

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 39 (1984)
Heft: 6

Rubrik: Aufgaben

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

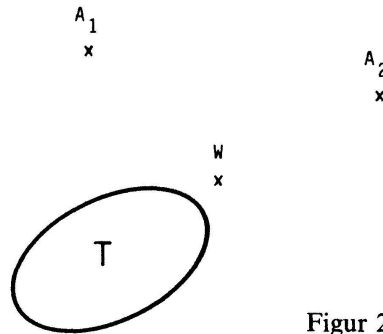
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>



Figur 2

an, dass das Problem beträchtlich komplizierter sein wird als die entsprechende Zwei-Spieler-Version ([1], Beispiel 1.9.2. Für eine strenge Lösung vergleiche man [2]). Darüber hinaus dürfte auch das sukzessive Einfangen der Angreifer im Falle, dass W gewinnt, dann nicht ganz einfach sein, wenn diese zu Beginn nahe beieinander sind. Dies wird nahegelegt durch das Spiel «Point capture of two evaders in succession» [3].

Klaus Thews, Unterhaching

LITERATURVERZEICHNIS

- 1 R. Isaacs: Differential Games. Wiley, New York 1965.
- 2 A. Friedman: Differential Games. Wiley, New York 1971.
- 3 J. V. Breakwell und P. Hagedorn: Point capture of two evaders in succession. J. Optim. Theory Applic. 27/1 (1979).

© 1984 Birkhäuser Verlag, Basel

0013-6018/84/060149-06\$1.50 + 0.20/0

Aufgaben

Aufgabe 902. Give a proof for the following generalisation of Aufgabe 890: Let h_i and m_i ($i = 0, \dots, n; n \geq 3$) be the heights and the medians of an n -dimensional simplex, respectively, and let V be its volume. Then

$$V^{-1} \left(\sum_{i=0}^n h_i \right) \left(\sum_{i=0}^n m_i^{n-1} \right) \geq n! (n+1)^{(n+3)/2} n^{-n/2}$$

with equality if and only if the simplex is regular.

M. S. Klamkin, Edmonton, Canada

Solution by the proposer: We use the following known results:

$$\sum_{i=0}^n m_i^{n-1} / (n+1) \geq \left(\sum_{i=0}^n m_i^2 / (n+1) \right)^{(n-1)/2}, \quad (1)$$

$$\sum_{i=0}^n m_i^2 = (n+1) n^{-2} \sum_{i < j} a_{ij}^2 \quad (2)$$

(a_{ij} = length of edge of simplex between vertices i and j),

$$h_i = nV/F_i \tag{3}$$

(F_i = content of face opposite vertex i),

and the result of Aufgabe 629A (El. Math. 27, 14, 1972):

$$F_i \leq p_i^{2/n} n^{1/2} 2^{(1-n)/2} / (n-1)!, \tag{4}$$

where p_i is the product of all the edges of the face opposite vertex i . Using (3), (4) and the A.M.-G.M. Inequality, we get

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n h_i/V &= n \sum_{i=0}^n F_i^{-1} \geq n(n+1) \prod_{i=0}^n F_i^{-1/(n+1)} \\ &\geq n!(n+1)n^{-1/2} 2^{(n-1)/2} \prod_{i=0}^n p_i^{-2/n(n+1)} \\ &= n!(n+1)n^{-1/2} 2^{(n-1)/2} \prod_{\substack{i=0 \\ i < j}}^n a_{ij}^{2(1-n)/n(n+1)}. \end{aligned} \tag{5}$$

Using (1), (2) and the A.M.-G.M. Inequality we obtain

$$\sum_{i=0}^n m_i^{n-1} \geq (n+1)n^{1-n} [n(n+1)/2]^{(n-1)/2} \prod_{i < j} a_{ij}^{2(n-1)/n(n+1)}. \tag{6}$$

Then (5) and (6) lead to the desired result with equality if and only if the simplex is regular.

REFERENCES

- 1 F. Leuenberger: Extremaleigenschaften der Summe der wichtigsten Ecktransversalen des n -dimensionalen Simplex. *El. Math.* 15, 81–82 (1960).
- 2 J. Schopp: Simplexungleichungen. *El. Math.* 16, 13–16 (1961).

Eine weitere Lösung sandte Hj. Stocker (Wädenswil).

Aufgabe 903. Eine Ellipse E habe folgende Eigenschaft: Es gibt eine endliche Folge $(E_i)_{1 \leq i \leq n}$ von E einbeschriebenen und zu E ähnlichen Ellipsen derart, dass E_1 und E_n die Ellipse E in deren Hauptscheiteln hyperoskulieren, während jede der übrigen E_i ihre beiden Nachbarn E_{i-1}, E_{i+1} in ihren Nebenscheiteln und E in zwei Punkten berührt. Man bestimme die numerische Exzentrizität von E . C. Bindschedler, Künsnacht

Lösung: E^* sei jenes bezüglich der grossen Achse normalaffine Bild von E , bei welchem die einbeschriebenen Ellipsen speziell Kreise und E_1^* und E_n^* insbesondere die Hauptscheitelkrümmungskreise von E^* sind. Gemäss Aufgabe 436 (*El. Math.* 18,

Nr. 5, (1963) p. 114–115) hat E^* die numerische Exzentrizität $\varepsilon^* = \cos(\pi/2n)$. Weist E das Achsenverhältnis λ auf, so E^* das Verhältnis $\lambda^* = \lambda^2$. Eine einfache Rechnung ergibt daher für die gesuchte numerische Exzentrizität den Wert:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \sin(\pi/2n)}.$$

Hj. Stocker, Wädenswil ZH

Hj. Stocker (Wädenswil) sandte eine 2. Lösung. Teillösungen gingen ein von H. Flanders (Boca Raton, USA) und L. Kuipers (Sierre).

Neue Aufgaben

Die Lösungen sind getrennt nach den einzelnen Aufgaben in Maschinschrift erbeten bis 10. Juni 1985 an Dr. H. Kappus. Dagegen ist die Einsendung von Lösungen zu den mit *Problem... A, B* bezeichneten Aufgaben an keinen Termin gebunden.

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601A (Band 25, S. 67), Problem 625B (Band 25, S. 68), Problem 645A (Band 26, S. 46), Problem 672A (Band 27, S. 68), Aufgabe 680 (Band 27, S. 116), Problem 724A (Band 30, S. 91), Problem 764A (Band 31, S. 44), Problem 862A (Band 36, S. 68).

Aufgabe 914. Man bestimme für beliebiges $n \in \mathbb{N}$ die Mächtigkeit der Menge

$$A_n := \left\{ (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}^n \mid 0 \leq x_i \leq i \text{ für } i = 1, \dots, n \text{ und } \sum_{i=1}^n x_i = n \right\}.$$

W. Janous, Innsbruck, A

Aufgabe 915. Für $n \in \mathbb{Z}$ bezeichne $f_n: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{C}$ eine multiplikative arithmetische Funktion mit folgender Eigenschaft: Für alle Primzahlen p und alle Exponenten $k \in \mathbb{N}$ gilt

$$f_n(p^k) = \binom{n}{k}.$$

Man bestimme die Konvergenzabszisse sowie die Summe der Dirichletschen Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_n(k) k^{-s}.$$

V. D. Mascioni, Origlio

Aufgabe 916. Es bezeichnen a, b, c die Seiten, r_a, r_b, r_c die Ankreisradien, $2s$ den Umfang und r den Inkreisradius eines ebenen Dreiecks. Ferner sei

$$S := \frac{r_b + r_c}{b + c} + \frac{r_c + r_a}{c + a} + \frac{r_a + r_b}{a + b}.$$

Man schätze S nach unten sowie rS/s nach oben bestmöglich ab.

D. M. Milošević, Pranjani, YU