinen Schülern verfeinert worden und hat glänzende Resultate erbracht. In einer letzten Arbeit, einer gemeinsamen Publikation (siehe [46]), wurde noch ein besonders hartnäckiges Klassifikationsproblem gelöst und ein alter Fragenkomplex zu einem Abschluss gebracht.
Im Jahr 1975 weilte Herbert Gross als Gastprofessor an der Universidad Católica in Santiago de Chile. Er hat die Eindrücke des neuen Kontinents mit lebhaftem Geist aufgenommen, er hat auch in kürzester Zeit die spanische Sprache erlernt. Dabei kam ihm sein reges Interesse an philologischen Fragen zugute, ein Interesse, das er mit seiner Frau, einer promovierten Romanistin, teilte. Seiner Verbundenheit mit Südamerika hat er später mit fünf weiteren, mehrmonatigen Aufenthalten in Santiago Ausdruck verliehen.
In die Zeit seines ersten Besuchs fällt der Anfang seiner Untersuchungen zu orthomodularen Räumen. Darunter versteht man quadratische Räume, welche mit dem gewöhnlichen Hilbertraum die Gültigkeit des Projektionstheorems gemeinsam haben. Es war lange eine offene Frage, ob es in unendlicher Dimension neben den klassischen Hilberträumen überhaupt noch andere Beispiele gebe, bis 1979 neuartige orthomodulare Räume über nicht-archimedischen Körpern gefunden wurden. Herbert Gross hat intensiv an der begrifflichen Klärung der Konstruktionsverfahren gearbeitet und die algebraischen und geometrischen Eigenschaften der neuen Räume erforscht. Mit ihrer Hilfe konnte er lange anstehenden, rein verbandstheoretischen Problemen eine überraschende Lösung geben (siehe [37] und insbesondere [38]).
Hand in Hand mit seiner Tätigkeit als Lehrer und Forscher ging Herbert Gross' unablässige Beschäftigung mit dem Wesen der Mathematik. Er hielt regelmässig Vorlesungen über Logik und Mengenlehre; von Zeit zu Zeit führte er zusammen mit Philosophiedozenten ein «Mathematisch-Philosophisches Seminar» durch. Ein kleines Schlaglicht auf sein stetes Ringen mit solchen Fragen liefert vielleicht der Titel eines Vortrags, den er an einem Ehemaligentag hielt: «Das Unbehagen in einer Mengentheorievorlesung für mittlere Semester» (wobei, wie er sogleich betonte, das Unbehagen ganz beim Sprechenden, und nicht bei den Hörern, lag).
Aus dem Bemühen um Grundlagenfragen erwuchs sein Interesse an Unabhängigkeitsresultaten. Das sind Aussagen, von denen man nachweisen kann, dass sie innerhalb der Mengenlehre von Zermelo-Fraenkel (mit Auswahlaxiom) weder bewiesen noch widerlegt werden können. Doktoranden von H. Gross haben in den letzten Jahren Aussagen entdeckt, die in der Theorie unendlich-dimensionaler quadratischer Räume in natürlicher Weise auftreten und die im erwähnten Sinne unabhängig sind. Mit grosser Genugtuung hat Herbert Gross erleben dürfen, dass der Brückenschlag zwischen der geliebten Mengenlehre und seinem eigentlichen engeren Forschungsbereich gelungen war.
Die angeführten Hauptrichtungen seiner Forschung zeigen, wie Herbert Gross in über einem Vierteljahrhundert der Forschungstätigkeit sein einmal gewähltes Gebiet mehr und mehr ausgebaut und verfeinert hat. Dabei fühlte er sich stets der Sache verpflichtet; im engeren Sinne seiner Theorie der quadratischen Formen, im weitern Sinne aber auch

der Mathematik als Ausdrucksform menschlichen Denkens. Einer seiner Schüler hat ihn einmal gefragt, warum er eigentlich Mathematik und nicht vielleicht Literatur oder Philosophie studiert habe. «Weil ich wissen wollte», so lautete die Antwort, «wie weit das exakte Denken reicht».

H. A. Keller, Langenthal; H. H. Storrer, Zürich

VERZEICHNIS DER PUBLIKATIONEN VON HERBERT GROSS

1 Darstellungsanzahlen von quaternären quadratischen Stammformen mit quadratischer Diskriminante. Comment. Math. Helv. *34*, 198–221 (1960).
2 Zwei elementare Sätze über positive Lösungen linearer homogener Gleichungssysteme. Comment. Math. Helv. *35*, 319–320 (1961).
3 On a special group of isometries of an infinite dimensional vectorspace. Math. Ann. *150*, 285–292 (1963).
4 Quadratic forms and linear topologies, I. Math. Ann. *157*, 296–325 (1964) (zusammen mit Hans R. Fischer).
5 Non real fields k and infinite dimensional k-vectorspaces (Quadratic forms and linear topologies, II). Math. Ann. *159*, 285–308 (1965) (zusammen mit Hans R. Fischer).
6 Tensorprodukte linearer Topologien (Quadratische Formen und lineare Topologien, III). Math. Ann. *160*, 1–40 (1965) (zusammen mit Hans R. Fischer).
7 Continuous forms in infinite dimensional spaces (Quadratic forms and linear topologies IV). Comment. Math. Helv. *42*, 132–170 (1967) (zusammen mit Vinnie H. Miller).
8 Ein Wittscher Satz im Falle von Vektorräumen abzählbarer Dimension. J. reine angew. Math. *222*, 195–200 (1966).
9 On Witt's theorem in the denumerably infinite case. Trans. Amer. Math. Soc. *123*, 536–547 (1966).
10 On Witt's theorem in the denumerably infinite case, II. Math. Ann. *170*, 145–165 (1967).
11 Bilinear forms on k-vectorspaces of denumerable dimension in the case of char $(k) = 2$. Comment. Math. Helv. *40*, 247–266 (1966) (zusammen mit Robert D. Engle).
12 Über isometrische Abbildungen in abzählbar dimensionalen Räumen über reellen Körpern. Comment. Math. Helv. *43*, 348–357 (1968).
13 Irreduzible und treue Darstellungen unendlichdimensionaler Cliffordalgebren. Math. Ann. *179*, 329–336 (1969).
14 Der Euklidische Defekt bei quadratischen Räumen. Math. Ann. *180*, 95–137 (1969).
15 Über die Eindeutigkeit des reellen Abschlusses eines angeordneten Körpers. Comment. Math. Helv. *44*, 491–494 (1969) (zusammen mit Paul Hafner).
16 Eine Bemerkung zu dichten Unterräumen reeller quadratischer Räume. Comment. Math. Helv. *45*, 472–493 (1970).
17 Linearly topologized spaces without continuous bases (Quadratic forms and linear topologies V). Math. Ann. *194*, 313–315 (1971).
18 Quadratic spaces with few isometries (Quadratic forms and linear topologies VI). Comment. Math. Helv. *48*, 511–519 (1973) (zusammen mit Erwin Ogg).
19 Quadratic forms and linear topologies. On completions. Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I Math. *584*, 1–19 (1974) (zusammen mit Erwin Ogg).
20 On a representation theorem for AC-lattices. Notas Soc. Math. Chile, *1*, 16–32 (1979).
21 Quadratic forms and sesquilinear forms in infinite dimensional spaces. Witt type theorems in spaces of denumerably infinite dimension. Col. sur les formes quadratiques (1975, Montpellier). Bull. Soc. Math. France, Suppl. Mém. *48*, 21–33 (1976).
22 Isomorphisms between lattices of linear subspaces which are induced by isometries. J. Algebra *49*, 537–546 (1977).
23 Untersuchungen über quadratische Formen in Körpern der Charakteristik 2. J. reine angew. Math. *297*, 80–91 (1978).
24 On the non trace-valued forms. Adv. in Math. *42*, 179–195 (1981) (zusammen mit Hans A. Keller).
25 On the definition of Hilbert space. Manuscripta Math. *23*, 67–90 (1977) (zusammen mit Hans. A. Keller).
26 Strange inner product spaces. Comment. Math. Helv. *52*, 491–495 (1977) (zusammen mit Walter Baur).
27 The sublattice of an orthogonal pair in a modular lattice. Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I Math. *4*, 31–40 (1978/79) (zusammen mit Paul Hafner).
28 On SAP fields. Math. Z. *162*, 69–74 (1978) (zusammen mit Werner Bäni).

29 Formes quadratiques et formes non traciques sur les espaces de dimension dénombrable. Col. sur les formes quadratiques (1977, Montpellier). Bull. Soc. Math. France, Suppl. Mém. *59,* 55–68 (1979).
30 Quadratic Forms in Infinite Dimensional Vector Spaces. Progress in Mathematics, vol. 1. Birkhäuser: Boston 1979 (xii + 419 pp.).
31 Nuevos métodos en algebra lineal en dimensionas no numerables. Notas matématicas, imuc, Santiago de Chile *10* (suplemento), 1–20 (1980).
32 The lattice method in the theory of quadratic spaces of non-denumerable dimensions. J. Algebra *75,* 23–42 (1982).
33 On the problem of classifying infinite chains in projective and orthogonal geometry. Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I Math. *8,* 67–86 (1983) (zusammen mit Hans. A. Keller).
34 Algunos reticulados cuadráticos y cómo se los calcula. Notas matemática, imuc, Santiago de Chile *16,* 1–45 (1984).
35 Lattice problems originating in quadratic space theory. Algebra Universalis *20,* 267–291 (1985).
36 On a class of orthomodular quadratic spaces. Enseign. Math. *31,* 187–212 (1985) (zusammen mit Urs-Martin Künzi).
37 Quadratic forms and Hilbert lattices. «Contributions to General Algebra 3». Proc. Vienna Conference, June 21–24, 1984, 181–190. Stuttgart: Teubner (1985).
38 Different orthomodular orthocomplementations on a lattice. Order *4,* 79–92 (1987).
39 The classification of subspaces in hermitean vector spaces. J. Algebra *105,* 516–541 (1987) (zusammen mit Christian Herrmann und Remo Moresi).
40 Orthogonal geometry in infinite dimensional vector spaces. (Erweiterte Fassung des Vortrags in Kaiserslautern, 7. Juni 1986), Preprint, 28 pp.
41 Lattices and infinite dimensional forms. «The lattice method». Order *4,* 233–256 (1987).
42 Hilbert lattices with the extension property. Geom. Dedicata *29,* 153–161 (1989).
43 On the number of isometry classes of bilinear spaces in uncountable dimensions. Zur Veröffentlichung eingereicht.
44 On orthomodular spaces. Erscheint in Proceedings of the International Conference on General Algebra, Krems 1988, 13 pp.
45 Hilbert lattices: New results and unsolved problems. Erscheint in Found. Phys.
46 Le problème de la congruence des formes bilinéaires symétriques en dimension $\aleph_0$. C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. I Math. *309,* 995–998 (1989) (zusammen mit Christine A. Widmer).

 0013-6018/90/020033-05\$1.50 + 0.20/0

Ein numerisches Verfahren zur simultanen Ermittlung aller Nullstellen eines Polynoms

1. Die Herleitung des Verfahrens

In diesem Aufsatz wird ein numerisches Verfahren vorgeschlagen, mit dem sich die Nullstellen eines beliebigen komplexen Polynoms der Form

$$P(z) = z^n + \sum_{j=1}^{n} (-1)^j p_j z^{n-j} \tag{1}$$

gleichzeitig berechnen lassen. Die Grundidee des Verfahrens beruht auf den bekannten Beziehungen zwischen den Nullstellen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ von $P(z)$ und seinen Koeffizienten $p_1, p_2, \ldots, p_n$:

$$\begin{aligned} \sigma_1(x) &:= x_1 + x_2 + \ldots + x_n = p_1 \\ \sigma_2(x) &:= x_1 x_2 + x_2 x_3 + \ldots + x_{n-1} x_n = p_2 \\ &\vdots \\ \sigma_n(x) &:= x_1 x_2 \ldots x_{n-1} x_n = p_n . \end{aligned} \tag{2}$$