Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 35 (1980)

Heft: 3

Rubrik: Literaturüberschau

Aufgabe 842. Man bestimme alle $a, b \in \mathbf{R}$ derart, dass

$$ax + b[x \log x + (1-x)\log(1-x)] \geq 0 \quad \text{für alle} \quad x \in]0,1[.$$

J. Aczél, Waterloo, Ontario, CDN

Aufgabe 843. Es seien $t_1, \ldots, t_n (n \geq 2)$ nicht notwendig verschiedene Punkte des reellen Einheitsintervalls $[0,1]$ und $g_1, \ldots, g_n$ nichtnegative Gewichte mit $g_1 + \cdots + g_n = 1$. Man interpretiere die beiden Momente

$$x = g_1 t_1 + \cdots + g_n t_n \quad \text{und} \quad y = g_1 t_1^2 + \cdots + g_n t_n^2$$

als kartesische Koordinaten eines Punktes in der Ebene.
1. Welche Punktmenge M beschreibt (x,y) bei variablen $(t_i), (g_i)$?
2. Man bestimme $\max\{y - x^2 \mid (x,y) \in M\}$.

A. Pfluger, Zürich

Literaturüberschau

A.S. Smogorschewski: Lobatschewskische Geometrie; Übersetzung aus dem Russischen. Mathematische Schulbücherei, Nr. 96. 75 Seiten mit 43 Abbildungen. M 6.-. Teubner, Leipzig 1978.

Der Versuch, Schülern heute - im Zeitalter Bourbakis - hyperbolische Geometrie nahezubringen, ist ganz ausserordentlich zu begrüssen. Smogorschewski bedient sich bei diesem Unterfangen des Poincaréschen Halbebenenmodells.

Nach einem knappen Abriss über das Leben Lobatschewskis (Geburtsjahr 1792 oder 1793?) folgt ein Kapitel zur axiomatischen Methode in der Geometrie. Dieser Abschnitt kann mathematisch weder nach Inhalt noch nach Form befriedigen. Da ist z.B. die Rede von «räumlichen Körpern», von «der reinen Geometrie», von «der Wissenschaft räumlicher Formen»... Es finden sich Sätze wie dieser: «Die nichteuklidischen Geometrien erweisen sich als richtig, da ihre Aussagen erfolgreich auf praktische Probleme angewendet werden können.» Welche Anwendungen sind das? Wie steht es mit der Widerspruchsfreiheit? Die Behauptung, dass «ohne Lobatschewskis Entdeckung die Relativitätstheorie nicht hätte entwickelt werden können» ist - bei aller Achtung vor den Leistungen Lobatschewskis - einfach falsch.

Kapitel 3 bringt die Definition der Inversion am Kreis und die Untersuchung der Eigenschaften dieser Abbildung. Die übliche Abschliessung der Ebene durch einen uneigentlichen Punkt (von Bedeutung im Hinblick auf spätere Untersuchungen), Hinweise auf die Stetigkeit der Abbildung und auf den Wechsel der Orientierung fehlen. Die Verwendung modernerer, sinnvoller Sprechweisen wie etwa Bijektivität wäre zu begrüssen - diese Bemerkung gilt für das ganze Buch.

Nachdem festgelegt ist, was hyperbolische Punkte im Modell sein sollen, wird recht unmotiviert und auch eigenwillig eine Längenmessung eingeführt. Von da aus erst kommt der Autor zu hyperbolischen Geraden, Kreisen, Grenzkreisen, Abstandslinien und schliesslich zu hyperbolischen Abbildungen - ein ungewohnter Weg. Dann wird gezeigt, dass zwei Axiome (was ist mit den anderen?) der hyperbolischen Geometrie im konstruierten Modell erfüllt sind. Der Beweis einiger Sätze aus der hyperbolischen Geometrie schliesst sich an. Nach einem Zwischenkapitel über Hyperbelfunktionen (mit Näherungen wird dabei recht grosszügig umgegangen) legt der Autor - wieder völlig unmotiviert - eine Längenmasszahl fest. Die konsequente Verwendung eines Normierungsfaktors wäre wünschenswert. Es fehlt ein Hinweis darauf, dass diese Masszahl die einzige ist, welche gewisse «sinnvolle» Forderungen erfüllt. Die Herleitung trigonometrischer Formeln liesse sich noch kürzer und dabei allgemeiner (nicht nur für rechtwinklige Dreiecke) durchführen.

Das Buch schliesst mit Untersuchungen über Längenmasszahlen spezieller Kurven. Als weiterführende Literatur (für Schüler!) werden lediglich die Werke Lobatschewskis genannt. Dies erscheint überraschend, wenn man weiss, wieviel hervorragende und leicht verständliche Literatur (vor allem auch von russischen Autoren) existiert und wie schwer es ist, Originalabhandlungen aus den Jahren 1835-1855 heute zu lesen.
Zusammenfassend muss gesagt werden, dass dieses Büchlein trotz seines populärwissenschaftlichen Charakters, an einigen Stellen eine modernere und auch noch exaktere Darstellung gestatten würde.

H. Zeitler

A.G. Hamilton: Logic for Mathematicians. VIII und 224 Seiten. £4.95. Cambridge University Press, 1978.
Vor vielen Jahren ist ein berühmtes Buch mit demselben Titel erschienen (J.B. Rossers). Es ist für die Rezeptionsgeschichte der Logik bezeichnend, wie weit die beiden Bücher voneinander entfernt sind. Das ältere Buch handelt von einer systematischen «Grundlegung» der Mathematik. Es wendet sich an den graduierten Mathematiker, den es zu überzeugen sucht, dass dazu die mathematische Logik das taugliche Mittel sei. Das neuere Buch behandelt die mathematische Logik als akzeptierte mathematische Disziplin und ist für den Studenten in den untern Semestern geschrieben, der dieses Fach wie irgendein anderes lernen soll. Für diesen pädagogischen Zweck hat sich ein Kanon ausgebildet, von dem dieses Buch kaum abweicht:
Die Präzisierung der logischen Partikel anhand umgangssprachlicher und elementarmathematischer Beispiele. Die Adäquatheit der formalen Ausdrucksmittel der Prädikatenlogik für die Grundstrukturen der Algebra, Zahlentheorie und Mengenlehre. Der Vollständigkeitssatz, der die Beziehung zwischen dem Zutreffen von Aussagen über allgemeine logische Sachverhalte und der formalen Beweisbarkeit schafft. Die von Gödel entdeckten inneren Grenzen formaler Systeme, die Unvollständigkeitssätze. Die Präzisierung des Berechenbarkeitsbegriffes mittels Turing-Maschinen und Beispiele rekursiv unlösbarer Probleme aus der Mathematik und Logik.
Das vorliegende Buch folgt diesem Kanon in sympathischer und technisch kompetenter Weise. Die vielen Übungsbeispiele dürften Lehrern an angelsächsischen Colleges willkommen sein. E. Engeler

K.W. Gruenberg und A.J. Weir: Linear Geometry. 2. Auflage. X und 198 Seiten. DM29.10. Springer, Berlin, Heidelberg 1978.
Dieses Buch vermittelt eine Einführung in die lineare Algebra, wobei dem geometrischen Aspekt der Theorie besonderes Gewicht beigemessen wird. Neben dem üblichen Programm werden auf geschickte Art auch die Grundlagen der affinen und projektiven Geometrie eingebaut. Ferner wird (im letzten Kapitel) die Struktur von Moduln über Hauptidealringen behandelt und zur Klassifikation von Matrizen und Kollineationen herangezogen. Das mit vielen guten Übungsaufgaben durchsetzte Buch eignet sich für angehende Mathematiker und mathematisch orientierte Naturwissenschaftler bestens als Einführung in die lineare Algebra. G. Mislin

Theoretical Immunology. Hrsg. G.I. Bell, A.S. Perelson und G.H. Pimbley. XI und 660 Seiten. Fr. 128.-. Dekker, New York, Basel 1978.
Seitdem man konkrete Vorstellungen hat, wie Fremdstoffe (Antigene) im Blut durch antikörpertragende Zellen gebunden und damit abgewehrt werden, sind zahlreiche mathematische Modelle und neue experimentelle Methoden entstanden, die sich gegenseitig befruchten. Bell und Perelson geben in einem ersten Artikel eine auch dem Laien verständliche Einführung in die theoretische Immunologie. Nach systemanalytischen Methoden ruft der zweite Artikel von Cunnigham. Etwa zwanzig weitere Arbeiten berichten über eine Vielfalt von deterministischen und stochastischen Modellen, die allerdings nur noch vom Fachmann verstanden werden können. Besonders wertvoll sind die reichhaltigen Literaturhinweise.

E. Batschelet

J.R. Strooker: Introduction to Categories, Homological Algebra and Sheaf Cohomology. IX und 246 Seiten. £12.50. Cambridge University Press, Cambridge, London 1978.
Eine Auswahl wesentlicher Grundbegriffe aus den im Titel genannten Gebieten wird knapp und klar zusammengefasst. Für einen einführenden Text ist die Betrachtungsweise ungewöhnlich abstrakt, der Aufbau ist anderseits bestechend elegant. Bezüglich Anwendungen ist der Verfasser sehr zurückhaltend; Beispiele für homologische Methoden in der Algebra, Analysis oder Geometrie muss der Leser anderswo finden. H. Schneebeli

R. Ineichen: Elementare Beispiele zum Testen statistischer Hypothesen. 98 Seiten. Fr. 12.–. Orell Füssli, Zürich 1978.
Dieses Beiheft setzt Kenntnisse der Binomial- und Normalverteilung voraus. Verschiedene Signifikanztests werden exemplarisch besprochen. Dabei kommen die t-Verteilung, der Test von Wilcoxon-Mann-Whitney und der Chi-Quadrat-Test zur Sprache.
Diese klar formulierte und didaktisch geschickt aufgebaute Beispielsammlung bietet anregungsreiches Arbeitsmaterial für den Unterricht wie auch für Studienwochen; die Beispiele sind auch sehr geeignet zur Illustration der Statistik-Zahlentafeln, welche in der von der DMK/DPK im gleichen Verlag herausgegebenen Formelsammlung «Formeln und Tafeln» enthalten sind. H. Walser

E.A. Bender: An Introduction to Mathematical Modelling. X und 256 Seiten. US $ 21.50. John Wiley & Sons, New York 1978.
Anhand von konkreten Beispielen und Fragestellungen aus den angewandten Wissenschaften und der Technik leitet der Autor den Leser an, mathematische Modelle zu entwickeln und sinnvoll zu gebrauchen. Besondere Kenntnisse aus den Anwendungsbereichen werden nicht vorausgesetzt. Im ersten Teil des Buches werden Methoden und Begriffe verwendet, die zur Mittelschulmathematik gehören. Im zweiten Teil stehen Differentialgleichungen im Vordergrund; quantitative Betrachtungen und lokale Stabilitätstheorie werden behandelt.
Als Quelle von wirklichkeitsbezogenen Beispielen ist das Buch für den Unterricht schon in der Mittelschule brauchbar. Da die Anwendungen ohne besondere Fachkenntnisse und mit einfachen mathematischen Werkzeugen durchgeführt werden, jedoch recht komplexe Sachverhalte betreffen, sind sehr weitgehende Vereinfachungen wesentlich. Gelegentlich ist man versucht, von mathematischen Karikaturen statt von Modellen zu sprechen. H. Schneebeli

H. Pieper: Variationen über ein zahlentheoretisches Thema von C.F. Gauss. 183 Seiten. Fr. 20.–. Birkhäuser, Basel, Stuttgart 1978.
Ce livre est dédié au 200ème anniversaire de la naissance de Gauss (en 1777). Le thème en question est la loi de réciprocité quadratique, énoncée par Euler et démontrée pour la première fois par Gauss («Auf den Satz selbst kam ich völlig selbständig im Jahre 1795, zu einer Zeit, da ich mich in völliger Unkenntnis über alles befand, was in der höheren Arithmetik bereits erreicht worden war, und zugleich nicht die mindesten literarischen Hülfsmittel besass. Ein ganzes Jahr lang quälte mich dieser Satz und entzog sich den angestrengtesten Bemühungen, bis ich endlich den Beweis erlangte.
Später stiess ich dann auf andere, welche sich auf vollkommen verschiedenen Principien aufbauten»). Les variations sur ce thème sont 15 démonstrations (élémentaires) de ce théorème, par Gauss et d'autres mathématiciens. Elles sont précédées d'une introduction historique et d'un chapitre sur les restes quadratiques, et suivies d'appendices contenant les notions d'arithmétique élémentaire et de la théorie des corps finis nécéssaires à la lecture du livre. Enfin, des notices historiques sur les mathématiciens mentionnés dans le texte. C'est un livre attrayant, d'un abord facile et d'une lecture très intéressante.
J. Steinig

G. König und J.A. Schmidt: Grundwissen Mathematik S II; Begriffswörterbuch. 272 Seiten. DM 13.90. Klett, Stuttgart 1978.
Das vorliegende, für die Sekundarstufe II bestimmte Begriffswörterbuch wurde auf Grund des bei Bordas in Paris erschienenen «Dictionnaire Elémentaire de Mathématiques Modernes» bearbeitet. Der Zielsetzung des Buches entsprechend sind die Begriffe in einem dem Schüler verständlichen Rahmen erklärt. Der historisch interessierte Benützer ist dankbar für die Kurzbiographien der aufgeführten Mathematiker.
Leider enthält das Buch einige sachliche und stilistische Mängel: Die Begriffe lineare und numerische Exzentrizität werden vermischt (S. 65), die Fermatsche Vermutung wird falsch zitiert (S. 75), das Beispiel zum harmonischen Mittel ist missraten (S. 96), in der Hesseschen Normalform wird der Neigungswinkel der Geraden mit dem ihres Normalvektors verwechselt, ferner ist dort die Abstandsformel unvollständig (S. 97, 98), die Kugelmantelformel hat einen Faktor 2 zuviel (S. 118); das Stichwort «Raute» ist am falschen Ort eingereiht, für die Hyperbelfunktionen werden drei verschiedene Schreibweisen verwendet: cosh wird als «Hyperbelcosinus» (S. 45), sinh als «Sinus hyperbolicus» (S. 209) und tanh als «Tangens hyperbolikus» (S. 224) ausgeschrieben.
Im Symbolverzeichnis fehlen die Sachgebiete Geometrie und Schaltalgebra. H. Walser

R.J. Mc Eliece: The Theory of Information and Coding. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Volume 3. XVI und 302 Seiten. US $21.50. Addison-Wesley, Reading 1978.
Dieses Buch ist eine Einführung in die Codierungstheorie, gibt aber gleichzeitig einen Überblick über den heutigen Stand und Tendenzen der Codierung. In einem ersten Teil werden die Informationstheoretischen Aspekte der Codierung behandelt. Diese gipfeln im bekannten, auf Shannon zurückgehenden Quelle-Kanal Codierungssatz.
Der zweite Teil befasst sich anhand von konkreten, fehlererkennenden und fehlerkorrigierenden Codes mit den algebraischen Aspekten der Codierung. Dabei legt der Autor zu Recht besonderes Gewicht auf Codierungs- und Decodierungs-Schemas.
Dem kompetenten Autor ist es sehr schön gelungen, immer wieder Zusammenhänge zwischen den beiden Teilen aufzuzeigen. Anhand der Probleme am Ende jedes Kapitels kann sich der Leser über schwierigere Aufgaben und Lösungen der Codierungstheorie informieren.
Dieses Buch kann allen an einer gründlichen, in sich abgeschlossenen Einführung in die Codierungstheorie interessierten Lesern empfohlen werden. P. Nyffeler

D.S. Passman: The Algebraic Structure of Group Rings. VIII und 720 Seiten. £24.65. Wiley & Sons, New York, London 1978.
Mit diesem Werk veröffentlicht Passman das bisher umfassendste Buch über Gruppenringe. Es zeugt von den Anstrengungen, die zur Lösung der wichtigen und meist noch offenen Fragen in diesem Gebiet unternommen wurden. Der Text stellt die dabei bis etwa 1976 erarbeiteten Ergebnisse und eine Auswahl der wichtigsten Methoden aus der Ring-, Modul- und Gruppentheorie zusammen. Umfangreiches Aufgabenmaterial enthält zusätzliche Informationen.
Die einzelnen Kapitel sind weitgehend voneinander unabhängig geschrieben. Hintergrundmaterial wird dort entwickelt, wo es gebraucht wird. Das Buch wird damit einem Studenten mit einer guten algebraischen Allgemeinbildung zugänglich. Ihm wird es als Arbeitsbuch bei der Spezialisierung nützlich sein, dem Kenner als Nachschlagewerk.
Der explizite Gebrauch kategorieller Werkzeuge wird umgangen. Die Ausführungen beinhalten oft elementweise Betrachtungen oder Rechnungen, die das Buch prägen im Sinne der «harten» Algebra konventionellen Stils. H. Schneebeli

H. Freudenthal: Weeding and Sowing; Preface to a Science of Mathematical Education. IX und 314 Seiten. US$36.-. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht 1978.
«Moderne Mathematik», Unterrichtsreformen, neue Schulsysteme haben da und dort zu Verunsicherung und zu einem Malaise geführt. Freudenthal sucht die Wurzeln des Übels, er analysiert Lehrbetrieb und Lernvorgänge, er nimmt falsche Wissenschaftlichkeit und systematische Fehler der Erziehungstheoretiker aufs Korn. Der Mathematikunterricht dient als Kondensationskeim für seine eigenen Erfahrungen und Modellvorstellungen über Unterricht, Erziehung und Bildung. Er stellt klare Schlüsselfragen. Er deutet mögliche Antworten an und versieht sie oft mit einem Fragezeichen, um nicht seinerseits zu vorschnellen Reformen anzuregen.
Das Buch ist eine Herausforderung an Psychologen und Soziologen. Wer sich als Mathematiker mit den Grundlagen des Unterrichts auseinandersetzt, wird von diesem Buche angeregt, überraschende pädagogische Gesichtspunkte zu entdecken. H. Schneebeli

M. Aigner: Kombinatorik I und II. XVII und 409 bzw. XVIII und 324 Seiten, DM 36.- bzw. 34.-. Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1975 und 1976.
Als um die Jahrhundertwende das bekannte «Lehrbuch der Kombinatorik» von Netto erschien, nahm die Kombinatorik im Rahmen der mathematischen Disziplinen einen Aussenseiterstatus ein. Noch lange sollte sie in erster Linie als Hilfsdisziplin anderer Gebiete, vornehmlich der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Dienste leisten. Bis in die sechziger Jahre wurde Kombinatorik schlicht als Theorie des Abzählens und der Existenz von Anordnungen, Plazierungen oder Auswahlen von Mengen unter Voraussetzung bestimmter Forderungen betrachtet (z.B. Riordan, Ryser, Hall). Ein umfassender Rahmen fehlte jedoch. In den letzten zwanzig Jahren hat nun die Kombinatorik einen rasanten Aufschwung erlebt. Nicht ganz unbeteiligt an dieser Entwicklung waren die Informatiker. Mehr und mehr zeichnete sich ab, dass die Theorie der Ordnungen und Verbände Grundlage der meisten kombinatorischen Fragestellungen ist. So schreibt der Autor der vorliegenden Bücher im Vorwort des ersten Bandes, dass er unter Kombinatorik «das Zählen und Ordnen von Morphismen» versteht. Gewisse Verbandsklassen sind dabei von

hervorragender Bedeutung, so die distributiven Verbände und die Partitionsverbände (Klassifikationenverbände).
Im Band I befasst man sich nach einer Einführung in die Grundbegriffe (Ordnung, Verband, Morphismus, Inklusion, Verfeinerung) ausführlich mit der Bedeutung des Darstellungssatzes distributiver Verbände für die Existenz der Rangfunktion. Anschliessend werden modulare und halbmodulare Verbände untersucht. Die Partitionsverbände sind beispielsweise halbmodular. Es folgen die ordnungstheoretischen Verallgemeinerungen von Abhängigkeit und Abschluss. Der Abschnitt über geometrische Verbände gipfelt in der Birkhoffschen Erkenntnis, dass die modularen geometrischen Verbände genau die endlichen direkten Produkte aus einer Booleschen Algebra und linearen Verbänden sind. Der Untertitel von Band I lautet «Grundlagen und Zähltheorie». Der Zähltheorie sind die drei grossen Kapitel «Zählfunktionen›, «Inzidenzfunktionen» und «Erzeugende Funktionen» gewidmet. Im Mittelpunkt steht vorerst der Begriff der Inzidenzalgebra mit dem Inversionskalkül als zentralem Thema, wobei der Darstellung der für die Kombinatorik wesentlichen Möbius-Inversion, in ihrer speziellen Form aus der Zahlentheorie wohlbekannt, breiten Raum zugemessen wird. Anschliessend folgt die Polyasche Zähltheorie. Die bekannten Anwendungsbeispiele werden aus ordnungstheoretischer Sicht angegangen.
Die Lektüre des zweiten Bandes, mit dem Untertitel «Matroide und Transversaltheorie», setzt die des ersten nicht voraus. Auf den ersten 43 Seiten werden die notwendigen Grundbegriffe zusammengetragen.
Der Theorie der Matroide (Prägeometrien), begründet in den dreissiger Jahren (Birkhoff, van der Waerden u. a.), liegt die Idee zugrunde, kombinatorischen Problemen algebraische Ideen zugänglich zu machen. So werden vorab Begriffe aus der linearen Algebra, wie Abhängigkeit, Basis, Erzeugnis, auf allgemeine Strukturen (Verbände) übertragen. Ein Matroid wird definiert als Menge mit Abschlussoperator, welche den Austauschsatz von Steinitz für Basen erfüllt. Im vorliegenden Buch wird nicht der geometrische, sondern der mengentheoretische Zugang zu den Matroiden gewählt, den geometrischen Beispielen (Inzidenzgeometrien) wird aber reichlich Beachtung geschenkt. Der Leser erhält eine ausführliche Darstellung der wichtigsten Beispiele von Matroiden: Vektorräume, Graphen und Transversalsysteme. Weiter wird die Fage nach der Möglichkeit der Koordinatisierung von Matroiden beantwortet. Dabei bedient man sich der Ideen aus der projektiven Geometrie. Als Anwendungen kommen hier die berühmten Sätze über Färbungen und über Netzwerke zur Sprache. Das zweite Hauptkapitel in Band II ist der Transversaltheorie gewidmet. Es wird eindrücklich aufgezeigt, dass die Theorie aus zwei gleichwertigen Richtungen angegangen werden kann: einerseits über Existenzaussagen für Transversalen und andererseits über sogenannte Maximum-Minimum-Sätze. Im Vorwort des ersten Bandes bemerkt der Autor, dass dieses Gebiet (im Englischen «Matching Theory» genannt) den aktivsten Zweig der Forschung während der letzten Jahre darstellt.
Die beiden Bände bilden ohne Zweifel das umfangreichste und umfänglichste Kombinatorikwerk in deutscher Sprache. Der Leser wird bis an die aktuelle Front der Forschung herangeführt. Die überaus zahlreichen Literaturangaben lassen kaum Wünsche offen. Die jeweils den Abschnitten angefügten Aufgabenserien enthalten viele sehr schwierige Aufgaben, die mindestens weiterführende Tips erfordern würden. Lösungen werden nicht angegeben. Über das Konzept «Beharren auf der Priorität der Theorie vor dem Einzelproblem» lässt sich streiten. Vieles erscheint sehr elegant, anderes, etwa die sogenannten «Perlen» der Kombinatorik, ertrinken im Formalismus, und erzwungene Begriffsbildungen (wie etwa die der Multimenge) hinterlassen einen zwiespältigen Eindruck. Der aktive Kombinatoriker wird auf dieses Werk nicht verzichten können, der Anfänger arbeitet sich mit Vorteil anhand einer klassischen Darstellung in die Materie ein, um dann um so gewinnbringender zu den beiden Büchern von M. Aigner greifen zu können. C. Niederberger

---

Berichtigung

Im Band 34, Heft 3 (1979), S.70 habe ich die Bücher W. Walter: *Einführung in die Theorie der Distributionen,* und J. Barros-Neto: *An Introduction to the Theory of Distributions* besprochen und u.a. geschrieben, das Buch von W. Walter verlaufe weitgehend parallel zum Buch von Barros-Neto. Hieraus könnte der falsche Schluss gezogen werden, dass sich das Buch von Walter an dasjenige von Barros-Neto anlehne. Dies trifft aber nicht zu, um so mehr, als die erste Auflage des Buches von Walter 1970, also drei Jahre vor dem Erscheinen des Buches von Barros-Neto erfolgte. Th. Rychener