

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 43 (1988)  
**Heft:** 2

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturüberschau

G. L. Alexanderson et al.: *The William Lowell Putnam Mathematical Competition. Problems and Solutions: 1965–1984*. XII und 147 Seiten, £ 22.00. The Mathematical Association of America 1985.

Es handelt sich um den Folgeband der von A. M. Gleason, R. E. Greenwood und L. M. Kelly mit viel Mühe und Sorgfalt bearbeiteten gleichnamigen Problemsammlung aus den Jahren 1938–1964 (s. Rezension in *El. Math.*, Vol. 40 (1985), p. 28). Im Gegensatz dazu beschränken sich die Herausgeber des vorliegenden Bandes darauf, die in verschiedenen einschlägigen Zeitschriften publizierten Lösungen zusammenzustellen und auf einheitliches Format zurechtzustutzen, was man äußerlich am Druck erkennt, dessen Qualität stellenweise mangelhaft ist. Abgesehen davon liegt mit diesem Buch wieder eine wertvolle Sammlung interessanter, ja faszinierender Probleme vor.

H. Kappus

O. Lehto: *Univalent Functions and Teichmüller Spaces*. Graduate Texts in Mathematics. Band 109. 16 Figuren, XII und 257 Seiten, DM 124,-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo 1986.

The objective of what has become known as Teichmüller theory is to study the different conformal structures on a Riemann surface. The very fruitful idea of Teichmüller was to employ quasiconformal mappings for this purpose. Largely under the influence of Ahlfors and Bers, and the impetus provided by them, Teichmüller's work has been clarified, reinterpreted, and then further developed. In this masterly first textbook on the subject, Lehto provides us with a lucid presentation of the fundamentals. The book is well suited for a reader who at the start may be at home only in classical complex analysis in the plane. Special chapters on plane quasiconformal mappings and Riemann surfaces are well rounded in themselves, and at the same time serve to develop (occasionally, with the help of references) the material needed for the key chapters, "Universal Teichmüller Space", and "Teichmüller Spaces". There is more than one possible road to Teichmüller theory. In the book, following the approach of Bers, Schwarzian derivatives of certain univalent mappings (hence the first half of the title) that are extensions of quasiconformal mappings play a key role, and so there is a special chapter on this. Everything fits together beautifully, and the well written introductions to the chapters allow one to maintain a fine overview. While the book appears in a series of "graduate texts", and, as our remarks indicate, undoubtedly fulfils this role well, it should be mentioned that in a number of spots there are discussions and references that are more like those ordinarily encountered in a research monograph. These are of interest to readers who come to the book with some previous expertise, and need not prevent a reader who is using the book for a first introduction from staying on the main track.

(The reviewer happened to notice an error in the reference, "Reich, E. [1]": The paper quoted should be, "An extremum problem for analytic functions with area norm", *Ann. Acad. Sci. Fenn. A I Math.* 2 (1976), 429–445.)

E. Reich

A. Oldknow: *Microcomputers in Geometry*. Ellis Horwood Series in Mathematics and its Applications. 211 Seiten, £ 10.00. John Wiley & Sons Ltd., New Chichester, Brisbane, Toronto 1987.

Die Verwendung von Computern im Mathematik-Unterricht ist keineswegs auf die rasche Bereitstellung numerischer Ergebnisse beschränkt; es zeichnet sich immer deutlicher ab, daß bei einem gezielten Einsatz mit Computern eine echte Unterstützung des Lernprozesses möglich ist. Die rasanten Entwicklungen auf dem Sektor der Computer-Graphik haben es mit sich gebracht, daß jetzt vermehrt auch die Geometrie in diese neueren didaktischen Bestrebungen einbezogen werden kann.

Vom selben Autor ist 1985 bereits ein Buch mit dem Titel „Learning Mathematics with Micros“ erschienen, dessen Grundhaltung nun offensichtlich auch in das vorliegende Anschlußwerk übernommen worden ist. Wohltuend bei der Lektüre dieses Buches über Computer-Mathematik ist die Feststellung, daß der Autor Mathematiker und nicht Informatiker ist: So bleibt der Leser vor jeglichem Computer-Kauderwelsch verschont. Im Vordergrund stehen einzelne Problemkreise aus der Geometrie und deren konkrete Umsetzung in Computer-Programme. Ein deutlicher Akzent ist dabei auf das experimentelle Erschließen bestimmter Problemfelder gelegt.

Folgende Themen werden behandelt: Geradlinige Figuren, Geraden-Scharen, Enveloppen von Geraden-Scharen, Geraden-Konfigurationen, Ebene Kurven (Koordinaten- und Polar-Form), durch spezielle Eigenschaften definierte ebene Kurven, kinematische Fragen, Transformationen von ebenen Kurven, Parkettierungen der Ebene, Spline-Approximationen, Raumkurven und deren Projektionen, Flächen und ihre verschiedenen Erzeugungsarten, konvexe Polyeder (unter Einschluß von Sichtbarkeitsproblemen).

Im Rahmen der Untersuchungen werden auch diverse computer-spezifische Fragen der Kurven- und Flächen-darstellung angesprochen.

Dieses Buch über Computer-Graphik ist deutlich auf Breitenwirkung ausgelegt; insbesondere hat sich der Autor in programmiertechnischer Hinsicht klare Grenzen gesetzt. Er verzichtet z. B. auf rekursive Programm-Strukturen und verwendet durchgehend die Programmier-Sprache BASIC. Eine dem Text vorangestellte Liste der aufgenommenen Programme erleichtert das Nachschlagen beim Arbeiten mit diesem Buch.

Die vorliegende Schrift ist ein bemerkenswerter Beitrag zur Aktualisierung des Geometrie-Unterrichtes aus der Werkstatt englischer Mathematik-Didaktiker. M. Jeger.

H. Abelson and A. Di Sessa: Turtle Geometry. The Computer as a Medium for Exploring Mathematics. X + 477 Seiten mit 215 Figuren, £ 10.95/\$ 15.95. The MIT Press, Cambridge (Massachusetts) and London (England), 1981. First MIT Press paperback edition 1986.

Wie der Untertitel verrät, befaßt sich auch dieses Buch mit dem Computer als einem Werkzeug in der entdeckenden Mathematik. Im Kontrast zur voranbesprochenen Schrift von Oldknow geht es hier um Computer-Experimente im Rahmen der Turtle-Graphik.

Direkt auf die Turtle-Graphik zugeschnitten ist die Programmier-Sprache LOGO. Turtle-Befehle lassen sich aber auch in BASIC und PASCAL implementieren (darüber wird in einem Anhang informiert). Seit dem ersten Erscheinen des vorliegenden Buches (1981) sind zudem Programmier-Sprachen entwickelt worden, die Sprach-elemente von LOGO übernommen haben (z. B. COMAL) und wie LOGO den direkten Zugriff zur Turtle-Graphik erlauben.

Das Buch ist in 9 Kapitel gegliedert, die folgende Überschriften tragen: 1. Einführung in die Turtle-Graphik; 2. Gesetze bei der Erzeugung von Figuren; 3. Vektormethoden in der Turtle-Geometrie; 4. Topologie der Turtle-Linien; 5. Die Turtle verläßt die Ebene; 6. Entdeckungen am Würfel; 7. Weitere Experimente zur Kugelgeometrie; 8. Stückweise ebene Fläche; 9. Krumme Räume und die allgemeine Relativitätstheorie.

Jedes Kapitel repräsentiert ein bestimmtes Experimentierfeld, das dazu verwendet wird, an markante Theoreme und Zusammenhänge der Mathematik heranzuführen. So stehen z. B. im 1. Kapitel geschlossene Kurven (vorerst Polygone) im Vordergrund und es wird an diesen Figuren der Satz über die Umlaufzahl erarbeitet. Betrachtungen über symmetrische Polygone dienen als Aufhänger für die Euler'sche Funktion und einige ihrer Eigenschaften. Auch der Euklidische Algorithmus zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers kommt bei dieser Gelegenheit zur Sprache. Das Kapitel 2 benutzen die Autoren dazu, in Verbindung mit rekursiven Programm-Strukturen einige bemerkenswerte Kurven vorzustellen (Schneeflockenkurve, Hilbert-Kurve, Sierpinski-Kurve). Andererseits werden die Kapitel 5 und 7 zu einer Einführung in die sphärische Geometrie herangezogen und das Kapitel 8 zielt ab auf die Orientierbarkeit von Flächen und auf die Euler'sche Charakteristik.

Jedem Kapitel sind in Form von Aufgaben zahlreiche Anregungen für weiterführende Experimente zum betreffenden Thema beigelegt.

Wie die Autoren im Vorwort festhalten, wurde das Buch unter dem Patronat der MIT-Division for Study and Research in Education geschrieben. Es ist meines Erachtens einer der gewichtigsten Beiträge zur entdeckenden Mathematik im Unterricht, die das Computer-Zeitalter hervorgebracht hat. Mit den gewählten Themen wird allerdings vorwiegend der propädeutische Hochschulunterricht angesprochen. M. Jeger

K. v. Finckenstein: Grundkurs Mathematik für Ingenieure. VIII und 448 Seiten, zahlreiche Bilder und Beispiele, DM 42,-. B. G. Teubner, Stuttgart 1986.

Das vorliegende Buch in Paperbackausführung – hervorgegangen aus Vorlesungen des Autors – enthält den Stoff einer viersemestrigen Einführungsveranstaltung „Mathematik für Ingenieure“. Der Inhalt entspricht im wesentlichen bewährten Vorbildern: So finden neben einer ausführlich gehaltenen Darstellung der klassischen Analysis einer und mehrerer Veränderlicher und einem relativ knapp gehaltenen Abschnitt über lineare Algebra die gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen starke Beachtung, und Fourier-Reihen, komplexe Analysis und Variationsrechnung werden einführend behandelt.

Dem Motto des Buches „so knapp wie möglich, so ausführlich wie nötig“ kann man sich sicher im großen und ganzen anschließen; allerdings hätte der Autor noch stärker auf Beweise verzichten dürfen und dafür etwa die eher summarische Auflistung der Integralsätze der Vektoranalysis sowie der Typen gewöhnlicher Differentialgleichungen in – dem Auffassungsvermögen des durchschnittlichen Studenten – leichter verdauliche „Portiöchen“ aufteilen können.

Alles in allem aber ein Buch, nach dem der Dozent ruhigen Gewissens seine Vorlesung aufbauen kann und das auch dem Studenten genügend Nachschlagematerial und Beispiele in die Hand gibt. W. Filter

M. Berger: Geometry I und II. Universitext. Band I: XIII und 428 Seiten, 426 Figuren, DM 74,—. Band II: X und 406 Seiten, 364 Figuren, DM 74,—. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo 1987.

Dieses Werk, dessen französisches Original 1977 erschien, gibt in enzyklopädischer Form eine umfassende Darstellung der euklidischen, der projektiven, der hyperbolischen sowie der Kugelgeometrie. Die einzelnen Kapitel sind weitgehend unabhängig voneinander lesbar. Das Werk ist ausgiebig illustriert, viele Figuren sind Bildzitate aus andern, zum großen Teil klassischen Büchern – dadurch entsteht eine reizvolle stilistische Heterogenität, und man wird angeregt, sich in die im reichhaltigen Literaturverzeichnis angegebenen Monographien zu vertiefen. Die textliche Darstellung ist nicht elementar, sie setzt Vertrautheit mit der algebraischen Gruppentheorie voraus. Ein direkter Transfer zum Schulunterricht ist daher nicht möglich; trotzdem möchte ich das Werk auch Lehrern empfehlen, da es in vielen Bereichen der heute leider vernachlässigten Geometrie konkrete Anregungen bietet.

H. Walser

G. K. Francis: A Topological Picturebook. XV und 194 Seiten, 87 Figuren, DM 78,—. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo 1987.

Die graphische Darstellung geometrischer Gebilde spielt eine wesentliche Rolle in der Entwicklung neuer Ideen in der Mathematik. Im vorliegenden „Picturebook“ findet man eine Fülle von wunderschönen Beispielen, die sich auf alle möglichen geometrischen Situationen beziehen, wie etwa Knoten, hyperbolische Mannigfaltigkeiten, Whitney-Flasche, Inversion der Sphäre, Seifert-Flächen, Hopf-Faserung, um nur einige der über einhundert illustrierten Themen aufzuzählen. Der humorvolle Begleittext macht das Lesen dieses Buches zum Vergnügen.

G. Mislin

S. Lang: Math! Encounters with High School Students. XII und 138 Seiten, 103 Figuren, DM 68,—. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1985.

Serge Lange ist ein weltberühmter, in Amerika lebender Mathematiker. Er hat 28 Bücher geschrieben und über 60 wissenschaftliche Arbeiten veröffentlicht. Dieser Mann geht nun in Schulstuben hinein (Kinder im Alter von 14–16 Jahren) und hält dort Unterricht. Er redet nicht im luftleeren Raum über Didaktik und verkündet laut wie man es machen sollte. Er tut es wirklich! Und es fällt ihm dabei keine Perle aus der Krone. Manch weniger bedeutsame Mathematiker könnte sich „eine Scheibe abschneiden“. Es wäre für ihn sicher heilsam und für die Kinder lehrreich. Ich finde das Tun Langs erstaunlich und faszinierend.

Einige dieser in Toronto und Paris gehaltenen Schulstunden wurden mit Tonband aufgezeichnet, danach aufgeschrieben und als Buch veröffentlicht. Natürlich hat sich Lang echte Rosinen aus dem Kuchen der Mathematik gepickt: Was ist  $\pi$ , Kugelvolumen und Kugeloberfläche, Kreisumfang und Kreisinhalt, pythagoreische Zahlentripel, Abzählbarkeit? Es ging also um interessante Themen, um Sätze, die wirklich eines Beweises bedürfen, um Aussagen, mit denen man Schüler motivieren kann.

Und die Form dieses Unterrichts? Da wird mit Schülern wirklich gearbeitet, da werden echte Aktivitäten freigesetzt. Kinder reagieren spontan mit eigenen Ideen. Das ist Kreativität! Alles lebt, alles pulst. Natürlich erfordert dies vom Lehrer ein Höchstmaß an Flexibilität, ein dauerndes Eingehen auf die Schüler. Doch das macht Freude, das macht Spass (Lehrern und Schülern!). Beim Lesen habe ich wirklich bedauert, nicht dabeigewesen zu sein.

Selbstverständlich hatte S. Lang gegenüber einem gewöhnlichen Lehrer viele Vorteile. Er steht nur einmal vor der Klasse, er ist nicht an das Korsett des Lehrplans gebunden, die Kinder sind fasziniert, einen „berühmten“ Mathematiker vor sich zu haben. Es handelt sich um eine Ausnahmesituation. Über all diese Probleme und noch vieles mehr wurde mit Lehrern diskutiert. Auch dieses äußerst interessante Gespräch wurde aufgezeichnet.

Fazit: Das ist Mathematikunterricht wie ich ihn mir erträume!

Eine Übersetzung dieses Buches ins Deutsche wäre wünschenswert.

H. Zeitler