**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

**Band:** 35 (1980)

Heft: 1

Rubrik: Literaturüberschau

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

22 Neue Aufgaben

# Neue Aufgaben

Die Lösungen sind getrennt nach den einzelnen Aufgaben in Maschinenschrift erbeten bis 10. August 1980 an Dr. H. Kappus. Dagegen ist die Einsendung von Lösungen zu den mit Problem ... A, B bezeichneten Aufgaben an keinen Termin gebunden.

Bei Redaktionsschluss dieses Heftes sind noch ungelöst: Problem 601A (Band 25, S.67), Problem 625B (Band 25, S.68), Problem 645A (Band 26, S.46), Problem 672A (Band 27, S.68), Aufgabe 680 (Band 27, S.116), Problem 724A (Band 30, S.91), Problem 764A (Band 31, S.44).

Aufgabe 834. Zu gegebenen  $m, j \in \mathbb{N}$  bezeichne N(j, m) die kleinste natürliche Zahl n, für welche

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} i^{-k} \geqslant j$$

gilt. Man bestimme

$$g_m = \lim_{j \to \infty} \frac{N(j+1,m)}{N(j,m)}.$$

J. Dankert, Magdeburg, DDR W. Moldenhauer, Rostock, DDR

**Aufgabe 835.** Es seien  $a_i$  (i=1,...,n) und m natürliche Zahlen. Unter  $a_i^{1/m}$  werde die positive Lösung der Gleichung  $x^m = a_i$  verstanden. Man beweise oder widerlege folgende Aussage: Sind die Zahlen  $a_i^{1/m}$  sämtlich irrational, so ist auch  $s := a_i^{1/m} + \cdots + a_n^{1/m}$  irrational.

P. Mihailescu, Zürich

Aufgabe 836. Gesucht ist die Konstruktion der Verbindungsgeraden zweier weit entfernter Punkte in der euklidischen Ebene mit eingeschränkten Konstruktionshilfsmitteln. Zur Verfügung stehen ein gerades Lineal mit der festen Länge L und ein Zirkel mit fest eingestelltem Radius R < L.

W. Gamerith und P. Schöpf, Graz, A

# Literaturüberschau

Optimal Estimation in Approximation Theory. Hrsg. Ch.A. Micchelli und Th.J. Rivlin. IX und 300 Seiten. US\$ 35.40. Plenum Press, New York, London 1977.

Der Band enthält die gesammelten Arbeiten einer internationalen Tagung mit dem oben erwähnten Titel, welche im Jahre 1976 in Freudenstadt, BRD, stattfand. Abstrakt kann das Hauptthema der Tagung, die optimale Rekonstruktion von Funktionen, wie folgt beschrieben werden: Für eine unbekannte Funktion f aus einer gegebenen Funktionsklasse soll aus einer zur Verfügung stehenden

Literaturüberschau 23

beschränkten Menge von eventuell fehlerbehafteter Information eine möglichst gute Approximation an ein (durch eine gegebene Abbildung vermitteltes) Bild von f gefunden werden. Viele der Arbeiten befassen sich mit neueren anwendungsbezogenen Algorithmen zur Rekonstruktion von Funktionen aus Gebieten wie: Kristallographie, Datenübertragungssysteme, Kartographie, digitale Röntgenbildrekonstruktion aus mit Röntgenscannern gelieferten Projektionen, Planung von Bestrahlungen in der Medizin, optische Wahrnehmung in der Biologie, Analyse von Zerfallprozessen und Steuerung von Inertialnavigationssystemen.

A.U. Kussmaul: Stochastic Integration and Generalized Martingales. 163 Seiten. £7.-. Pitman Publishing, London, San Francisco, Melbourne 1977.

Stochastische Prozesse  $X = (X_t)_{t \ge 0}$ , die bei der Modellierung von Diffusionsphänomenen auftreten, haben in der Regel Pfade, die in keinem Intervall von beschränkter Variation sind. Integrale der Form  $\int HdX$  sind dann nicht als Stieltjes-Integrale zu verstehen, sondern als «stochastische» Integrale, wie sie Wiener und Itô zunächst für die Brownsche Bewegung definiert haben. Inzwischen weiss man, wie sich die Itô-Theorie auf allgemeine Semimartingale überträgt (siehe z.B. P.A. Meyer: Cours sur les intégrales stochastiques, in Springer Lecture Notes in Mathematics 511, 1976). Es gibt aber inzwischen auch einen anderen Ansatz von Métivier und Péllaumail, der es erlaubt, stochastische Integrale bezüglich eines Semimartingals X als «gewöhnliche» Integrale bezüglich eines  $L^1$ -wertigen Masses  $M^X$  auf der  $\sigma$ -Algebra der previsiblen Mengen zu interpretieren. Das vorliegende Buch gibt eine systematische, klar geschriebene Darstellung dieses zweiten Ansatzes. Kussmaul geht dabei insofern über die vorliegende Literatur hinaus, als ihm die vollständige Charakterisierung derjenigen Prozesse X gelingt, denen man überhaupt ein  $\sigma$ -additives  $L^1$ -wertiges Mass  $M^X$  zuordnen kann: es sind die Quasimartingale mit integrablem Supremum.

Obwohl die benötigten Grundlagen aus der Martingaltheorie von der Doob'schen bis hin zur Fefferman'schen Ungleichung systematisch entwickelt werden, richtet sich das Buch wohl doch vor allem an den Spezialisten. Wer eine erste Einführung in die stochastischen Integrale sucht, fährt wahrscheinlich besser mit einem der «klassischen» Texte, insbesondere auch deshalb, weil Kussmaul nur die Konstruktion des stochastischen Integrals behandelt und nicht den für die Anwendungen entscheidenden Calculus (Itô-Formel, stochastische Differentialgleichungen). Für den Spezialisten allerdings, der sich für die masstheoretischen Aspekte der stochastischen Integration interessiert, ist das Buch als abgerundete Darstellung des Métivier-Pellaumail-Ansatzes sehr zu empfehlen.

P.B. Bhattacharya und S.K. Jain: First Course in Rings, Fields and Vector Spaces. IX und 238 Seiten. £ 2.85. Wiley Eastern Ltd., New Dehli, Bangalore 1977.

Der Inhalt dieses Lehrbuches reicht von einer straffen Einführung der Grundbegriffe der Ring- und der Modultheorie zu den Struktursätzen von Wedderburn-Artin, Goldie-Lesieur-Crosoit und Krull-Remak-Schmidt. Die Körpertheorie führt bis zu den bekannten Anwendungen der Galoistheorie. Normalformen von Matrizen sind der Hauptgegenstand des Abschnittes über lineare Algebra.

Der didaktischen Zielsetzung entsprechend werden manche Beispiele und ergänzende Resultate als Übungsaufgaben gestellt, von denen etwa ein Drittel vorgelöst ist.

Der Aufbau des Buches ist ausgelegt auf die Entwicklung des Speziellen aus dem Allgemeinen, was den didaktischen Auftrag belastet. Betrachtungsweise und Terminologie sind konservativ; dem Anfänger wird dadurch der Zugang zur neueren Literatur erschwert. Der sehr relevante Inhalt vermag nicht alle Mängel im Aufbau und in der Darstellung des Stoffes aufzuwiegen.

H. Schneebeli

A.R. Mitchell und R. Wait: The Finite Element Method in Partial Differential Equations. X und 198 Seiten mit 33 Abbildungen. US\$13.50. John Wiley & Sons, New York, London 1977.

Dies ist ein Lehrbuch über die numerische Behandlung zur Lösung (auch zeitabhängiger) partieller Diff.-Gleichungen. Es erklärt in übersichtlicher, konzentrierter und umfassender Art die Methode der finiten Elemente und ihre Anwendungsmöglichkeiten in den verschiedensten Sparten der math. Physik. Diese Technik kann aus den klassischen Methoden von Ritz, Galerkin, den kleinsten Fehlerquadraten sowie der Kollokation hergeleitet werden. Zentral dabei ist meistens das Variationsprinzip, das in einem der sieben Kapitel auseinandergesetzt wird. Mit Ausnahme des in sich abgeschlossenen Kap. 5 über Konvergenzfragen (das also beim Studium auch ausgelassen werden kann) sind keine höheren math. Kenntnisse vorausgesetzt, welche über den Vektor-Kalkül der linearen Algebra hinausgehen. Der Inhalt des Buches berücksichtigt insbesondere auch die Praxis und ist durchsetzt mit Beispielen und Aufgaben.

24 Literaturüberschau

W. Thirring: Lehrbuch der Mathematischen Physik. Band 1: Klassische dynamische Systeme. XIII und 255 Seiten mit 58 Abbildungen. Band 2: Klassische Feldtheorie. X und 258 Seiten mit 70 Abbildungen. Je Fr. 36.-. Springer, Wien, New York 1978.

Im ersten Band eines auf vier Bände geplanten Werkes behandelt der Autor die mathematischen Aspekte der klassischen und relativistischen Mechanik. Er verwendet dabei konsequent die Sprache der modernen Differentialgeometrie, die in einem besonderen Kapitel eingeführt wird.

Der Schwerpunkt des Buches liegt auf der Seite der mathematischen Methoden, was zwangsläufig zu einer Einschränkung der behandelten physikalischen Fragestellungen führt. Die moderne Sprache ermöglicht anderseits die Behandlung von Problemen, die im allgemeinen in einem Lehrbuch nicht zu finden sind. Als Beispiel sei die globale Struktur dynamischer Systeme erwähnt.

Manch ein Student wird bedauernd feststellen, dass seine mathematischen Kenntnisse zur Verarbeitung des Buches nicht ausreichen. Obwohl der Autor mit Geschick versucht, die möglichen Lücken zu schliessen, ist das Werk für einen ersten Einstieg in das Gebiet wohl nicht geeignet.

Im zweiten Band des Lehrbuches wird die klassische Feldtheorie behandelt. Ein grösseres Kapitel ist der Gravitationstheorie gewidmet. Der Autor baut auf den im ersten Band entwickelten differentialgeometrischen Methoden auf, die zum Teil ganz kurz noch einmal rekapituliert werden.

Auch der zweite Band verlangt vom Leser ein recht grosses mathematisches Abstraktionsvermögen und ist ein gewisses Grundwissen auf dem Gebiet der mathematischen Physik.

K. Weber Ende 1978 hat derselbe Verlag den 1. Band auch noch in englischer Übersetzung herausgebracht.

W.S. Massey: Homology and Cohomology Theory. XIV und 412 Seiten. Fr. 80.-. Marcel Dekker, New York 1978.

Dem Aufbau dieses aussergewöhnlichen Buches ist die Čech-Alexander-Spanier Cohomologie für lokalkompakte Räume zugrundegelegt. Durch Dualisieren wird dann die Steenrod Homologie gewonnen. Beide Theorien werden auf allgemeine Räume erweitert, dort mit den entsprechenden singulären Theorien verglichen. Der Aufwand, den Masseys Weg bedingt, ist bemerkenswert klein, wenn auch zu Beginn grösser als in der singulären Theorie. Es wird aber eine Theorie aufgebaut, die der singulären überlegen ist. Dies machen allgemeine Dualitätssätze klar; aber schon einfache Anwendungen, die Stetigkeit der Cohomologie und die starken Exzisionseigenschaften zeigen die Vorzüge von Masseys Konzept.

Vom Leser dieses Buches wird erwartet, dass er mit den Grundbegriffen der algebraischen Topologie vertraut ist. Vorkenntnisse aus der homologischen Algebra und der singulären Homologie sind vorteilhaft.

Masseys didaktisches Geschick kommt in diesem originellen Buch voll zur Geltung, indem er den bisher einfachsten Zugang zu den von ihm behandelten Themen aufzeigt.

H. Schneebeli

Griffiths H.B.: Oberflächen. 147 Seiten mit 84 Figuren. Reihe Klett Studienbücher, Stuttgart 1978, DM 19.80.

Der bekannte englische Mathematiker Griffiths ist in den letzten Jahren verschiedentlich mit didaktisch gewichteten Veröffentlichungen hervorgetreten. Mit der Herausgabe seines originellen Buches über Flächen (Surfaces; Cambridge University Press, 1976) in deutscher Sprache schliesst der Klett-Verlag eine seit langem bestehende Lücke.

Das Buch von Griffiths ist in zweifacher Hinsicht bemerkenswert. Es präsentiert dem Leser einerseits ein Stück experimentelle Mathematik und erschliesst ihm auf diese Weise ein faszinierendes Gebiet der Geometrie, ohne dass zuvor die Hürde einer abstrakten Theorie überstiegen werden muss. Es dürfte daher gewiss nicht nur Mathematiker ansprechen. Dieses Buch besitzt aber auch vom Stoff her einen singulären Stellenwert. Die Topologie hat sich seinerzeit dermassen stürmisch entwickelt, dass die der Anschauung verhaftete erste Phase rasch in Vergessenheit geraten ist. Aber gerade bei diesen Wurzeln der Topologie in der Elementarmathematik liegt ein bemerkenswertes didaktisches Potential. Griffiths kommt das Verdienst zu, diesen Teil der Topologie für die heutige Mathematik wiederentdeckt zu haben. Er sieht darin eine einzigartige Möglichkeit zur Pflege und zur Förderung der Raumvorstellung im Unterricht, und zwar auf der gymnasialen wie auch auf der universitären Ebene. Zudem zeigt er in seinem Buch auf überzeugende Weise, dass man elementare Topologie ganz ohne Kenntnis des Jordanschen Kurvensatzes betreiben kann. In ihrer Gründlichkeit gehen da deutsche Autoren stets den umgekehrten Weg und verbauen damit dem Leser den Zugang zu den Schönheiten der elementaren Topologie. Es gibt offenbar Lücken in der deutschsprachigen Mathematik-Literatur, die man nur mit Übersetzungen beheben kann. M. Jeger