

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 43 (1988)  
**Heft:** 3

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Aufgabe 985.** Welche Normale eines Kegelschnittes begrenzt zusammen mit dem Kegelschnitt ein Segment minimaler Fläche?

H. Widmer, Rieden

**Aufgabe 986.** Die Folge  $(a_n)$  sei definiert durch

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 8, \quad a_{n+2} = 3a_{n+1} - a_n \quad \text{für } n \geq 1.$$

Man berechne den Wert der Summe

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} (\ln(a_n + 1) - \ln(a_n - 1)).$$

M. Vowe, Therwil

**Aufgabe 987.** Man bestimme die kleinste reelle Zahl  $r$  und die grösste reelle Zahl  $s$  derart, dass für alle  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $0 < a < b$  gilt:

$$\left(\frac{a+b}{r}\right)^{b-a} < \left(\frac{e}{a}\right)^a \left(\frac{b}{e}\right)^b < \left(\frac{a+b}{s}\right)^{b-a}$$

H. Alzer, Waldbröl, BRD

**Aufgabe 988.** For  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $m > n > 0$ , let  $f(t) = I_m(t)/I_n(t)$ , where

$$I_p(t) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t/2)^{2k+p}}{k!(k+p)!}$$

is the modified Bessel function of the first kind and order  $p$  ( $p \in \mathbb{N}$ ). Prove that  $f$  is increasing on  $(0, \infty)$  with limit 0, if  $t \downarrow 0$  and limit 1, if  $t \rightarrow \infty$ .

A. A. Jagers, Enschede, NL

## Literaturüberschau

A. T. Fomenko, D. B. Fuchs und V. L. Gutenmacher: Homotopic Topology. 310 Seiten, verschiedene Figuren und Abbildungen, US-\$ 33.00. Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest 1986.

Dieses Buch unterscheidet sich von den üblichen Einführungen in die algebraische Topologie, sowohl im Stil wie auch in der Anlage. Aufbauend auf dem Homotopiebegriff werden Überlagerungen und Faserungen studiert, mit vielen geometrischen Beispielen zur Motivation. Anschließend werden singuläre und zelluläre Homologie definiert, mit Anwendungen bis zur Obstruktionstheorie. Dann werden ausführlich Spektralsequenzen und Kohomologieoperationen diskutiert. Der letzte Teil ist ganz der Adams-Spektralreihe gewidmet.

Der Leser wird also von Anfang an mit technisch recht anspruchsvollem Material konfrontiert. Entsprechend tief und schön sind dann auch die Anwendungen. Neben vielen Diagrammen, die den Text ergänzen, ist das Buch mit Graphiken von Fomenko illustriert, der sich auch als Künstler einen Namen gemacht hat. G. Mislin

D. Laugwitz: Zahlen und Kontinuum. Eine Einführung in die Infinitesimalmathematik. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, Band 5. 269 Seiten, DM 38,-. Bibliographisches Institut, Mannheim, Wien, Zürich 1986.

In a first part – Propädeutik – the author examines a variety of examples where infinitesimals or infinitely large numbers have been used by mathematicians of the past, e.g. Euler's formula  $(1 + x/\Omega)^\Omega = e^x$ . These examples provide a list of Desiderata (D1–D9) for the construction (given p. 84) of an extension  ${}^\Omega\mathbb{R}$  of the usual real number field  $\mathbb{R}$ .

Logical concepts are kept to a minimum, but are present to explain the precise meaning of Leibniz' principle "everything true for finite quantities is still true for infinite ones". At the same time, the notions of internal and standard sets are explained and thus, nonstandard analysis is introduced.

Classical calculus is then revisited, with an introduction to distributions and divergent series. Finally, historical, philosophical and didactical questions are surveyed.

D. Laugwitz has certainly given us an excellent little book, shining through its wealth of examples and worked out exercises. Interesting discussions, illustrating comparisons (e.g. the introduction of complex numbers in the 18th century, and the polemic about  $\log - 1$ ), are reexamined with the purpose of conveying the true nature of the nonstandard theories. This book should be read by anybody interested in calculus (and its teaching).

A. Robert

E. Landau und D. Gaier: Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie. 3., erweiterte Auflage. XI und 201 Seiten, 10 Abbildungen, DM 96,-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo 1986.

Ohne Zweifel behielt Landau recht, als er 1916 im Vorwort zur ersten Auflage dieses Buches geschrieben hatte: „Ich glaube und wünsche nun, daß die vorliegende Mitteilung von etwa siebenundzwanzig sorgsam ausgewählten, in letzter Zeit gefundenen Sätzen mit vollständigen, einheitlich dargestellten Beweisen die Aufnahme dieser Ergebnisse – welche zum Teil von klassischer Schönheit sind – in Vorlesungen und Büchern zum Nutzen der Anfänger beschleunigen wird.“ Hardy und Heilbronn betrachteten es in ihrem Nachruf auf Landau als sein wahrscheinlich schönstes Buch.

Es ist sehr verdienstvoll, daß Dieter Gaier nun davon eine dritte erweiterte Auflage gegeben hat. Ein erster Teil ist der Nachdruck von Landaus zweiter Auflage (1929), und im zweiten Teil (Gaier) kommen einige weitere „Perlen der Funktionentheorie“ zu ausführlicher Darstellung, das sind das „high indices Theorem“ von Hardy-Littlewood, ein Beweis des Fabry'schen Lückensatzes mit dem Turanschen Lemma, Wermers Maximalitätssatz über den Ring analytischer Funktionen im Einheitskreis, die sich stetig auf die Peripherie fortsetzen lassen, sowie Bers' Satz über Ringisomorphismen analytischer Funktionen.

A. Pfluger

D. Dacunha-Castelle: Probability and Statistics, Band II. XIV und 410 Seiten, 6 Figuren, DM 86,-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1986.

Das Problem der Stoffauswahl für einen fortgeschrittenen Kurs in Stochastik besitzt viele Lösungen: man kann die maßtheoretische Seite betonen und die fundamentalen Existenzsätze beweisen oder umgekehrt hauptsächlich Anwendungen besprechen und für die Grundlagen auf die vorhandene Literatur hinweisen.

Die Autoren des vorliegenden Buches haben einen Mittelweg eingeschlagen. Sie beginnen mit diskreten, technisch einfachen Modellen (Zeitreihen, Martingale, Markoffketten), gehen dann zu den Hauptproblemen der Statistik über (Schätzung von Parametern, Testtheorie) und behandeln erst in den letzten Kapiteln Prozesse mit kontinuierlicher Zeit. Hier werden z.B. stochastische Integrale definiert, Konvergenzsätze wie derjenige von Donsker bewiesen und verschiedene Anwendungen vorgestellt. Die Fülle des Stoffes führt allerdings zu einer sehr kompakten Schreibweise, die das Werk für ein Selbststudium eher unattraktiv macht. Leider wurde die mit der Originalausgabe gelieferte Aufgabensammlung nicht (oder noch nicht) ins Englische übersetzt. Trotzdem kann man von einem wertvollen Querschnitt durch die heute relevanten Kapitel der Stochastik sprechen.

H. Carnal

L. R. Mustoe: Worked Examples in Engineering Mathematics. X und 111 Seiten, zahlreiche Figuren, £ 4.95. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore 1986.

Dieses kleine Buch enthält 53 gelöste Übungsaufgaben zum Mathematikstoff, wie er etwa an einer schweizerischen Ingenieurschule (HTL) behandelt wird. Der Autor verzichtet weitgehend auf Routineaufgaben; es geht ihm darum, den für viele Schüler schwierigen Übergang von der sprachlichen Formulierung eines Problems zur gelernten Theorie zu illustrieren. Bei einem großen Teil der Aufgaben ist ihm dies auch gelungen. F. Bachmann

V. Krishnamurthy: *Combinatorics theory and applications*. Ellis Horwood Series in Mathematics and its Applications. XXXVI und 483 Seiten, £ 39.50, John Wiley & Sons Ltd., New York, Chichester, Brisbane, Toronto 1986.

„Wenn man in der Kombinatorik etwas nicht versteht, dann liegt das in 9 von 10 Fällen daran, daß man nicht genügend viele Spezialfälle untersucht hat.“ Dieser beherzigenswerte Satz steht im 1. Kapitel des vorliegenden Buches. Daß es ausgesprochen als Lehrbuch gedacht ist, wird bereits im Vorspann klar. Da findet sich außer dem Inhaltsverzeichnis und dem Vorwort eine Übersicht über den eigentlichen Inhalt, ein spezielles Vorwort für den Studenten, eines für den Lehrer, Listen der Diagramme und Tabellen etc. Das alles beansprucht hier bereits 36 Seiten.

In 9 Hauptabschnitten, die je in mehrere Kapitel unterteilt sind, kommen folgende Themenkreise zur Sprache: Kombinationen, Permutationen, Stirling-Zahlen, Partitionen, Formale Potenzreihen, Siebtheorem, Lemma von Burnside, Polya-Theorie und Schurfunktionen. Auf diesen liegt das Schwergewicht des Buches. Dann geht der Autor aber auch ein auf endliche Gruppen, lateinische Quadrate, endliche Geometrien, Steiner Tripel, Hadamard-Matrizen und das Theorem von Ramsey. Eine gute Idee ist es, jedem Kapitel einleitende Aufgaben voranzustellen mit deren Lösung sich der Leser vorgängig beschäftigen sollte. Die Theorien dazu werden dann anschließend behandelt. Am Ende des Kapitels finden sich dann weitere Probleme dazu. Bei der Ausführlichkeit des Buches erstaunt es, daß die Lösungen dieser Aufgaben nicht beigegeben sind.

Obwohl zweifellos alle diskutierten Gebiete der Kombinatorik zuzuzählen sind, könnte man sich fragen, ob der Teil mit den Blockplänen und endlichen Geometrien im Sinne einer Konzentration nicht besser unterblieben wäre, umso mehr als diese bei weitem nicht so tief abgehandelt werden wie die vorhergehenden Themen. Im Literaturverzeichnis, in dem – vielleicht nicht ganz glücklich – Bücher einerseits und Artikel aus Zeitschriften andererseits separat aufgeführt sind, finden sich größtenteils amerikanische Autoren. Die wenigen deutsch- und französischsprachigen Titel sind fast ausnahmslos fehlerhaft zitiert.

P. Hohler

Sh. Kakutani: *Selected Papers*. Edited by Robert R. Kallman. Vol. 1: 480 Seiten, sFr. 230.–/DM 288.–. Vol. 2: 472 Seiten, sFr. 230.–/DM 288.–. Birkhäuser, Basel, Boston, Stuttgart 1986.

Kakutani, 1911 in Osaka geboren, wirkte von 1949 bis 1982 in Yale. Seine Beiträge erstrecken sich über die verschiedensten Gebiete der Mathematik (Banachräume, Markovprozesse, Brownsche Bewegung, Ergodentheorie u. a.); zu den bekanntesten gehören sein Darstellungssatz für Banachverbände sowie die Entdeckung des Zusammenhangs zwischen Brownscher Bewegung und harmonischen Massen. Die Bibliographie nennt 101 Arbeiten, von denen die meisten in der vorliegenden Sammlung nachgedruckt sind. Besonders wertvoll ist der Kommentarteil (150 Seiten). Es ist dem Herausgeber gelungen, über vierzig Spezialisten dazu zu bewegen, die einzelnen Gruppen von Arbeiten aus heutiger Sicht zu würdigen und deren Bedeutung für die weitere Entwicklung jener Gebiete im einzelnen nachzuweisen.

C. Blatter

G. Fischer: *Mathematische Modelle*. Aus den Sammlungen von Universitäten und Museen. Bildband und Kommentarband. Bildband: XII und 129 S., mit 132 Fotografien. Kommentarband: VIII und 89 S., mit 90 Figuren, DM 118.–. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1986.

Die Modellsammlungen der mathematischen Institute sind im Laufe der Jahrzehnte verstaubt. Im Bourbaki-Zeitalter interessierte sich niemand mehr für die „Kummerfläche mit 16 reellen Doppelpunkten“, die „Dupin'schen Zykliden“ oder die zwei „Meissnerschen Körper“. Gerd Fischer und seine Mitarbeiter haben die Modelle hervorgeholt und ins richtige Licht gesetzt. Die ausgezeichneten Photographien entführen den Betrachter in eine bald harmonische, bald unheimliche Formenwelt. Das Werk erhält aber sein wahres Gewicht erst durch den Kommentarband. Wir alle haben ja schon derartige Modelle gesehen. Hier erfährt man aber zum ersten Mal und sorgfältig dokumentiert, was die Stücke im einzelnen darstellen. Und wenn man etwa den Beitrag von Barth und Knörrer über algebraische Flächen liest, so wird mit einem Mal offenbar, daß diese Modelle auf Fragen Antwort geben, die wieder ganz modern sind.

C. Blatter

M. Suzuki: *Group Theory II*. A Series of Comprehensive Studies in Mathematics, Band 248 (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften). X und 621 Seiten, 1 Figur, DM 268.–. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo 1986.

In der Einleitung zu seinem zweibändigen Werk über Gruppentheorie erklärt der Autor, eines seiner Hauptziele sei es, den Leser mit den neueren Resultaten über endliche einfache Gruppen vertraut zu machen. Dieses Vorhaben hat er wie folgt ausgeführt.

In den Kapiteln I und II, welche etwa zwei Drittel des ersten Bandes umfassen, beschreibt er die grundlegenden Begriffe und Ergebnisse der Theorie der endlichen oder unendlichen, diskreten Gruppen. In Kapitel III unter-

sucht er ausgewählte Klassen von Gruppen, z.B. die symmetrischen und alternierenden Gruppen sowie die Coxeter-Gruppen.

Der zweite Band beginnt mit einem Kapitel über Kommutatoren, in welchem insbesondere nilpotente Gruppen, endliche  $p$ -Gruppen und auflösbare Gruppen zur Sprache kommen. Auf den verbleibenden, etwa 500 Seiten des zweiten Bandes setzt M. Suzuki das eingangs erwähnte Hauptziel in die Tat um. Er tut dies auf zwei Wegen: Einerseits beschreibt er ausführlich und vergleichsweise leicht faßlich, was die Einsichten, Methoden und Ergebnisse sind, die dem Unterfangen, alle endlichen einfachen Gruppen zu bestimmen, zu Grunde liegen. Andererseits führt er dem Leser vor, wie einzelne dieser Ergebnisse, oder Teile davon, bewiesen werden.

*Bemerkung:* Das hier besprochene Buch der Grundlehren ist die Übersetzung eines Buches des Autors, das 1978, also vor der Vollendung des Klassifikationsunterfangens, in japanischer Sprache veröffentlicht worden ist.

R. Strebel

W. R. Knorr: *The Ancient Tradition of Geometric Problems*. IX und 411 Seiten, Fr. 128.—. Birkhäuser, Boston, Basel, Stuttgart 1986.

Das Werk unternimmt den interessanten Versuch, die griechische Mathematik vom Standpunkt des Problemlösens her darzustellen. Im Zentrum stehen dabei die drei klassischen Probleme der Antike: die Verdoppelung des Würfels, die Quadratur des Kreises und die Dreiteilung des Winkels. Neben den Beiträgen von zahlreichen anderen Autoren finden insbesondere diejenigen von Hippocrates von Chios, Eudoxos, Archimedes und Apollonios eine sorgfältige Analyse und Besprechung. Solcherart erhält man interessante Einblicke in die (Reduktionstheorie mittels der) Theorie der mittleren Proportionalen, die Einführung der Kegelschnitte und spezieller Kurven, die Theorie des Gleitlineals (Neusis), die Approximationsverfahren zum Berechnen von Flächen und Inhalt und in den Gebrauch der sogenannten analytischen Methode zum Entdecken von Lösungen, und weiter in die Anwendungen dieser Theorien und Mittel auf die drei klassischen Konstruktionsprobleme.

G. Frei

R. Seydel und R. Bulirsch: *Vom Regenbogen zum Farbfernsehen. Höhere Mathematik in Fallstudien aus Natur und Technik*. VII und 145 S., 76 Abb., DM 29,50. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo 1986.

Viele Vorgänge aus Natur und Technik lassen sich mit einfachen mathematischen Hilfsmitteln erklären. Hauptziel dieses Bandes ist eine Reihe von solchen Vorgängen zu beschreiben. Das Buch ist im Rahmen der Vorlesung über Höhere Mathematik an der TU München entstanden. 14 Themen werden behandelt, einfache, aber auch komplizierte; z.B. Regenbogen, Hobelmaschine, Kreiskolbenmotor, digitale Tonaufzeichnung, Herzschlag, Frequenzmodulation. Jede Fallstudie ist in einer oder mehreren Aufgaben zusammengefaßt. Mehr als elementare Kenntnis aus der Differential- und Integralrechnung werden nicht vorausgesetzt. Das Buch ist sehr gelungen. Eine kleine Enttäuschung ist vielleicht, daß nur Methoden aus der Infinitesimalrechnung vorkommen.

M.-A. Knus

G. Burde and H. Zieschang: *Knots*. de Gruyter Studies in Mathematics, Band 5. XI und 399 Seiten, zahlreiche Figuren, DM 138,—, US-\$ 49.95. de Gruyter Verlag, Berlin, New York 1985.

Ce livre constitue une excellente introduction à la théorie des noeuds. Sa lecture ne nécessite que des connaissances de base de topologie algébrique (groupe fondamental, théorie des revêtements, homologie), ainsi que quelques résultats sur les variétés de dimension 3, lesquels sont d'ailleurs résumés dans un appendix. Il contient aussi une bibliographie très extensive, à la fois sur les noeuds et entrelacs classiques et sur ceux de grandes dimensions. De plus, les tables de l'appendix C donnent des renseignements extrêmement utiles sur les noeuds jusqu'à 10 croisements (polynômes d'Alexander, signature, nombres de torsion (pour  $n = 2$ ), symétries, etc.).

Les 10 premiers chapitres contiennent des notions et théorèmes classiques et fondamentaux concernant les noeuds classiques (surfaces de Seifert, groupe du noeud, invariants d'Alexander, tresses, etc.) ainsi qu'une caractérisation des noeuds du tore. La deuxième partie du livre présente quelques sujets de recherche dans lesquels des progrès récents ont été réalisés (classification des noeuds de Montesinos, réalisation des variétés de dimension 3 comme revêtements ramifiés au-dessus de noeuds ou d'entrelacs, résultats concernant la propriété P des noeuds, etc.).

On peut regretter que cet ouvrage ne contienne pas la définition des nouveaux invariants polynomiaux pour les noeuds et entrelacs (polynôme de Jones-Conway, polynôme de Kauffman), mais on ne peut certainement pas le reprocher aux auteurs: le livre a été terminé peu avant leur invention.

E. Bayer-Fluckiger