

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 31 (1976)  
**Heft:** 3

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturüberschau

*Analysis V.* Von E. MARTENSEN. 275 Seiten. DM 9,90. Bibliographisches Institut Mannheim–Wien–Zürich 1972.

Inhaltlich umfasst das vorliegende Buch etwa den üblichen Stoff einer einsemestrigen Einführungsvorlesung in die Funktionalanalysis. Daneben werden in gesonderten Abschnitten Fragen aus der Approximationstheorie (Weierstrass-Approximation, Tschebyscheff-Approximation) beantwortet, spezielle Typen von Integralgleichungen (Fredholmsche, Volterrasche) behandelt oder aber Fixpunktsätze (Banachsches und Schaudersches Fixpunktprinzip) hergeleitet. Das Buch schliesst mit einer Einführung in die Hilbertraumtheorie.

An Voraussetzungen wird nur der Stoff einer konventionellen zwei- bis dreisemestrigen Vorlesung über Infinitesimalrechnung benötigt. R. MEYER

*Partielle Differentialgleichungen erster Ordnung.* Von F. ERWE und E. PESCHL. 131 Seiten. Bibliographisches Institut, Mannheim 1973.

Dieses Buch befasst sich mit der klassischen Theorie der Differentialgleichungen erster Ordnung. Es enthält neben einer Einführung ein Kapitel über quasilineare Differentialgleichungen, in dem das Cauchyproblem mit Hilfe von Charakteristiken gelöst wird. Ferner werden allgemeinere Differentialgleichungen betrachtet und Begriffe wie Involutionssysteme, Hamilton-Jacobische Differentialgleichungen und kanonische Transformationen besprochen. Am Schluss steht ein Kapitel über den Satz von Cauchy-Kowalewski. Die Darstellung ist klar, und die Beweise sind sehr sauber durchgeführt. Das Hauptgewicht wird auf die analytische Herleitung der Sätze gelegt. Das Buch eignet sich gut zum Selbststudium. Am Ende jedes Kapitels steht eine Sammlung von Aufgaben. Es wäre wünschenswert gewesen, wenn auch einige Beispiele aus der Physik oder Geometrie angegeben worden wären. C. BANDLE

*Einführung in die Geometrie.* Von H. KARZEL, K. SÖRENSEN und D. WINDELBERG. 217 Seiten mit 69 Figuren. DM 19,80. Reihe, Studia mathematica Uni-Taschenbuch, Band 184. Verlag Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1973.

Der Verlag hat seine Studia-mathematica-Reihe mit dem vorliegenden Buch in ein neues Gewand gesteckt; sie erscheint jetzt in preiswerterer Aufmachung im Rahmen der roten Uni-Taschenbücher.

Der Titel des Buches lässt nicht ohne weiteres auf den Inhalt schliessen; genau besehen handelt es sich um eine Einführung in die Grundlagen der Geometrie unter Betonung der neueren algebraischen Betrachtungsweise. Die ersten Kapitel sind den wichtigsten Inzidenzstrukturen gewidmet, nämlich den affinen und projektiven Ebenen sowie den affinen und projektiven Räumen. Die Hierarchie der Schliessungsfiguren wird darin ausführlich behandelt. Im anschließenden Kapitel kommen die zentralen Fragen aus der Anordnungsgeometrie zur Sprache. Die Autoren legen sich diese axiomatische Basis an, um dann daraus schrittweise die euklidische und die hyperbolische Geometrie zu entwickeln.

Die einzelnen Kapitel sind so abgefasst, dass sie unter Zuhilfenahme einer als Einlegeblatt konzipierten Zusammenstellung der verwendeten Axiome auch einzeln lesbar sind. Der stark formalisierte Stil dürfte aber dem direkt angesprochenen Leserkreis doch etwelche Mühe bereiten, weisen doch die Autoren in der Einleitung darauf hin, dass dieses Buch auch schon für Studenten des 1. Semesters und interessierte Oberstufenschüler zugänglich sei. Dies möchte ich sehr bezweifeln. Es erstaunt immer wieder, wie hoch die meisten Hochschullehrer den Verständnishorizont von Studienanfängern in der Mathematik anzusetzen pflegen. Der Grundton dieses Buches ist nämlich recht allgemein und theoretisch; konkreten Modellen zu den diskutierten geometrischen Strukturen begegnet der Leser nur selten.

Wer hingegen bereits in die Geometrie eingeführt ist, der kann sich anhand dieses Buches einen guten Überblick über die neueren Entwicklungen in der axiomatischen Geometrie verschaffen. M. JEGER

*Inzidenzgeometrie.* Von HERBERT ZEITLER. 128 Seiten, 60 Figuren. DM 17,80. Beiträge für den mathematischen Unterricht Band 5. Bayerischer Schulbuch-Verlag, München 1973.

Es ist ein zweckloses Unterfangen, im Mittelschul-Geometrieunterricht deduktives Arbeiten auf der Grundlage des Hilbertschen Axiomensystems einführen zu wollen. Dieses Axiomensystem ist viel zu umfangreich und dadurch unübersichtlich für den Schüler. Auch ein gegenüber dem Hilbertschen leicht modifiziertes, mehr oder minder redundantes System birgt diesen Nachteil in sich. Eine echte Alternative ergibt sich, wenn man sich bloss auf die sogenannten Inzidenzaxiome beschränkt. Die aus diesen Axiomen resultierende Theorie, die Inzidenzgeometrie, eignet sich vorzüglich zur Einführung in axiomatisches, deduktives Arbeiten. Die Mini-Axiomensysteme der Inzidenzgeometrie sind gut überblickbar. Da sie in Beziehung zur Erfahrung des Schülers gebracht werden können und nicht nur rein akademischen Charakter aufweisen, lassen sie sich ohne wesentliche Schwierigkeiten an die Schüler der oberen Gymnasialklassen herantragen. Bereits in unmittelbarer Nähe der Axiome findet man interessante Sätze. Das mühsame Durchbeissen durch einen langatmigen Trivialbereich fällt weg. An elementaren Situationen können mit den Schülern Grundlagen-Fragen erläutert werden. Die Inzidenzstrukturen bieten eine schöne Möglichkeit, den Schüler mit dem Modellbegriff vertraut zu machen.

Das Büchlein von H. Zeitler gliedert sich nach einer motivierenden Einleitung in drei Kapitel: I. Affine Inzidenzgeometrie, II. Projektive Inzidenzgeometrie, III. Vertiefungen und Erweiterungen. Die Kapitel I und II sind analog nach Problemkreisen aufgebaut. Vorerst werden Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit und Vollständigkeit der Axiomensysteme diskutiert. Dann werden elementare Sätze angeführt und Abbildungen auf affinen bzw. projektiven Inzidenzebenen untersucht. Schliesslich ist je ein Abschnitt den algebraischen Modellen der affinen bzw. projektiven Inzidenzgeometrien gewidmet. Es entstehen willkommene Querverbindungen zur Algebra. Im Kapitel II werden weiter die Zusammenhänge zwischen der affinen und der projektiven Inzidenzebene kurz gestreift: durch Adjunktion gelangt man von einer affinen zu einer projektiven Inzidenzebene, und durch Schlitzen erhält man aus einer projektiven Inzidenzebene eine affine. Im dritten Kapitel geht der Autor auf den Begriff des Ovals in endlichen Inzidenzebenen ein und befasst sich mit der Algebraisierbarkeit affiner Inzidenzebenen. Das Büchlein schliesst mit einer hübschen Einführung in allgemeinere Inzidenzstrukturen: Steiner-Trippel-Systeme als spezielle Blockpläne und Blockpläne als spezielle taktische Konfigurationen. Mit diesem Heft, konzipiert für den Mathematik-Unterricht in der Kollegstufe des deutschen Bundeslandes Bayern, leistet der Autor einen bemerkenswerten Beitrag zur neueren mathematischen Literatur mit didaktischem Einschlag. Die zahlreichen Aufgaben, die Hinweise auf ungelöste Probleme und allem voran die behandelte Materie selbst liefern viel Material, welches die Entdeckerfreude von Schüler und Lehrer aufs beste beflügeln dürfte.

C. NIEDERBERGER

*Methoden und Verfahren der mathematischen Physik, Bände 8, 9, 10.* Herausgegeben von B. BROSOWSKI und E. MARTENSEN. 222, 201, 184 Seiten. BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1973.

Diese im Zusammenhang mit Tagungen des mathematischen Forschungsinstitutes Oberwolfach während der Jahre 1971–73 entstandene Artikelserie umfasst vor allem Probleme aus den verschiedensten Kapiteln der Physik sowie theoretische (zum grossen Teil funktionalanalytische) und numerische Beiträge dazu. Nichtlineare Aufgaben werden besonders berücksichtigt. Bei diesen Tagungen steht der Akzent eindeutig auf dem Dialog Physiker–Mathematiker, dabei spielt die Frage der Aufstellung der mathematischen Modelle eine wichtige Rolle.

J. HERSCH

*The Definite Integral.* Von G.M. FICHTENHOLZ. 90 Seiten. £3.65. Gordon and Breach, London 1973.

Bei der unter «Pocket Mathematical Library» erschienenen Serie handelt es sich um eine Übersetzung der «Kleinen Mathematischen Bibliothek», als deren Herausgeber der russische Mathematiker I.M. Gelfand zeichnet. G.M. Fichtenholz behandelt in den Bänden 6 und 7 (frei ins Englische übersetzt durch Richard A. Silvermann) eingehend die elementare Integraltheorie.

Der Autor stellt in Band 7 das bestimmte Integral vor: er bespricht die Grundlagen des Riemann-Integrals, leitet dessen Eigenschaften her und zeigt, wie bestimmte Integrale berechnet werden können. Zum Abschluss verwendet er die entwickelte Theorie zur Herleitung der Taylorsche Formel (mit Integraldarstellung des Restgliedes), für den Beweis der Transzendenz von  $e$  und zur Einführung und Erläuterung der Legendreschen Polynome.

Klare Formulierung und saubere Beweisführung zeichnen den Text aus. Jedem Abschnitt sind Aufgaben beigelegt, die den behandelten Stoff ergänzen. Die zur Lösung dieser Aufgaben notwendigen Ideen sind meistens angegeben.

Bei der handlichen Darstellung wird bewusst die nicht vollständige Unabhängigkeit der einzelnen Bändchen in Kauf genommen; so muss auch bei der Behandlung des bestimmten Integrals oft auf Band 6 (Unbestimmtes Integral) verwiesen werden. Leider fehlen Literaturangaben.

W. HOLENWEIG

*Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Von A. KOLMOGOROFF. 62 Seiten. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Reprint, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

Es ist sehr zu begrüßen, dass die 1933 erstmals erschienene grundlegende Darstellung von Kolmogoroff nun in einem Nachdruck wieder allgemein zugänglich ist. Einer besonderen Empfehlung bedarf diese Darstellung ja nicht mehr: Jeder, der sich mit den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu befassen hat, wird sehr gerne nach ihr greifen. Er wird dabei gerade heute, da so viele Darstellungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung für die verschiedensten Bedürfnisse vorliegen, feststellen, wie erfrischend und klärend auch hier ein Zurückgehen zu den eigentlichen «Quellen» sein kann. – Zu bedauern ist nur, dass der Schrift keine ergänzende Darstellung der neueren Publikationen von Kolmogoroff zu den Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung beigelegt ist!

R. INEICHEN

*Design Methods for Digital Systems.* Von J. CHINAL. Übersetzung aus dem Französischen. 506 Seiten mit 310 Abbildungen. DM 88,-. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

Diese Monographie über die mathematische Komponente in der Theorie der digitalen elektrischen Netzwerke wurde im Hinblick auf die industriellen Anwendungen in Steuerungsautomaten, im Fernmeldewesen und in der Computer-Technik geschrieben. Es handelt sich also primär um eine Arbeitshilfe für den Industrie-Elektroniker. Sie bietet eine gute und leicht verständliche Einführung in die mathematischen Grundlagen, zugleich aber auch eine zusammenfassende Darstellung der bisher entwickelten Verfahren zur Analyse und Synthese sowohl der rein kombinatorischen wie auch der sequenziellen Schaltungen. Da sich das Buch vorwiegend auf der mathematischen und nur gelegentlich auf der technischen Ebene bewegt, kann auch der interessierte Mathematiker daraus einigen Nutzen ziehen; es kann ihm den Zugang zu einem Bereich der angewandten Mathematik verschaffen, der vor allem der Algebra nahesteht.

Der Inhalt wird durch die folgenden Kapitelüberschriften gut abgesteckt: Mengen und Relationen. Positionssysteme. Codes. Schaltalgebra. Mengenalgebra und Aussagenlogik. Boolesche Algebra. Boolesche Funktionen. Geometrische Darstellung Boolescher Funktionen. Anwendungen in der digitalen Schaltungstechnik. Vereinfachung kombinatorischer Netzwerke. Netzwerke mit Folgeverhalten. Analyse und Synthese von Netzwerken mit Folgeverhalten. Zähler.

Das Buch ist übersichtlich und klar abgefasst. Wer über spezielle Fragen zur Schaltalgebra, über arithmetische Kniffe bei der Codierung von Zahlen und beim Umrechnen von Zahlen von einem Positionssystem in ein anderes und dergleichen Probleme Aufschluss sucht, findet darin eine breite Information.

M. JEGER

*Linear and Multilinear Algebra.* Zeitschrift, herausgegeben von M. MARCUS und R. C. THOMPSON. Vol. 1, Number 1, 73. Gordon and Breach, New York-London-Paris.

Es handelt sich um eine neue Zeitschrift, in der Beiträge zur linearen und multilinearen Algebra sowie dazu verwandten Gebieten erscheinen werden. Die Zeitschrift soll sowohl den Theoretiker wie auch den Mathematiker, der in der Industrie beschäftigt ist, ansprechen. Es ist vorgesehen, auch Übersichtsartikel sowie Buchbesprechungen zu publizieren.

G. MISLIN

*Einführung in die Algebra.* Von H. LÜNEBURG. 289 Seiten. DM 19,-. Hochschultext. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1973.

In sieben ausführlichen Kapiteln (Grundbegriffe, Gruppen, aus der Ringtheorie, Vektorräume, lineare Abbildungen und Matrizen, aus der Körpertheorie, Normalformen von linearen

Abbildungen und Matrizen) legt der Autor eine gründliche Einführung in die Algebra vor. Die Lektüre des Buches vermittelt die notwendigen Grundlagen für das Verständnis weiterführender Literatur und Vorlesungen. Die einzelnen Abschnitte werden jeweils durch Aufgaben mit exemplarischem oder aufbauendem Charakter, die durchwegs auf anspruchsvollem Niveau liegen, abgeschlossen. Man empfindet es deshalb als Mangel, dass ein Katalog mit Lösungen oder Lösungshinweisen fehlt. Interessant ist das reichhaltige Angebot an Beispielen und Anwendungen (insbesondere in der Zahlentheorie). Bemerkenswert ist etwa die Behandlung des unter dem Namen Heiratssatz bekannten Satzes über Vertretersysteme in der transfiniten Form von M. Hall jr. im Anschluss an die Diskussion des Zornschen Lemmas.

Das Buch gibt im wesentlichen den Inhalt einer dreisemestrigen Vorlesung wieder. Als Begleittext zu einer entsprechenden Vorlesung kann es empfohlen werden. C. NIEDERBERGER

*Studies in Model Theory.* Von M. D. MORLEY (ed.). 196 Seiten. The Mathematical Association of America. MAA Studies in Mathematics Bd. 8, 1973.

Seitdem der Begriff Modelltheorie in den fünfziger Jahren eingeführt wurde, ist in dieser Disziplin die Zahl der verschiedenen Methoden als auch der Umfang der Begriffsbildungen stark angewachsen. Das vorliegende Buch will nun einige dieser Methoden und deren Resultate vorstellen. Sechs Autoren, von denen jeder Bedeutendes zur Entwicklung der Modelltheorie beigetragen hat, haben je einen Artikel beigegeben. – Unter dem Titel *Back and Forth through Infinitary Logic* führt Jon Barwise eine Art Isomorphiebeziehung zwischen Strukturen für unendliche Sprachen ein, die mit Hilfe der sogenannten  $\langle$ Back and Forth $\rangle$ -Eigenschaft definiert wird. Von den Anwendungen sei speziell der Satz von Ulm auf überabzählbare Gruppen erwähnt. – In seinem Artikel *Nonstandard Analysis* konstruiert A. R. Bernstein Nicht-Standard-Modelle von Hilbert-Räumen unter Verwendung von Ultraprodukten von Strukturen höherer Ordnung und löst darin ein Problem über invariante Teilräume. – Auf dem Umweg über das Studium von saturierten und speziellen Modellen («special models») beweist C. C. Chang in seinem Artikel *What's so special about saturated models?* modelltheoretische Sätze, in denen diese Modelle nicht erwähnt werden. Anwendungen sind Erhaltungssätze («preservation theorems»), Definierbarkeits-, Interpolations- und sogenannte 2-Kardinal-Sätze. – *Forcing and the omitting types theorem* lautet der Titel des Artikels von H. J. Keisler. Darin wird der Begriff des  $\langle$ Forcing $\rangle$  so eingeführt, dass er sich als gemeinsame Basis einer Methode erweist, die sowohl Sätze über das sogenannte Auslassen von Typen als auch das aus der Mengenlehre bekannte  $\langle$ Cohen-Forcing $\rangle$  liefert. Vielfältige Anwendungen auf Gruppentheorie, Höhere Zahlentheorie und Zermelo-Fränkel-Mengenlehre beschließen einzelne Abschnitte. – Als dasjenige Teilgebiet der Logik, das sich mit den Zusammenhängen zwischen Axiomensystemen und ihren Strukturen beschäftigt, hat die Modelltheorie eine natürliche Beziehung zur Algebra, was im Titel *Model Theory as a Framework of Algebra* des Artikels von A. Robinson hervorgehoben wird. Verallgemeinerungen der Begriffe «Algebraisch abgeschlossen» bzw. «Reell abgeschlossener Körper» werden darin erarbeitet. – *The bearing of large cardinals on constructibility* heisst der Artikel von J. H. Silver. Hier dienen modelltheoretische Methoden zur Untersuchung von Zusammenhängen zwischen der Existenz von gewissen «grossen» Kardinalzahlen und der «Konstruierbarkeit» des Universums in Modellen der Zermelo-Fränkel-Mengenlehre. – Das Buch setzt keine Kenntnisse in Mathematischer Logik voraus. Die benötigten Definitionen und Resultate über den Prädikatenkalkül, über Ultrafilter und Ultraprodukte sowie die Axiome der Zermelo-Fränkel-Mengenlehre hat M.-D. Morley als Herausgeber in drei Appendizes beigegeben. – Bestimmt kann man dem zustimmen, was Morley in seinem Vorwort über die sechs beteiligten Autoren schreibt: «Jeder von ihnen hat die beinahe inkonsistente Aufgabe gelöst, einen Artikel zu schreiben, der sowohl dem Experten als auch dem Laien in Modelltheorie etwas bieten kann.» B. SCARPELLINI

*Homologische Algebra.* Von GÖTZ BRUNNER. 213 Seiten. DM 19,-. Bibliographisches Institut, Mannheim 1973.

Das Buch stellt die Ausarbeitung einer 2stündigen Vorlesung dar, die der Autor im Sommer 1969 an der Technischen Universität Berlin gehalten hat. Die 200 Seiten eng beschriebenen Manuskripts müssen allerdings für die Studenten eine reich befrachtete Kost dargestellt haben. In einem ersten Teil werden die grundlegenden kategoriellen Begriffe dargelegt. Der Autor geht dabei so vor, dass er stets mit der Kategorie der R-Moduln beginnt, dort die einschlägigen Begriffe

eriäutert, sie elementefrei formuliert und dann auf allgemeine oder Abelsche Kategorien überträgt. Warum allerdings nicht der umgekehrte, durchsichtigere Weg eingeschlagen wird, ist nicht ganz ersichtlich. Für Leser mit «nur geringen Vorkenntnissen aus der linearen Algebra und keiner Bekanntschaft mit der Kategorientheorie» sind doch Moduln mindestens so abstrakt wie Abelsche Kategorien.

Im zweiten Teil wird die eigentliche homologische Algebra geschaffen. Homologie- und Cohomologie-, abgeleitete und Torsions- und Extensionsfunktoren werden definiert, und ihre wichtigsten Eigenschaften werden bewiesen. Obwohl zahlreiche Bemerkungen die Bedeutung dieser Funktoren für die Algebraische Topologie hervorheben, wird als einziges Anwendungsbeispiel der universelle Koeffizientensatz der Homologie bewiesen. Völlig unverständlich ist die Hinzunahme (als letzte Eintragung im Buch) der Definition von Homologie- und Cohomologiemoduln «multiplikativer Gruppen», ohne dass auch nur ein Satz der Erläuterung vorkommt.

Das Buch beschränkt sich somit auf den rein technischen Aspekt der homologischen Algebra und gibt damit ein ganz und gar schiefes Bild dieser Disziplin. Der Referent muss daher leider seiner Meinung Ausdruck geben, dass das Nichterscheinen dieses Buchs – in dem nebenbei bemerkt nicht eine einzige Aufgabe vorkommt – keine grosse Lücke in der Lehrbuchliteratur hinterlassen hätte.

P. WILKER

*Informationsstrukturen. Eine Einführung in die Informatik.* Von P. HEYDERHOFF und T. HILDEBRAND. 218 Seiten. Bibliographisches Institut, Mannheim 1973.

Das Taschenbuch behandelt einige Begriffe der Computer-Organisation und -Programmierung; sein Titel ist daher nicht sehr treffend gewählt. Leider sind die einzelnen Themen in eher unglücklicher Weise aneinandergereiht. Vor allem aber wegen der vielen unklaren und oft sogar unzutreffenden und bedauerlichen Begriffsbildungen ist das Buch als Lehrmittel ungeeignet. Anhand einiger Auszüge möge sich der Leser selber von diesen Feststellungen überzeugen. – Ein Bit ist die Information, die den Konflikt zwischen zwei Möglichkeiten auflöst. – Sturkturdefinition nennen wir die Beschreibung und Benennung eines komplizierteren Informationsfeldes. – Lifeware = alle Programmierer, die zu einem Computer gehören, d.h. programmierte, frustrierte, manipulierte und austauschbare menschliche Realisierung antropologischer Strukturen. – Eine lineare Liste sei eine Menge  $M$  von Informationselementen mit je zwei Fetch- und Store-Operationen. – Common-Datenblöcke sind Informationsblöcke, die gleiche Blockanfangsadressen haben.

N. WIRTH

*Mathematik für Naturwissenschaftler.* Von J. HAINZL. 311 Seiten mit 55 Figuren. Teubner Studienbücher Mathematik. Bd. 19. DM 29,-. Verlag B. G. Teubner, Stuttgart 1974.

Es gehört heute zur Atmosphäre an der Hochschule, dass Anfängervorlesungen für Mathematiker erstens ganz unten beginnen (die Studenten dürfen und sollen alles vergessen, was sie auf dem Gymnasium gelernt haben) und zweitens in die Form einer abstrakten Breitseite auf die Hörer gegossen sein müssen. Über den Erfolg solcher Lehrveranstaltungen in den untern Semestern sind die Meinungen geteilt. Jedenfalls hat diese Entwicklung dazu geführt, dass für Naturwissenschaftler, Ingenieure und andere Konsumenten von Mathematik gesonderte Anfängervorlesungen gehalten werden müssen. Das vorliegende Studienbuch ist aus einer solchen Einführungsvorlesung für angehende Naturwissenschaftler hervorgegangen. Der Autor hat es vortrefflich verstanden, auf die Bedürfnisse seiner Hörer und allfälliger Leser Rücksicht zu nehmen. Vorausgesetzt wird nur elementarer Schulstoff, auf dem auch vollumfänglich aufgebaut wird. Der Autor hat auch den Mut aufgebracht, auf langatmige Beweise zu verzichten; anstelle allgemeiner Beweise werden häufig Beweise in einfachen Sonderfällen gegeben. Die aufgeworfenen Fragen und die eingeführten Begriffe sind nach Möglichkeit stets von den Anwendungen her motiviert und durch konkrete Beispiele ergänzt. Dem Leser wird auf diese Weise direkt anwendbare Mathematik vermittelt.

Die einzelnen Kapitel tragen folgende Überschriften: 1. Zahlbereiche und Funktionsbegriff. 2. Differential- und Integralrechnung. 3. Die elementaren Funktionen; Fourierreihen. 4. Analytische Geometrie und lineare Algebra. 5. Funktionen von mehreren Veränderlichen. 6. Differentialgleichungen.

Das 4. Kapitel enthält auch einen Abschnitt über Symmetriegruppen, womit besonders die angehenden Mineralogen angesprochen werden. Im Hinblick auf die Bedürfnisse der Natur-

wissenschaften vermisst man höchstens eine kleine Einführung in die Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung und einige konkretere Ansätze in Richtung auf die Numerik.

Das Buch ist sehr gut auf den Verständishorizont von Studienanfängern in den Naturwissenschaften angepasst und dürfte sich sowohl als Begleittext zu einer erstsemestrigen Vorlesung wie auch zum Selbststudium bestens eignen.

M. JEGER

*Biologische Kybernetik, Regelungsvorgänge in Organismen.* Von RAINER RÖHLER. 180 Seiten. 76 Abbildungen. 31 Übungsaufgaben. DM 19,80. Teubner, Stuttgart 1974.

Das Buch beginnt mit einer sorgfältigen Einführung in die Begriffswelt der Übertragung und der Verarbeitung von Signalen im Hinblick auf Steuerungsvorgänge in Organismen. Schon bald wird die qualitative Beschreibung zugunsten einer quantitativen Analyse verlassen, bei der der Leser ohne Kenntnisse der Differential- und Integralrechnung sowie der Theorie der komplexen Funktionen nicht mehr Schritt halten kann.

Der Hauptteil des Buches ist den linearen Systemen gewidmet, wobei als Beispiele der Pupillenregelkreis, die Regulation des Blutzuckers und der Körpertemperatur im Vordergrund stehen.

Kürzere, zum Teil sehr gedrängte Abschnitte befassen sich mit zufallsgestörten Signalen (Auto- und Kreuzkorrelation), mit mehrfach gekoppelten Systemen (Matrizendarstellung), sowie mit nichtlinearen Systemen. In einem Anhang werden Lösungen für die über dreissig Übungsaufgaben ausführlich erläutert. Sehr wertvoll sind die zahlreichen Hinweise auf die Originalliteratur.

Im deutschen Sprachbereich existiert kein vergleichbares Buch. Es eignet sich vor allem für solche Biologen, die sich auf Kybernetik spezialisieren wollen, dann aber auch für Physiker und Ingenieure, die sich für biologische Probleme interessieren. Auch der Mathematiklehrer, der an Schulen naturwissenschaftlicher oder technischer Richtung unterrichtet, wird darin Anregungen finden.

E. BATSCHELET

*Computability and Logic.* Von G. S. BOLOS und R. C. JEFFREY. 262 Seiten. £4.—. Cambridge University Press, 1974.

Das Hauptthema dieses Buches ist eine Darstellung der klassischen Unentscheidbarkeits- und Unvollständigkeitsresultate der formalen Zahlentheorie. Dazu präsentieren die Autoren zuerst die Grundbegriffe der Berechenbarkeit «im Prinzip», d.h. der rekursiven Funktionen anhand einerseits der Turing-Maschinen, andererseits der «Abakus-Berechenbarkeit» welche eine Abart der wohlbekannten Registermaschinen darstellt). Das meiste Material ist auch aus andern Lehrbüchern wohlbekannt, doch gibt es eine Reihe wohlgelungener Zutaten. Wir nennen: Unlösbarkeit des «busy beaver»-Problems; Nicht-Standardmodelle der Arithmetik; Definierbarkeit und Forcing; Entscheidbarkeit der additiven Zahlentheorie und der monadischen Logik; elementare Modelltheorie.

E. ENGELER

*Einführung in die Algebra.* Von R. KOCHENDÖRFER. 352 Seiten. Vierte, neubearbeitete Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1974.

Der Autor hat seine bewährte Einführung in die Algebra im Zusammenhang mit einer Ausgabe in englischer Sprache (vgl. *El. Math.* 1974, Heft 2) einer Umarbeitung unterzogen. Die vorliegende vierte Auflage unterscheidet sich nur unwesentlich von der englischen Fassung.

Das Hauptziel des Buches ist nach wie vor, dem Leser eine sichere Beherrschung der algebraischen Grundbegriffe zu vermitteln, wobei die Akzente im Sinne der neueren Entwicklungen etwas verschoben worden sind. Die Zahl der Aufgaben wurde erheblich vermehrt. Es sei besonders herausgestellt, dass der Verfasser das frühere Konzept beibehalten hat, nicht alle Zusammenhänge gleich in grösstmöglicher Allgemeinheit darzulegen. Das Buch ist daher auch nach der Neubearbeitung eine echte Einführung in die Algebra geblieben, und es dürfte manchem angehenden Mathematiker ein zuverlässiger Studienbegleiter sein.

M. JEGER

*Schaltkreistheorie.* Von G. HOTZ. 336 Seiten. DM 58,—. Walter de Gruyter, Berlin 1974.

Syntheseproblem und Optimierungsproblem der Schaltkreistheorie sind nicht nur von eminent praktischer Bedeutung sondern können auch, wie es in diesem Buch getan wird, ins Zentrum

einer ergiebigen und schönen mathematischen Theorie gesetzt werden. Der Verfasser versteht es, didaktisch geschickt elementare und anschauliche Einführungen in die Theorie der monoidalen Kategorien (Eilenberg) und der Galois-Theorie Boolescher Algebren mit Anwendungsbeispielen (Addieren und Multiplizieren) über Schaltfunktionen zu vermischen.

Diese Entwicklung des Problemkreises findet man zum ersten Mal hier dargestellt. Sie ist im wesentlichen dem Verfasser und seinen Schülern zu verdanken.

Es ist bedauerlich, dass die Typographie dieses ausgezeichneten Buches stellenweise sehr zu wünschen übrig lässt. E. ENGELER

*System Theory—A Unified State-Space Approach to Continuous and Discrete Systems.* Von L. PADULO und M. ARBIB. 779 Seiten, 253 Figuren. £8.35. W. B. Saunders Comp., Philadelphia 1974.

Die Autoren betrachten Systemtheorie im umfassenden Sinne, also als Theorie über folgende Typen von Systemen:

$X$  die Menge der Zustände des Systems (möglicherweise endlich);  $U$  die Menge der Eingabegrößen (welche zum Beispiel zur Kontrolle des Systems verwendet werden können);  $Y$  die Menge der Ausgabegrößen,  $T$  die Zeitmenge (eine möglicherweise diskrete Teilmenge der reellen Zahlen);  $\Omega$  die Menge der zulässigen Eingabefunktionen  $U: T \rightarrow U$  ( $\Omega$  ist abgeschlossen gegen stückweises Zusammensetzen);  $\Phi: T \times T \times X \times \Omega \rightarrow \Omega$ , die Zustandsänderungsfunktionen, welche jede Anfangszeit  $t$  und Endzeit  $t'$ , jedem Anfangszustand  $x$  und jeder zulässigen Eingabefunktion  $u$  den Endzustand  $x'$  zur Zeit  $t'$ , zuordnet (und gewissen Konsistenz- und Kausalitätsbedingungen genügt);  $\eta: T \times X \rightarrow Y$  die Ausgabefunktion.

Die Begriffe der Kontrollierbarkeit (kann man durch geeignete Eingaben einen Endzustand erzwingen?), Beobachtbarkeit (kann aus dem Verhalten eines Systems auf dessen Zustand geschlossen werden?), der Realisierbarkeit (kann ein Verhalten durch ein – lineares? – System beschrieben werden?), und der Optimierung der Kontrolle können nun in sauberer allgemeiner Weise definiert und zum Beispiel mittels Kalmans Dualitätssatz miteinander verknüpft werden.

Gemäss der Allgemeinheit des Ansatzes kommen in diesem Buche die verschiedensten Gebiete der Mathematik zum Zuge, von linearer Algebra über Stabilitätstheorie bis zur Kategorientheorie. E. ENGELER

*Map Color Theorem.* Von G. RINGEL. 191 Seiten mit 176 Figuren. DM 54,-. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 209. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1974.

Lässt sich jede Landkarte auf einer geschlossenen orientierbaren Fläche vom Geschlecht  $p$  mit  $n$  Farben, nicht aber mit  $n-1$  Farben zulässig färben, dann heisst  $n$  die chromatische Zahl der Fläche  $S_p$ . 1890 konnte Heawood zeigen, dass die chromatische Zahl  $\chi(S_p)$  für  $p \geq 1$  der Ungleichung

$$\chi(S_p) \leq \left\lceil \frac{7 + \sqrt{1 + 48p}}{2} \right\rceil$$

genügt. ( $\lceil x \rceil$  bezeichnet den ganzzahligen Teil von  $x$ .) Heawood sprach zugleich die Vermutung aus, dass stets das Gleichheitszeichen gelte. In der mathematischen Fachwelt nannte man diese Vermutung das *Kartenfärbungsproblem*.

Seit 1968 steht die Lösung des Kartenfärbungsproblems fest. Mit zahlreichen subtilen Fallunterscheidungen konnte man schrittweise das Gleichheitszeichen durchgehend bestätigen. Ringel hat einen wesentlichen Anteil an der sehr aufwendigen Beweisführung.

Das vorliegende Buch ist eine zusammenfassende Darstellung der Lösung des Kartenfärbungsproblems. Die reizvollen kombinatorischen Methoden, die in den letzten 10 Jahren auf die Heawoodsche Vermutung angesetzt worden sind, werden vollständig und leicht verständlich dargelegt. Der Autor hat auch alle benötigten Sätze aus der Graphentheorie in den Text einbezogen; der Leser braucht also keine besondern Vorkenntnisse aus diesem Gebiet. 75 hübsche Übungsaufgaben aus der Graphentheorie regen den Leser dazu an, einzelne Fragestellungen etwas tiefer zu überdenken.

Für  $p = 0$  liefert die Heawoodsche Formel  $\chi(S_0) = 4$ , d. h. den Wert, der schon lange für die Kugel vermutet wird. Dieses sogenannte *Vierfarben-Problem* ist aber bis heute immer noch nicht gelöst.

Ringel hat mit seinem Buch nicht nur den Zugang zum Kartenfärbungsproblem wesentlich leichter gemacht. Er hat damit zugleich auch einen gewichtigen Beitrag zur anschaulichen Geometrie geleistet. Auch in der zeitgenössischen Mathematik ist offenbar noch Platz für echte Geometer.

M. JEGER

*Numerische Methoden bei Optimierungsaufgaben, Bd. 2, Tagungsbericht.* Herausgegeben von L. COLLATZ und W. WETTERLING. 165 Seiten. Fr. 39.–. Birkhäuser, Basel 1974.

Im vorliegenden Band enthalten sind Vortragsauszüge der Tagung über Numerische Methoden bei Optimierungsaufgaben im November 1973 in Oberwolfach. Im Mittelpunkt standen dabei Vorträge über nichtlineare Optimierungsfragen sowie die numerische Behandlung von Fragen der Steuerung.

Ein grösserer Teil der Vortragsauszüge, die im vorliegenden Band enthalten sind, skizziert die behandelten Themen nur, orientiert, worüber in Oberwolfach gesprochen wurde, ohne ins Detail zu gehen. Zum Teil wird auf andere Publikationen verwiesen oder solche in Aussicht gestellt. Längere Beiträge befassen sich mit numerischen Optimierungsproblemen bei Vorhandensein gewisser Invarianzeigenschaften (Walter Förster), mit der numerischen Behandlung restringierter Optimierungsaufgaben mit der Courantschen Penalty-Methode (Klaus Glashoff), mit Rundungsfehlern in der linearen Optimierung (Werner Junginger) und mit der Konvergenzordnung gewisser Rang-2-Verfahren zur Minimierung von Funktionen (G. Schuller, J. Stoer).

Insgesamt ermöglicht der Band dem Leser eine Übersicht über die in Oberwolfach vorgetragenen Arbeiten, obwohl durch Fehler im Druck zwei Beiträge verstümmelt sind. M. FÜLLEMANN

*Mathematik für Biologen.* Von K. P. HADELER. 232 Seiten. DM 14,80. Heidelberger Taschenbücher, Bd. 129, Springer, Berlin 1974.

Der Autor behandelt in 77 Paragraphen ein breites Spektrum mathematischer Themen in elementarer, aber sehr konzentrierter Darstellung. Der erste Teil führt ein in die Differential- und Integralrechnung. Dann folgen Kapitel der linearen Algebra und der Theorie der Differentialgleichungen und Systeme von Differentialgleichungen. Auf eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung folgen Abschnitte über das Schätzen von Parametern und das Testen von Hypothesen; insbesondere ist der Wilcoxon-Rangtest behandelt.

Jeder Paragraph wird von einer Anzahl Aufgaben beschlossen. Viele Anwendungen auf biologische Probleme (zum Beispiel verschiedene Räuber-Beute-Modelle, das Hardy-Weinberg-Gesetz, das Hodgkin-Huxley-Nervenmodell) motivieren den Leser und viele graphische Darstellungen erleichtern das Verständnis.

M. GAUGLHOFER

*Physik, Lehrbuch für Unterricht und Selbststudium.* Von O. HÖFLING. 1056 Seiten. F. Dümmler Verlag, Bonn 1975.

Die drei Teilbände des neuen Physiklehrbuches von O. Höfling sind hier bereits einzeln besprochen worden. Es bleibt nachzutragen, dass nun auch die einbändige Gesamtausgabe, mit über 1000 Seiten Text und fast ebenso vielen Abbildungen, erschienen ist. Der in jeder Hinsicht «gewichtige» Band vereinigt in der schon bei den Teilbänden anerkannten Qualität ein Maximum an Themen und Gegenständen, die in der Mittelschulphysik – wenn überhaupt – je zur Behandlung kommen könnten.

F. GIMMI

## Mitteilung

Am 11. Mai 1976 feiert Herr Professor Dr. Ernst Trost seinen 65. Geburtstag. In grosser Dankbarkeit für seinen unermüdlichen Einsatz für die «Elemente der Mathematik» entbieten ihm seine Redaktionskollegen ihre herzlichsten Glückwünsche zu diesem Anlass. Sie danken ihm auch ganz besonders für die angenehme Zusammenarbeit und hoffen, dass diese noch viele Jahre weiterbestehen könne.

M. Jeger, J. Rätz