Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 40 (1985)

Heft: 3

Rubrik: Literaturüberschau

Aufgabe 925. Man zeige, dass für $n \geqslant 2$

$$\frac{n \log n}{n-1} < \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} < \log n + n \log\left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

P. Ivády, Budapest, Ungarn

Literaturüberschau

K.H. Kim and F.W. Roush: Applied Abstract Algebra. Ellis Horwood Series, Mathematics and its Applications. 265 Seiten, £25.00. John Wiley & Sons Ltd., New York – Chichester – Brisbane – Ontario, 1983.

Der Titel dieses Buchs ist eine bewusste Irreführung eines allfälligen Käufers, was man vielleicht verschmerzen könnte, wenn wenigstens der Inhalt einigermassen brauchbar wäre. Dies ist leider nicht so: Seite um Seite wird der Leser durch eine Unzahl von Definitionen gehetzt, denen sich Sätze auf banalem Niveau, gleich darauf von hohem Schwierigkeitsgrad anschliessen. Ein Beispiel: §4.4 erläutert Restklassen mod n und kommt bis zum Euler-Fermatschen Satz; der nächste Paragraph führt auf anderthalb Seiten Algebra, einfache, Divisions- und reguläre Ringe ein und beschliesst mit dem Satz von Wedderburn, alles ohne die geringste Motivation. Auf Seite 74 wird die Faktorgruppe und (gänzlich aus dem Blauen heraus) die Sylow Untergruppe erläutert, das Zentrum definiert und der Begriff der einfachen Gruppe vom Hinweis begleitet, dass 1982 die Klassifikation endlicher einfacher Gruppen gelungen sein soll (was immer das dem Leser sagen mag). Erst anschliessend werden Homomorphismen und Permutationsgruppen und ihre elementarsten Eigenschaften eingeführt.

Die sogenannten Anwendungen der abstrakten Algebra beginnen mit dem Unmöglichkeitssatz von Arrow und der Beziehung zwischen endlichen Automaten und regulären Sprachen. Wenn man das zur Not noch zur Algebra rechnen könnte, gehört der Satz von Ford-Fulkerson und seine Anwendung auf Vertretersysteme ganz sicher nicht zu dieser, ebensowenig wie die Pólya-Theorie. Dann kommt lange nichts mehr – Vektorräume, Ringe und Gruppendarstellungen lassen sich offenbar nicht anwenden. Das gelingt erst wieder bei endlichen Körpern, wobei der Leser auf knapp 12 Seiten von der elementarsten Codierungstheorie bis zu den BCH-Codes gejagt wird. Die letzte Textseite des Buchs bringt elf «Offene Probleme» mit der Aufforderung an den geneigten Leser, sie zu lösen. Als Beispiele seien erwähnt das Auffinden eines Beweises, dass jede endliche einfache Gruppe gerade Ordnung hat – mit der Nebenbedingung, dass der Beweis höchstens 100 Seiten füllen soll, sowie die Konstruktion einer projektiven Ebene, deren Ordnung keine Primzahlpotenz ist. (Vielleicht 10?). Problem Nr. 11 lautet: «Finden Sie einen brauch- und berechenbaren Begriff der Komplexität eines wissenschaftlichen Problems.»

P. Wilker

A. Beauville: Complex Algebraic Surfaces. London Mathematical Society, Lecture Note Series, Band 68. 132 Seiten, £10.50, $19.95. Cambridge University Press, Cambridge – London – New York – New Rochelle – Melbourne – Sydney 1983.

Das Buch basiert auf einer Vorlesung des Autors (Orsay, 1976–77) und gibt eine Einführung in die Klassifikation der komplexen projektiven, glatten algebraischen Flächen.

Es richtet sich an Leser, die mit den Grundlagen der algebraischen Geometrie vertraut sind. In knapper Form werden in den ersten zwei Kapiteln die wichtigsten Hilfsmittel bereitgestellt: Die Picard-Gruppe, der Satz von Riemann-Roch, birationale Morphismen, Castelnuovo-Kriterium. Die folgenden zwei Kapitel behandeln Regelflächen und rationale Flächen. Kapitel V behandelt den Rationalitätssatz von Castelnuovo und seine Anwendungen. Anschliessend werden Flächen vom geometrischen Geschlecht O und positiver Irregularität behandelt, wobei die Charakterisierung der Regelflächen im Vordergrund steht. In Kapitel VII wird die Kodaira-Dimension K_s einer Fläche eingeführt und in den folgenden drei Kapiteln die Klassifikation gemäss den Fällen $K_s = 0,1,2$ zu Ende geführt. Das Buch wird beschlossen durch einen Anhang über die Klassifikation der Flächen in Charakteristik p nach Bombieri und Mumford. Das Buch enthält viele wertvolle historische Hinweise und interessante Übungen mit gehaltvollen Beispielen. Es bietet dem Spezialisten zahlreiche Anregungen, ist aber auch für fortgeschrittene Studenten eine gute Einführung in eines der reichhaltigsten klassischen Gebiete der algebraischen Geometrie.

M. Brodmann

Studies in Functional Analysis. MAA Studies in Mathematics, Volume 21. Hrsg. R. G. Bartle. XI und 225 Seiten, £12.85, John Wiley & Sons Ltd. New York, Chichester, Brisbane, Toronto 1980.

Ce petit volume est composé de cinq exposés dont le but est de décrire certains développements récents de l'analyse fonctionnelle. Le premier exposé, par F. F. Bonsall et J. Duncan, concerne le «numerical range» d'un opérateur borné T défini sur un espace de Banach. Dans le cas hilbertien cet ensemble coïncide avec $\{(T(x),x);\ \|x\| = 1\}$. Cette notion permet entre autres d'obtenir une caractérisation «géométrique» des C^*-algèbres en tant qu'algèbres de Banach involutives. Le second exposé, par E. W. Cheney, étudie de façon assez systématique le problème de l'approximation des fonctions continues par des fonctions appartenant à divers sous-espaces remarquables (polynômes, polynômes trigonométriques, espace vectoriel engendré par les fonctions de Rademacher, etc.). Le troisième exposé, par W. B. Johnson, décrit quelques-uns des progrès récents les plus spectaculaires de la théorie des espaces de Banach. Dans la quatrième partie, R. R. Phelps fait le point sur le théorème de représentation intégrale de Choquet, théorème qui peut s'interpréter comme une sorte de «version intégrale» du théorème de Krein-Milman. Quelques applications sont esquissées. Le dernier exposé, par H. H. Schaefer, traite de la théorie des espaces de Banach munis d'un ordre partiel compatible avec la structure d'espace de Banach. Une description assez complète de ces espaces est donnée. L'étude, assez délicate, de produits tensoriels de tels espaces est aussi abordée. A. Derighetti

B. Artmann: Der Zahlbegriff. Moderne Mathematik in elementarer Darstellung. VI und 265 Seiten, 81 Figuren, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1983.

Das Buch wendet sich zum Teil an Anfänger und zum Teil an Mathematikstudenten der mittleren Semester. Es behandelt Themen aus dem Gebiet der Zahlen, die aus sachlichen oder aus historischen Gründen gewissermassen zum Allgemeinwissen eines Mathematikstudenten, vor allem auch eines zukünftigen Mathematiklehrers gehören (sollten): Vollständigkeit, Konstruktionen von **R**, Irrationalzahlen, komplexe Zahlen, Quaternionen, Mengen und Zahlen, Non-standard-Zahlen, topologische Kennzeichnung von **R**, **C** und **H**. – Die Darstellung besticht durch die leichte Lesbarkeit, die vielen Motivationen für die ausführlich dargelegten Begriffsbildungen, die zahlreichen Bezüge zu andern Gebieten der Mathematik und zur historischen Entwicklung der Begriffe. Und besonders erfreut haben den Rezensenten der sympathische Ton, in welchem sich der Autor an den Leser wendet, und die wohltuende Breite der Darstellung, die dem Benützer des Buches über manche kleine, aber eben trotzdem lästige Schwierigkeit hinweghelfen wird. R. Ineichen

A. Rényi: Tagebuch über die Informationstheorie. Wissenschaft und Kultur, Band 34. 173 Seiten, Fr. 32.–, Birkhäuser, Basel, Boston, Stuttgart, 1982.

Mit ähnlichen Mitteln wie in seinen «Briefen über die Wahrscheinlichkeit», d. h. hier mit dem fiktiven Tagebuch eines seiner Studenten, führt der früh gestorbene A. Rényi den Leser in die Welt einer faszinierenden mathematischen Theorie. Von Analogien zwischen Information und Energie, von Kodierung und Redundanz ist hier die Rede, aber man findet auch viele originelle Bemerkungen zu Problemen der Beziehungen zwischen Lehrer und Studenten und wird oft zum Nachdenken angeregt. In der zweiten Hälfte des Bandes sind noch einige Abhandlungen gesammelt, wovon diejenige mit dem Titel «Gedanken zum Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung» zur Pflichtlektüre für alle auf diesem Gebiet Lehrenden werden sollte. H. Carnal

B. Cipra: Misteaks ... and how to find them before the teacher does ... . A Calculus Supplement. 69 Seiten, Fr. 10.80, Birkhäuser, Boston – Basel – Stuttgart, 1983.

In dieser Broschüre steht nichts darüber, ‹wo› oder ‹warum› man Fehler macht, dafür um so mehr über diverse Kriterien, welche rasch herauszufinden erlauben, ob man eventuell einen Fehler gemacht hat oder nicht: Kontrolle des Vorzeichens eines Ergebnisses, Resultatüberprüfung an Hand von Abschätzungen, Untersuchung von Spezialfällen, Dimensionskontrollen, Symmetriebetrachtungen bei zyklischen Termen. Auch wenn die Ausführungen amüsant und in recht blumiger Sprache abgefasst sind (der Griff zum Wörterbuch ist manchmal unvermeidlich!), so sind die (vor allem aus der Analysis stammenden) Beispiele doch sorgfältig ausgewählt worden und insofern typisch, als sie eine Übertragung der dargestellten «Fehlererkennungsmethoden» auf andere Gebiete der Mathematik ermöglichen. Schüler und Studenten können nicht oft genug auf die erwähnten Methoden aufmerksam gemacht werden, auch wenn diese (spätestens seit Pólya) die längst bekannten sind und (gerade im Taschenrechnerzeitalter) wohl auch bleiben werden. Hj. Stocker

I. Huntley, and R. M. Johnson: Linear and Nonlinear Differential Equations. Ellis Horwood Series in Mathematics and its Applications. 190 Seiten, HC £18.50, PB £7.95/$13.75, John Wiley & Sons, New York – Brisbane – Chichester – Toronto 1983.
In dem recht ansprechenden, in der Darstellung einfachen Buch werden grundlegende Methoden zur Behandlung von Systemen gewöhnlicher Differentialgleichungen dargelegt und an instruktiven Beispielen illustriert. Zuerst werden Systeme von linearen Differentialgleichungen und das Verhalten der Lösungen eingehend diskutiert. Zur Behandlung von nichtlinearen Systemen werden die graphische Isoklinenmethode, die einfachsten Verfahren in der Phasenebene und vor allem das qualitative Verhalten der Lösungen in der Umgebung von singulären Punkten dargestellt. Der Schluss ist den verschiedenen analytischen Näherungsmethoden gewidmet, welche eine qualitative Beschreibung derLösungen im Grossen erlauben, sowie Beispielen von selbsterregten Schwingungen und von Relaxationsschwingungen, denen starke Nichtlinearitäten zugrundeliegen.
H. R. Schwarz

Seminar on Differential Geometry. Annals of Mathematics Studies. Band 102. 706 Seiten, US-$ cl. 71.50, p. 19.50. Princeton University Press, Princeton 1982.
Dieses Buch, das sich eher an den Spezialisten wendet, ist eine Sammlung von 34 Arbeiten über Differentialgeometrie mit Schwerpunkt auf partiellen Differentialgleichungen.
In der ersten Arbeit gibt der Herausgeber Yau einen umfassenden Überblick über das Thema. Eine grössere Gruppe von Arbeiten sind den verschiedenen Krümmungen wie Gauss-Krümmung, skalare Krümmung, Ricci-Krümmung, usw. gewidmet. Eine weitere Gruppe befasst sich mit der mathematischen Physik, wo die Yang-Mills-Theorie, die Singularitätstheoreme von Hawking und Penrose und schwarze Löcher zur Sprache kommen. Den Schluss bilden zwei Arbeiten, die beide eine Sammlung von ungelösten Problemen enthalten. Penrose erläutert 14 Probleme in der klassischen Allgemeinen Relativitätstheorie, und Yau listet 120 Fragen aus den verschiedensten Gebieten der Differentialgeometrie auf. R. Klinger

W. Klingenberg: Riemannian Geometry. de Gruyter Studies in Mathematics, Band 1. X und 396 Seiten, DM 98.–. Walter de Gruyter, Berlin, New York 1982
Dieses Buch wendet sich an Leser, die mit den Grundzügen der Riemannschen Geometrie schon vertraut sind. Die ersten zwei der insgesamt drei Kapitel stellen eine Aufarbeitung und Erweiterung der Springer Lecture Notes Nr. 55 «Riemannsche Geometrie im Grossen» dar, die der Autor zusammen mit D. Gromoll und W. Meyer im Jahr 1967 herausgegeben hat. Die Aufarbeitung besteht darin, dass Mannigfaltigkeiten betrachtet werden, die lokal homöomorph zu einem unendlich dimensionalen Hilbert-Raum sind. Die mit einer solchen Verallgemeinerung verbundenen Schwierigkeiten (z. B. kann ein Tensorfeld nicht als multilineare Abbildung definiert werden) zahlen sich später aus, wenn die Mannigfaltigkeit von Kurven in einer endlich dimensionalen Riemannschen Mannigfaltigkeit untersucht wird. Erweitert wird durch die Behandlung der Lie-Gruppen und der symmetrischen Räume. Dabei wird der differentialgeometrische Standpunkt dem algebraischen vorgezogen. Das dritte Kapitel heisst «Struktur des geodätischen Flusses» und ist eher speziellerer Natur, denn darin wird die symplektische Struktur des dualen Tangentialbündels einer Riemannschen Mannigfaltigkeit betrachtet. Doch mit seinen klassischen Resultaten kann der Autor zeigen, dass auch dieses Gebiet für die Riemannsche Geometrie wichtig ist.
Da der Autor sich bemüht hat, neben illustrativen Beispielen auch die Beweise möglichst einfach zu gestalten, lässt sich das Buch sowohl als Lehrbuch als auch als Nachschlagewerk benutzen. R. Klinger

Robert M. Mc.Leod: The Generalized Riemann Integral. XIII, 245 Seiten, US-$ 19.80. The Carus Mathematical Monographs, Nr 20. The Mathematical Association of America, 1980.
Es wird in diesem Buch versucht, durch eine Verallgemeinerung der Riemannschen Integralsummen einen neuen, didaktisch vorteilhaften Weg zum Lebesgue-Integral zu beschreiben. Man erhält durch das geschilderte Verfahren einen Raum integrierbarer Funktionen, welcher die Lebesgue-integrierbaren Funktionen als echte Teilmenge enthält. Man gewinnt jene schliesslich als die im neuen Sinne absolut integrierbaren Funktionen.
Ein didaktischer Vorteil gegenüber anderen Konstruktionsmethoden wird hier meiner Ansicht nach nicht gewonnen. Im Gegenteil verdunkelt die Anwendung von Riemannschen Integralsummen zahlreiche Aspekte der Integralbildung, welche sich bei Verallgemeinerungen als wichtig erwiesen haben. K. Weber