

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 34 (1979)
Heft: 4

Rubrik: Kleine Mitteilungen

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

gleichzeitig eine Existenzaussage für die Lösung der diophantischen Gleichung, und dies auch im Falle von Primzahlen $\equiv 1$ oder $9 \pmod{20}$ (siehe oben Satz 3). Die Überlegungen sollen an anderer Stelle publiziert werden. Peter Wilker, Bern

LITERATURVERZEICHNIS

- 1 L. Carlitz: A characterization of algebraic number fields with class number 2. Proc. Am. Math. Soc. 11, 391–392 (1960).
- 2 P.G.L. Dirichlet und R. Dedekind: Vorlesungen über Zahlentheorie.
- 3 H.M. Edwards: The background of Kummer's proof of Fermat's Last Theorem for regular primes. Arch. Hist. Exact Sci. 14, 219–236 (1974/75).
- 4 G.H. Hardy und E.M. Wright: An introduction to the theory of numbers. Oxford University Press, 1954.
- 5 L.J. Mordell: Diophantine equations. Academic Press, 1969.
- 6 J. Niven und H.S. Zuckerman: An introduction to the theory of numbers. Wiley, 1960.
- 7 P. Ribenboim: Algebraic numbers. Wiley, 1972.
- 8 H.M. Stark: On complex quadratic fields with class number two. Math. Comput. 29, 289–302 (1975).

Kleine Mitteilungen

Some equations involving the sum of divisors

Pomerance [2] considered the sets $S_k(a) = \{n: \sigma(n) = kn + a\}$ ($a, k \in \mathbf{Z}$). He observed that the sets $S_{\sigma(m)/m}(\sigma(m))$ if $m | \sigma(m)$ and $S_2(-1)$ are infinite and wrote: "We know of no other example." Below we give other examples of infinite $S_k(a)$.

Proposition 1. *If m is a positive integer not divisible by a prime number p and such that $\sigma(m) = (p-1)m$ then $p^k m \in S_p(-m)$ for natural k .*

Proof: $\sigma(p^k m) = \sigma(m)(p^{k+1} - 1)/(p - 1) = (p^{k+1} - 1)m = p \cdot p^k m - m$.

For instance we have $3^k \cdot P \in S_3(-P)$, where P is a perfect number not divisible by 3, e.g. $P = 28$ or $2^{19936}(2^{19937} - 1)$. Similarly, $5^k \cdot Q \in S_5(-Q)$, where $\sigma(Q) = 4Q$ and $5 \nmid Q$, e.g. $Q = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 31$ or $2^{13} \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 43 \cdot 127$ (R. Descartes).

Eleven numbers of the set $S_2(2)$ were listed in the paper [1]. We generalize the result stated there (case $b = 1$).

Proposition 2. *If $2^a - 2b - 1$ is a prime number ($b \in \mathbf{Z}$) then $2^a - 2b - 1 \in S_2(2b)$.*

Proof: $\sigma(2^{a-1}(2^a - 2b - 1)) = (2^a - 1)(2^a - 2b) = 2^{2a} - 2^{a+1}b - 2^a + 2b$
 $= 2 \cdot 2^{a-1}(2^a - 2b - 1) + 2b$.

Andrzej Makowski, Institute of Mathematics, University of Warsaw

REFERENCES

- 1 A. Makowski: Remarques sur les fonctions $\theta(n)$, $\varphi(n)$ et $\sigma(n)$. Mathesis 69, 302–303 (1960).
- 2 C. Pomerance: On the congruences $\sigma(n) \equiv a \pmod{n}$ and $n \equiv a \pmod{\varphi(n)}$. Acta Arith. 26, 265–272 (1975).