

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 37 (1982)  
**Heft:** 3  
  
**Rubrik:** Literaturüberschau

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Neue Aufgaben

Die Lösungen sind getrennt nach den einzelnen Aufgaben in Maschinenschrift erbeten bis *10. Dezember 1982* an *Dr. H. Kappus*. Dagegen ist die Einsendung von Lösungen zu den mit *Problem ... A, B* bezeichneten Aufgaben an keinen Termin gebunden.

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601A (Band 25, S. 67), Problem 625 B (Band 25, S. 68), Problem 645 A (Band 26, S. 46), Problem 672 A (Band 27, S. 68), Aufgabe 680 (Band 27, S. 116), Problem 724 A (Band 30, S. 91), Problem 764 A (Band 31, S. 44), Problem 862 A (Band 36, S. 68).

**Aufgabe 879.** Welche Beziehung besteht zwischen dem Abstand und dem Winkel irgend zweier windschiefer Erzeugenden eines einschaligen Drehhyperboloids?

W. Wunderlich, Wien, A

**Aufgabe 880.** Durch je drei von  $n$  Punkten des Raumes ( $n \geq 3$ ) denke man sich eine Ebene gelegt. Man zeige, dass diese Ebenen den Raum in maximal

$$\frac{1}{1296} (n^9 - 9n^8 - 48n^7 + 1098n^6 - 6711n^5 + 20079n^4 - 29890n^3 + 17712n^2 - 936n + 1296)$$

Gebiete zerlegen. [Aufgabe 643, El. Math. 26, 46 (1971), beinhaltet das analoge Problem für die Ebene.]

K. Wirth und A. S. Dreiding, Zürich

**Aufgabe 881.** Zu drei gegebenen Kreisen, die in drei verschiedenen nicht demselben Büschel angehörenden Ebenen und nicht auf derselben Kugel liegen, gibt es im allgemeinen (Ausnahmen!) genau eine Ebene, welche diese Kreise in sechs Punkten eines Kreises schneidet (imaginäre Schnittpunkte mitgerechnet). Dies ist zu zeigen.

C. Bindschedler, Küschnacht

## Literaturüberschau

P. R. Thie: An Introduction to Linear Programming and Game Theory. XIII und 335 Seiten, US-\$20.00. John Wiley & Sons, New York 1979.

Die einführende Darstellung vermittelt fundamentale theoretische Konzepte und Berechnungsmethoden der linearen Optimierung und Spieltheorie. Neben klassischen Gegenständen findet man auch ein Kapitel über ganzzahlige Optimierung und Sensitivitätsanalyse. Die Spieltheorie wird direkt in Normalform eröffnet und beschränkt sich auf Zwei-Personen-Spiele. Das mathematisch einwandfrei aufgebaute und doch leicht lesbare Lehrbuch richtet sich vor allem an Studenten der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften.

H. Loeffel

E. Hlawka und J. Schoissengeier: *Zahlentheorie. Eine Einführung*. 159 Seiten, DM 24.-. Manz, Wien 1979.

Cette introduction s'adresse à des lecteurs sans connaissances préalables du sujet. La discussion est très claire, et le choix des matières très sûr. Les derniers chapitres sont consacrés à quelques questions pas toujours abordées dans un livre de ce niveau (par exemple, les formes quadratiques indéfinies). Malheureusement la lecture est freinée par la présentation (reproduction du texte dactylographié).

J. Steinig

*Branching Processes. Advances in Probability and Related Topics*, Band 5. Hrsg. A. Joffe und P. Ney. X und 322 Seiten, Fr. 75.-. Dekker, New York, Basel 1978.

Der dem Gebiet der Verzweigungsprozesse gewidmete Band bietet mit seinen elf Forschungsbeiträgen eine Vielfalt verschiedener Gesichtspunkte dieses Themenkreises. So finden sich für superkritische Galton-Watson(GW)-Prozesse Verfeinerungen klassischer Limessätze mittels Martingalmethoden (Assmussen) und deren Anwendungen bei der Definition asymptotischer Massen auf fast allen nicht aussterbenden Stammbäumen (Joffe), Beschreibungen der Martin-Ränder von GW-Prozessen (Dubuc) sowie Fellersche Approximationssätze von Verzweigungsprozessen zu Diffusionen auf  $[0, \infty]$  mit linearem Diffusionsterm (Kurtz). Für Prozesse mehrerer Typen werden im diskreten GW-Fall die Zusammenhänge zwischen invarianten Verteilungen, die z. B. beim Yaglom-Limes auftreten, und analytischen Funktionalgleichungen (Hoppe/Seneta) und in allgemeineren Fällen superkritische Limessätze durch extensive Ausnutzung einer additiven Version der Verzweigungseigenschaft (Athreya/Kuplan) behandelt.

Dem Gebiet der verzweigenden Bewegungsprozesse zuzuordnen sind Untersuchungen über die Asymptotik von parameterabhängigen Erneuerungsgleichungen (Athreya-Ney), über zeitliche Limiten für verzweigende Diffusion endlich vieler Teilchen auf differenzierbaren kompakten Mannigfaltigkeiten (Hering), über Invarianzprinzipien und zentrale Raum-Zeit-Grenzwerte im nicht aussterbenden Fall (Gorostiza/Moncayo) sowie schliesslich Fluktuations- und Existenzsätze nicht entarteter invarianten Verteilungen für verzweigende Diffusionen unendlich vieler Teilchen im kritischen, transienten und im subkritischen Fall mit Immigration (Dawson/Ivanov). Eine ausführliche Übersicht über Maximum-Likelihood-Schätzer vor allem der erwarteten Nachkommenschaft im diskreten und des Malthusischen Parameters im kontinuierlichen Verzweigungsprozess (Dion/Keiding) rundet den Band ab. Insgesamt empfiehlt sich das Buch mehr als interessantes und reichhaltiges Forschungskompendium denn als einführende Lektüre auf dem Gebiet der Verzweigungsprozesse.

Th. Eisele

B. Bollobás: *Graph Theory, an Introductory Course*. X und 180 Seiten, DM 34.-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1979.

Dieser Text wendet sich an Nichtspezialisten, denen er wichtige Begriffe, Anwendungen und Höhepunkte aus der Graphentheorie erläutert. Die Ausführungen sind präzis, sorgfältig und kurz gehalten. Beweise werden oft bis in alle Einzelheiten verfolgt, ab und zu wird eine besondere Tiefenwirkung erzielt beim Vergleich verschiedener Betrachtungsweisen oder Beweisverfahren. In verschiedenen Exkursen werden aber auch Horizonte geöffnet und Querverbindungen zu andern Gebieten der Mathematik hergestellt. Auf diese Weise erfüllt das Buch den Zweck, vertiefte Einsichten in die Graphentheorie vom Standpunkt der mathematischen Allgemeinbildung zu vermitteln.

Als Inhaltsangabe müssen einige Stichworte genügen: Elektrische Netze, Heiratssatz, Färbungsprobleme, Extremalprobleme, Ramsey-Theorie, Zufallsgraphen, Graphen und Gruppen. Jedes Kapitel wird ergänzt durch einen Satz interessanter Übungsaufgaben und durch Literaturhinweise.

H. Schneebeli

K. Subrahmaniam: *A Primer in Probability. Statistics: Textbooks and Monographs*, Band 28, VIII und 326 Seiten, Fr. 29.-. Dekker, New York, Basel 1979.

Es handelt sich um eine elementare, aber moderne Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, die jene fundamentalen Konzepte sorgfältig entwickelt, welche später für das Verständnis der induktiven Statistik notwendig sind. Lediglich einige Basiskenntnisse aus der Schulalgebra und der Analysis werden vorausgesetzt. Die zahlreichen Beispiele und Aufgaben mit Lösungen widerspiegeln das breite Anwendungsspektrum der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Das aus langjährigen Vorlesungen entstandene Buch dürfte allen jenen Studierenden und Lehrenden von Nutzen sein, welche vorwiegend an einer intuitiven und realitätsbezogenen Vermittlung der Stochastik interessiert sind.

H. Loeffel

F. Klein: Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert. XXIII und 593 Seiten, DM 36.-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1979.

Es kann als Glücksfall bezeichnet werden, dass sich Felix Klein, einer der bedeutendsten Mathematiker der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts, auch mit historisch-kulturellen und pädagogisch-didaktischen Fragen auseinandersetzt hat. Das vor rund 50 Jahren erschienene zweibändige Werk über Geschichte der Mathematik im 19. Jahrhundert liegt jetzt in einer einbändigen Studienausgabe neu gedruckt vor. Neben rein biographischen Erörterungen findet man lebendige Einblicke in die Werkstatt des Forschers jener Zeit. Der vorwiegend im erzählenden Stil verfasste erste Band vermittelt Ideengeschichte par excellence und behandelt vor allem Leben und Werk von C. F. Gauss, B. Riemann, K. Weierstrass und H. Poincaré sowie die Entwicklung der algebraischen Geometrie und der Theorie der automorphen Funktionen.

Der zweite, mehr mathematisch orientierte Band vermittelt die Grundbegriffe der Invariantentheorie (Erlanger Programm) und ihr Eindringen in die Relativitätstheorie von Einstein.

Es entspricht sicher einem stets wachsenden Bedürfnis, wenn in Zeiten beschleunigter Spezialisierung jene von Meisterhand verfassten Werke nicht ausbleiben, die die wichtigsten Entwicklungstendenzen der mathematischen Forschung in Verbindung mit den kulturbildenden Faktoren darzulegen verstehen.

H. Loeffel

G. Aumann und O. Haupt: Einführung in die reelle Analysis II: Differentialrechnung der Funktionen mehrerer Veränderlicher. 3. Auflage, 313 Seiten, DM 128.-. Walter de Gruyter, Berlin, New York 1979.

Für eine Besprechung des ersten Bandes dieses Werkes vgl. El. Math. 1/1982. Eine Besonderheit des zweiten Bandes, auch den früheren Auflagen gegenüber, ist ein abbildungstheoretischer Zugang zur Topologie, wie er vom ersten Autor im Jahre 1977 im Hinblick auf die spezifischen Erfordernisse der Limestheorie der Abbildungen entwickelt worden ist. Weitere charakteristische Merkmale sind der Brouwersche Fixpunktsatz mit Anwendungen, Zusammenhangseigenschaften offener Teilmengen von  $R^n$  unter Heranziehung der Weghomotopie, alternierende Differentialformen, zahlreiche Anwendungen auf Probleme der Physik und der Flächentheorie.

Auch dieser gehaltvolle zweite Band bringt – der Haupt-Aumannschen Tradition entsprechend – hinsichtlich der Limestheorie vielerorts feinste begriffliche Verzweigungen. J. Rätz

Representation Theory of Lie Groups. London Mathematical Society Lecture Note Series, Band 34. Hrsg. I. M. James. V und 341 Seiten, £10.95. Cambridge University Press, 1979.

In diesem Buch sind elf Vorträge über die Darstellungstheorie der Lie-Gruppen zusammengestellt. Neben interessanten historischen Bemerkungen findet man einen Querschnitt durch die verschiedenen Spezialgebiete der Darstellungstheorie, bis zu den neuesten Ergebnissen hinführend. Die Stoffauswahl und die Präsentation sind vorzüglich, und dank den vielfältigen Aufzeichnungen der Querverbindungen zur Physik dürfte das Buch sowohl für Mathematiker wie auch für theoretische Physiker von grossem Nutzen sein.

G. Mislin

C. Dellacherie und P. A. Meyer: Probabilities and Potential. North-Holland Mathematics Studies, Band 29, 198 Seiten, hfl. 65.-. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford 1978.

In ihrem Vorwort zu diesem aus dem Französischen übersetzten Buch geben die Autoren aufrichtig zu, dass Titel und Inhalt des Werkes wenig miteinander zu tun haben. Wer die Verbindung zwischen Potential und Markoffschen Prozessen kennenlernen will, muss weiterhin Blumenthal & Getoor (1968) oder, in der neueren Literatur, etwa Heyer (1979) zur Hand nehmen.

Hier geht es dagegen um eine umfassende und aktuelle Präsentation der Theorie allgemeiner stochastischer Prozesse, wobei Ergebnisse aus Choquets «Théorie des capacités» eine zentrale Rolle spielen, auch beim Beweis fundamentaler masstheoretischer Sätze. Mit besonderer Sorgfalt werden vor allem die Beziehungen zwischen den verschiedenen Eigenschaften einer Stoppzeit dargelegt (previsibel, vorhersehbar, erreichbar, usw.) und durch Beispiele illustriert. Die Beweise werden oft von Kommentaren begleitet, die einen tieferen Einblick in die Mechanismen der Theorie gewähren. Man wartet gespannt auf die versprochene Vervollständigung des Unternehmens bis zur Rechtfertigung des vollen Titels (inklusive das Wörtchen and).

H. Carnal

E. H. Lockwood und R. H. Macmillan: *Geometric Symmetry*. X und 228 Seiten, £10.50. Cambridge University Press, 1978.

E. H. Lockwood unterrichtete über 46 Jahre Mathematik an der Felsted-School und schrieb eine Reihe von Schulbüchern. R. M. Macmillan beschäftigte sich mit Entwürfen für Fahrzeuge (professor of vehicle design) und ist Direktor einer Schule für Kraftfahrzeugwesen (automobile studies). Die berufliche Tätigkeit der beiden Verfasser prägt das vorliegende Buch sehr stark.

Im ersten Teil des Buches geht es um die Beschreibung und Klassifizierung von Symmetrien – das Wort Gruppe kommt dabei nicht vor.

Zunächst werden in der Ebene Figuren mit endlich vielen Symmetrien, dann in bekannter Weise die 7 Arten von Streifenmustern (frieze patterns) und die 17 Arten von Tapetenmustern (wall-paper patterns) untersucht. Ähnlich ist das Vorgehen im Raum: Körper mit endlich vielen Symmetrien, 31 Arten «linearer» Muster (rod patterns), 80 Arten «zweidimensionaler» Muster (layer patterns) und 230 Arten «dreidimensionaler» Muster (space patterns). Bei all diesen Betrachtungen werden die zur Kennzeichnung verschiedener Symmetrien allgemein üblichen Notationen eingeführt und verwendet.

Die Autoren behandeln weiter Dilatationssymmetrie, Farbsymmetrie und Muster, die durch kontinuierliche Bewegungen entstehen. Es finden sich auch Hinweise zur praktischen Herstellung ebener Muster (Kaleidoskop, Ausschneiden von gefaltetem Papier, Computer ...) und Tips, die das Erkennen von Symmetrien vorgegebener Muster erleichtern. Einige Übungen und Probleme (mit Lösungen) beschließen den ersten Teil.

Auch der zweite Teil trennt deutlich die Symmetrien in der Ebene von denen im Raum. Nach allgemeinen Betrachtungen über die Zusammensetzung verschiedenartiger Bewegungen und nach Einführung des Gruppenbegriffes werden jetzt in allen Details die den Symmetrien aus Teil 1 zugeordneten Gruppen untersucht. Damit erst steht der 1. Teil auf sicherem mathematischem Fundament. Jetzt gibt es auch mathematische Beweise. Es fehlen dabei auch nicht Ausblicke auf einige recht moderne Gebiete, etwa die Shubnikow-Gruppen.

Die Ausgestaltung des Buches ist grosszügig (Format, Papier, Zweifarbandruck ...). Gerade deshalb vermisste ich farbige Bilder. Schwarzweissreproduktionen wirken nicht. Durch bunte Ornamente – etwa aus der Alhambra – hätte das Buch sehr viel an ästhetischem Reiz gewonnen. Es wäre deutlicher geworden, dass Geometrie auch schön sein kann.

Vor allem der 1. Teil des Buches wendet sich an Leser mit geringen mathematischen Kenntnissen. Aus diesem Grund ist die Darstellung dort manchmal etwas breit geraten. Gerade dieser Teil zeigt aber auch, dass sich das Thema Symmetriegruppen sehr gut für die Schule eignet. Das Analysieren und Ordnen schöner Ornamente bereitet einem Schüler sicher mehr Freude als der Umgang mit sinn- und bedeutschaftsfreien Elementen einer «entontologisierten» Struktur. Es muss für Schüler auch eine echte Überraschung sein, dass jeweils nur eine bestimmte Anzahl von Symmetriegruppen existiert. Wer hätte das gedacht.

Gerade im Hinblick auf die Übertragung der Thematik in die Schule wünsche ich dem Buch vollen Erfolg.

H. Zeitler

E. Martensen: *Analysis I und II*, 2. Auflage. Hochschultaschenbücher, Bände 832 und 833, IX und 200 Seiten, VIII und 176 Seiten, je DM 9.90. Bibliographisches Institut, Mannheim, Wien, Zürich 1976/78.

Die beiden Taschenbücher entsprechen den Vorlesungen der ersten beiden Semester eines viersemestriegen Analysiskurses, der vom Autor an der Technischen Hochschule Darmstadt gehalten wird.

Inhaltlich beschreibt Analysis I den Übergang vom Zahlen- zum Konvergenz- und schliesslich zum Stetigkeitsbegriff. Mit berücksichtigt sind der  $n$ -dimensionale Punkt- und Vektorraum einschliesslich der Vektoralgebra wie auch die komplexen Zahlen. Damit führt dieser Band an die Schwelle zur Infinitesimalrechnung einer reellen, mehrerer reellen und einer komplexen Veränderlichen.

Analysis II ist dem Aufbau der Infinitesimalrechnung gewidmet. Behandelt werden: Die Theorie für Funktionen mit einer reellen Veränderlichen (mit Hinweisen auf komplexe Funktionen mit einer reellen Variablen) – Partielle Ableitungen – Kettenregel, Mittelwertsatz und Taylorentwicklung in  $R^n$  – Einführung in die Behandlung von Extremalproblemen.

Auf zu grosse Allgemeinheit ist zugunsten einer knappen, jedoch gut lesbaren Darstellung verzichtet worden. Neben der Behandlung formaler Fertigkeiten kommen qualitative Betrachtungen und Aussagen nicht zu kurz. Gut ausgewählte Beispiele illustrieren die theoretischen Abhandlungen. Leider fehlen Übungsaufgaben.

W. Holenweg