

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 39 (1984)
Heft: 6

Rubrik: Kleine Mitteilungen

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Kleine Mitteilungen

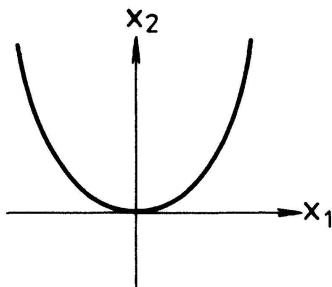
Geometrische Deutung von Krümmung und Torsion einer Raumkurve

In der Literatur findet sich wiederholt die Bemerkung, dass im Gegensatz zum Krümmungsradius ρ der Torsionsradius τ keine anschauliche geometrische Bedeutung habe. Im folgenden soll eine solche gegeben werden.

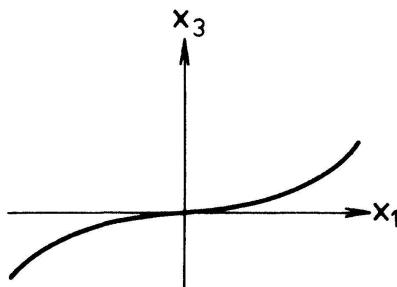
Mit der Bogenlänge s als Parameter lautet die sogenannte kanonische Darstellung einer Kurve in der Umgebung von $s = 0$ in bezug auf das begleitende Dreibein

$$x_1 = s - \frac{1}{6\rho_0^2} s^3 + \dots; \quad x_2 = \frac{1}{2\rho_0} s^2 - \frac{\rho_0'}{6\rho_0^2} s^3 + \dots; \quad x_3 = \frac{1}{6\rho_0 \tau_0} s^3 + \dots,$$

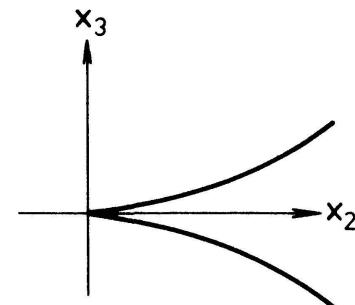
so dass also die Projektionen der Kurve in bezug auf die Ebenen des Dreikants so aussehen (Fig. 1, 2, 3):



Figur 1



Figur 2



Figur 3

In der $x_1 x_2$ -Ebene, der Schmiegebene, ist bis auf Größen höherer Ordnung

$$x_1 = s, \quad x_2 = \frac{1}{2\rho_0} s^2,$$

also $x_1^2 = 2\rho_0 x_2$; der Normalriss der Kurve kann also füglich durch die Schmiegeungsparabel $x_1^2 = 2\rho_0 x_2$ ersetzt werden, deren Normalsystem sich in der Umgebung von $s = 0$ bis auf Größen höherer Ordnung mit dem der Hauptnormalen der Kurven deckt.

In der $x_2 x_3$ -Ebene, der Normalebene, gilt für den Normalriss bis auf Größen höherer Ordnung

$$x_2 = \frac{1}{2\rho_0} s^2, \quad x_3 = \frac{1}{6\rho_0 \tau_0} s^3,$$

also

$$(2\rho_0 x_2)^3 = (6\rho_0 \tau_0 x_3)^2, \quad x_2^3 = \frac{9\tau_0^2}{2\rho_0} x_3^2.$$

Diese semikubische Parabel ist Evolute der Parabel

$$x_3^2 = 2p(x_2 + p) \quad \text{bzw.} \quad x_2 = \frac{x_3^2 - 2p^2}{2p}$$

mit der Gleichung

$$x_2^3 = \frac{27}{8} p x_3^2,$$

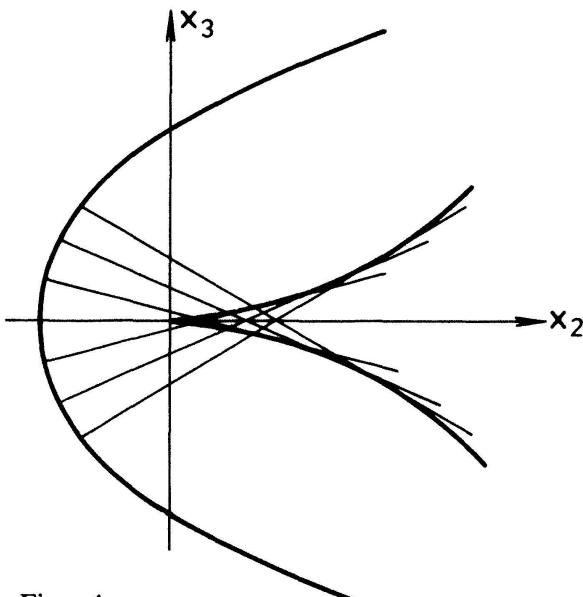
wenn

$$\frac{9\tau_0^2}{2\rho_0} = \frac{27}{8} p, \quad \text{d.h.} \quad p = \frac{4\tau_0^2}{3\rho_0}$$

gesetzt wird. Diese Parabel

$$x_3^2 = \frac{8\tau_0^2}{3\rho_0} \left(x_2 + \frac{4\tau_0^2}{3\rho_0} \right)$$

hat also ein Normalensystem, das sich in der Umgebung des Ursprungs mit den Normalrissen der Kurventangenten bis auf Größen höherer Ordnung deckt (Fig. 4).



Figur 4

Wie die ersterwähnte *Krümmungsparabel* kann diese *Torsionsparabel* zur geometrischen Deutung der Torsion herangezogen werden, indem man statt τ den Parameter der Parabel $4\tau^2/3\rho$ als «Torsionsparameter» einführt. Krümmungs- und Torsionsparabeln erfüllen zwei Flächen, deren Studium sich lohnen dürfte.

Bekir Dizioğlu, TH Braunschweig

LITERATURVERZEICHNIS

W. Blaschke und H. Reichardt: Einführung in die Differentialgeometrie, 2. Aufl., S. 19. Berlin, 1960.

© 1984 Birkhäuser Verlag, Basel

0013-6018/84/060147-02\$1.50 + 0.20/0