

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 31 (1976)  
**Heft:** 1

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 21.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

bildet man für  $s = 1, \dots, r$  ( $r \leq m$ ) aus

$$J_{is} := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n \mid x_j = 0 \text{ für } j \neq i, 0 \leq x_i \leq s-1 \text{ oder } s \leq x_i \leq m\}$$

die Mengen

$$A_s := J_{1s} \times J_{2s} \times \dots \times J_{ns}$$

und betrachtet den Restkörper

$$R_{m,r} := W_m \setminus \bigcup_{s=1}^r A_s.$$

Man berechne den Volumeninhalt dieses Restkörpers und formuliere das Resultat mit Hilfe der Stirling-Zahlen 2. Art:

$$S_{k,r} := \frac{1}{r!} \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} (r-i)^k.$$

b)  $n$  Urnen enthalten je  $m$  mit den Nummern  $1, \dots, m$  numerierte Lose. Aus jeder Urne werde genau ein Los gezogen. Welches kombinatorische Abzählproblem wird durch das Resultat von a) gelöst? R. Wyss, Flumenthal SO

## Literaturüberschau

*Giuseppe Peano.* Von HUBERT C. KENNEDY. 31 Seiten. Fr. 14.50. El. Math. Beiheft Nr. 14. Birkhäuser Verlag, Basel 1974.

Es ist sehr erfreulich, dass mit Heft Nr. 13 (über Emmy Noether) und mit dem vorliegenden Heft Nr. 14 die Reihe der «Kurzen Mathematiker-Biographien» nach längerem Unterbruch wieder fortgesetzt wird! – Wer an der Entwicklung der Mathematik interessiert ist, greift stets sehr gerne zu diesen Heften und wird es zu schätzen wissen, durch die ansprechende Darstellung von H. C. Kennedy Näheres über das Leben und vor allem auch über die Arbeiten von Giuseppe Peano zu erfahren: Es sind hier nicht nur die «Axiome von Peano» zu erwähnen; der Leser erfährt auch von seinen Büchern über Differential- und Integralrechnung («ein mustergültiges Beispiel präziser Darstellung und strenger Schlussweise»), über die geometrischen Anwendungen der Infinitesimalrechnung und über die Ausdehnungslehre von Grassmann. Recht ausführlich werden dann seine verschiedenen Arbeiten zur Logik und zu den Grundlagen der Arithmetik und der Geometrie geschildert und seine – vor allem aus diesen Arbeiten hervorgegangenen – Kontakte mit andern Gelehrten. Und zum Schluss vernimmt man – dies dürfte für manchen Leser eine Überraschung bedeuten – von seinen Bemühungen, eine internationale, allgemein verständliche Hilfssprache der Wissenschaften zu schaffen, ein «Latino sine flexione». – Auf S. 16 wäre noch eine Korrektur vorzunehmen: Es handelt sich wohl nicht um die «Erhaltung des Trägheitsmomentes», sondern um die «Erhaltung des Drehimpulses» (Peano hat sich nämlich auch mit dem Problem der «fallenden Katze» beschäftigt!). R. INEICHEN

*Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, Zehnjahres-Register.* 83 Seiten. Dümmler, Bonn 1974.

Das vorliegende Zehnjahres-Register der Zeitschrift MNU umfasst die Jahrgänge 16 bis 25 (1963/64 bis 1972); sein wohl wichtigster Teil ist das Sachverzeichnis in Form eines Stichwortregisters. Anschliessend folgt ein Verzeichnis der Aufsätze, Berichte und Mitteilungen, welches als Autorenregister angelegt ist. Der dritte Teil ist ein Register der rezensierten Bücher, geordnet nach den Namen der Verfasser. Leider ist das vorangehende Fünfzehnjahres-Register der Jahrgänge 1 bis 15 vergriffen. H. WALSER

*Die Kunst des Sehens in der Mathematik.* Von BRUNO DE FINETTI. Aus dem Italienischen übersetzt von L. Bechtolsheim. 91 Seiten. Fr. 28.—. Wissenschaft und Kultur, Band 28. Birkhäuser, Basel und Stuttgart 1974.

Dieses unter dem Titel *Il « saper vedere » in matematica* im Jahre 1967 erstmals in Italien herausgekommene Buch darf man wohl in der Nähe der zahlreichen Arbeiten von Polya zur Heuristik ansiedeln. De Finetti nimmt in bezug auf den mathematischen Unterricht denselben Standpunkt ein wie Polya; ein Standpunkt, der heutzutage leider sehr oft viel zu wenig beachtet, gewürdigt und eingenommen wird. Doch unterscheiden sich die Darlegungen von de Finetti von denen Polyas vor allem dadurch, dass besonders starke Akzente auf jene Nahtstellen gesetzt worden sind, an denen die Mathematik mit ihren Anwendungen verknüpft ist. Die zahlreichen Beispiele sind fast alle der Schulmathematik entnommen. Sie sind elementar dargestellt und werden einfach und anschaulich diktiert; stets wird der Unterricht anvisiert, und immer wieder werden Anregungen gegeben, wie schwierigere Sachverhalte behandelt werden könnten. Aus dem Inhalt: Wie man über ein Problem nachdenken soll – Die Kunst, das Leichte zu erkennen – Über Sonderfälle nachdenken – Wie fruchtbar ein dynamisches Bild sein kann – Warum und wie man sich mit Approximationen befassen soll – Wie man im Rahmen der Wahrscheinlichkeitslehre denken soll. – Ein Buch, das von vielen Mathematiklehrern, vor allem auch der Sekundarschulstufe, gelesen werden sollte!

R. INEICHEN

*Vorlesungen zur Entwicklungsgeschichte der Mechanik.* Von M. FIERZ. 97 Seiten. DM 16,—. Springer, Berlin 1972.

Die Erwartungen, die man in dieses Buch setzen mag, wenn man beim Autor Vorlesungen gehört hat, werden nicht enttäuscht. Mit Witz und historischem Einfühlungsvermögen wird die Entwicklungsgeschichte der Mechanik vom Altertum bis zu Newton verfolgt. Beginnend mit Platos Kosmologie werden die Syllogismen des Aristoteles in ihrer Beziehung zu dessen Lehre des Gleichgewichts, die archimedische Axiomatik des Schwerpunkts, u.a., für die Begriffsbildung der Mechanik Wesentliches, beschrieben. An einem Beispiel wird gezeigt, wie schön und schwerfällig die der modernen Formelsprache entbehrenden Beweise waren. Besonders interessant scheint mir die Diskussion der Beiträge der Scholastik zur Kinematik sowie des Impetus Buridans. Amüsant ist Keplers Herleitung des Flächensatzes aus falschen Voraussetzungen. Einen weiteren Höhepunkt bilden die Stossgesetze des Descartes. Mit einer ausführlichen Würdigung Newtons schliesst das Buch. Es sei jedem empfohlen, der sich für die geschichtlichen und philosophischen Hintergründe der heutigen Mechanik interessiert.

H. BRAUCHLI

*Physik.* Von O. HÖFLING. Band II, Teil 3: Quanten und Atome. VII, 306 Seiten. 140 Abbildungen. Dümmler, Bonn 1974.

Die Teile 1 und 2 des vollständig neu bearbeiteten Physiklehrbuches von O. Höfling (Physik II) sind hier bereits besprochen worden. Nun liegt in der gleichen, äusserst gediegenen Aufmachung auch der dritte Teilband, Quanten und Atome, vor. Wie bei den ersten beiden Teilen verdienen auch hier Auswahl, Gliederung und Darstellung des Stoffes sowie methodische, textliche und graphische Gestaltung hohe Anerkennung.

Die Einteilung des Bandes folgt der in den bisherigen Lehrbüchern Höflings bewährten, jedoch um viele neue Angaben erweiterten Anordnung: Grundlagen der Quantenphysik – Grundlagen der Atomistik – Physik der Atomhüllen – Physik der Atomkerne – Physik der Elementarteilchen – Naturphilosophische Aspekte der modernen Physik. Dabei sind auch die aus früheren Auflagen übernommenen Teile textlich und bezüglich der vielen anschaulichen Figuren vollständig neu überarbeitet und verbessert worden. Besonders wertvoll sind Zusammenstellungen von Daten z. B. über Elementarteilchen oder Transurane, die sonst mühsam aus verschiedenen Tabellen zusammengesucht werden müssten.

Der vorliegende Teilband 3 schliesst die Gesamtausgabe von Physik II vorteilhaft ab. Er wird in der Hand von Lehrern und auch Schülern (beim Selbststudium) wertvolle Dienste leisten, kann aber auch interessierten Lesern, deren eigener Physikunterricht schon einige Zeit zurückliegt, zur Auffrischung und Ergänzung persönlichen Wissens bestens empfohlen werden.

F. GIMMI

*Ring Theory, Proceedings of the Oklahoma Conference.* Herausgegeben von B. R. McDONALD, A. R. MAGID und K. C. SMITH. XIX, 295 Seiten. \$7.75. Lectures notes in pure and applied Mathematics 7. Dekker, New York 1974.

Ce livre est le 7<sup>e</sup> d'une nouvelle collection de Lecture Notes. Il rassemble les actes d'une conférence tenue en mai 1973 à Oklahoma et consacrée aux tendances actuelles en théorie des anneaux. Chacun des quinze exposés donne une présentation générale d'une direction de recherches. Comme toujours, le résultat est d'intérêt inégal. L'exposé de Jacobson sur les algèbres à identités polynomiales est particulièrement intéressant. Il me semble que cet article devrait permettre à un mathématicien qui n'est pas un spécialiste en algèbre de réaliser quels types de problèmes sont étudiés aujourd'hui dans un domaine important de cette discipline.

M.-A. KNUS

*Die Natur und das Göttliche.* Von WALTER HEITLER. 136 Seiten. Fr. 13.80. Klett & Balmer, Zug 1974.

Mit dieser Schrift, die keine besonderen naturwissenschaftlichen Kenntnisse voraussetzt, will Heitler Menschen, die sich «von dem Morast des heutigen Materialismus» befreien möchten, «eine kleine Hilfe» (9) bieten. Er geht von der Natur aus, macht aber bewusst nicht Halt «vor metaphysischen und religiösen Fragen» (10). So nimmt er neben der irdischen materiellen eine «rein geistige, transzendente Welt» (18) an. Auf diese weisen die Begriffe und Gesetzmässigkeiten in der Mathematik wie die physikalischen, chemischen und biologischen Gesetze hin. Heitler wertet sie als «Idealgebilde», «Urbilder» im Sinne Platos. Beide Welten sind Schöpfungen «eines unendlich überlegenen Geistes» (38), den wir Gott nennen. Da jede Stufe der Natur (die leblose Materie, das pflanzliche, tierische und menschliche Leben) «eine wesentlich neue Kategorie des Seins» (102) aufweist, muss sogar von vier verschiedenen Schöpfungsakten gesprochen werden. Auch das «Diabolische» ist bei der Gestaltung der heutigen Welt am Werk gewesen (127). Die heutige Natur weist deutliche Züge eines diabolischen Einflusses auf. – Im letzten Kapitel bemüht sich Heitler – er stützt sich dabei auf die christliche Offenbarung, die er zu eigenwillig auslegt –, die Frage nach der Zukunft der Menschheit zu beantworten. Die Linie «führt zu Menschen, die noch mehr vom Geist durchdrungen sind und deren Körper noch transparenter für das Geistige geworden ist» (117).

Heitler ist überzeugt, «dass Natur und Naturwissenschaft sehr viel mit dem Göttlichen zu tun haben» (14). Ob er auch den kritischen Leser dieser Schrift davon zu überzeugen vermag, ist fragwürdig.

P. OTWIN SPIESS, OP

*Algebraische Strukturen.* Von A. BELL. 184 Seiten. Heft 6 der Einzelschriften zur Gestaltung des mathematisch-physikalischen Unterrichts. Rüber Verlag, Luzern 1973.

Es handelt sich um eine freie Übersetzung aus dem Englischen; das Original erschien 1966 in der Reihe *Mathematical Studies*. Motiv zur Entstehung dieses Buches scheint die Einsicht gewesen zu sein, dass der Mathematik-Unterricht, will er etwas zum Verständnis der heutigen Kultur und ihrer Belange beitragen, an den mathematischen Strukturen nicht mehr vorbeisehen darf. So sind nahezu die hinteren zwei Drittel des Buches der Untersuchung der Gruppen gewidmet, mit angemessener Berücksichtigung der Ring- und Körperstruktur und mit zahlreichen Anwendungen. In den einleitenden Kapiteln kommen Axiomensysteme und Modelle zur Sprache, gefolgt von einem axiomatischen Aufbau der wichtigsten Zahlbereiche. Schliesslich leitet ein Kapitel über Abbildungen und Verknüpfungen zum Hauptteil über.

Das Buch, das sich an die Mathematiklehrer der Mittelschulen wendet, bringt von den algebraischen Strukturen ziemlich genau das, was man mit Schülern behandeln könnte und mit wenigen Ausnahmen auch sollte. Der Stoff wird mit bemerkenswertem didaktischem Geschick dargeboten, eigentlich so, wie er direkt an die Schüler herangetragen werden könnte. Ein Versuch, das Buch im Klassenunterricht zu verwenden, dürfte sich lohnen.

Immerhin muss auch auf einige Mängel hingewiesen werden. So bestehen im Bereich zwischen den heuristischen Einstiegsphasen und den anschliessenden deduktiven Teilen da und dort Unklarheiten, da der Autor gelegentlich – mit oder ohne Absicht – dieses oder jenes ungesagt oder offen lässt. Dass z. B. die Definition von Ring und Körper unvollständig ist, hätte eigentlich nicht passieren dürfen.

W. HÖHN

*Modelltheorie.* Von G. KREISEL und J.-L. KRIVINE. XVI, 276 Seiten. DM 28,-. Springer, Berlin 1972.

Die französische Originalfassung dieses Buchs erschien 1966, eine englische Übersetzung 1967. Bei jeder Übersetzung hat der Hauptautor (G. KREISEL) den Text überarbeitet und erweitert. Das Buch ist inzwischen bereits zu einem «Klassiker» geworden. Es führt in die Mathematische Logik, genauer gesagt in die Modelltheorie ein; beweistheoretische Fragen werden, wenigstens im Hauptteil des Buchs, nur gestreift. Die recht umstrittenen Eigenarten des Hauptverfassers machen auch das Buch eigenartig, und man muss sich erst an seinen Aufbau gewöhnen, bevor man den ausgezeichneten Inhalt genießen kann.

Der erste Teil (rund 190 Seiten) schildert einerseits die übliche Modelltheorie für Aussagen- und Prädikatenkalkül, bringt andererseits Theorien, die sonst selten in Lehrbüchern auftreten, wie den mehrsortigen Prädikatenkalkül und Formeln zweiter Stufe bzw. unendlicher Länge. Das ist im Sinne des Verfassers, der den Leser vor Vorurteilen bezüglich der zu verwendenden Sprachen befreien will. Auf die Darstellung der jeweiligen Theorie folgt ein Aufgabenteil, der die Anwendungen auf die «gewöhnliche» Mathematik erörtert. Aber jede Aufgabe wird von einer vollständig durchgearbeiteten Lösung begleitet, was einfach eine Fortsetzung des Textteils unter erschwerten Umständen ergibt.

Der zweite Teil, der rund 90 Seiten umfasst, ist eine äusserst schwer zu lesende Darstellung der mengentheoretisch-semantischen und der kombinatorischen Grundlagen der Mathematik in der Sicht von Kreisel, der eine spezielle Sorte Intuitionismus vertritt. Das ist nicht jedermanns Sache und sicherlich erst nach umfangreichen Studien des ganzen Fragenkomplexes zu verstehen. Der Hauptteil des Buchs ist aber so reich an wichtigen Ergebnissen, dass ein an den Grundlagen der Mathematik nicht sonderlich interessierter Leser ruhig den Schlussteil auf der Seite lassen kann und immer noch erheblich vom Buch profitieren wird.

P. WILKER

*Lineare Algebra und analytische Geometrie, Band 1, Band 2, Übungen zu Band 1 und 2.* Von W. KLINGENBERG und P. KLEIN. Band 1: XII und 288 Seiten; 1971. Band 2: XVIII und 404 Seiten; 1972. Übungen: VIII und 172 Seiten. BI-Hochschultaschenbücher Bände 748, 749, 750. Bibliographisches Institut, Mannheim-Wien-Zürich.

Inhalt der Bände 1 und 2: Überblick über logische Symbole und Mengensymbole. I. Algebraische Grundbegriffe (Mengen und Abbildungen; Familien; Gruppen; Gruppenhomomorphismen; Äquivalenzrelationen und Quotientengruppen; geordnete Mengen und Verbände; Ringe und Körper; Darstellungen von Gruppen). II. Vektorräume und lineare Abbildungen. III. Determinanten. IV. Normalformenproblem für quadratische Matrizen. V. Euklidische und unitäre Vektorräume.

Das vorliegende Werk entspricht einer zweisemestrigen Bonner Anfängervorlesung des erstgenannten Autors und eignet sich dank seiner fachlich und technisch sorgfältigen, ausführlichen und mit vielen Beispielen durchsetzten Präsentation ausgezeichnet für den Studienanfänger, ebenso gut aber für das Selbststudium. Dem Fortgeschrittenen dient es als nützliches Nachschlagewerk. Unseres Erachtens erreichten die Autoren mit ihrem Kapitel I das von ihnen gesteckte Ziel, die Lücken zwischen «Schul-» und «Hochschulmathematik» überbrücken zu helfen, tatsächlich.

Einige Besonderheiten verdienen spezielle Erwähnung: Als Skalarbereiche werden zunächst kommutative Ringe mit Einselement gewählt, und entsprechend wird die Theorie der (unitären) R-Moduln ein gutes Stück weit entwickelt (Kap. II). Von der Sache her ist es natürlich dann notwendig, sich für gewisse Themen auf Vektorräume über Körpern zu beschränken. Als Spezialitäten dürfen hier wohl auch die semilinearen Abbildungen und die Einschränkung des Skalarbereichs (§ 22), der Satz von Frobenius über reelle endlichdimensionale Divisionsalgebren (§ 33) und der Satz von Wedderburn über endliche Schiefkörper (§ 34) gelten. Für die Zwecke des Kapitels IV wird auch die Theorie der Polynome ausführlich entwickelt. In Kapitel V findet der Leser viele Gedanken, die den Anfangsgründen der Funktionalanalysis zugerechnet werden können.

Das Übungsbuch bringt in einem ersten Teil kapitelweise gegliederte Übungen und Ergänzungen und im zweiten die Folge der in den Jahren 1971/72 effektiv gestellten schriftlichen und mündlichen Übungen zur Vorlesung (ohne Lösungen, jedoch mit gelegentlichen Hinweisen). Es schliesst mit Anhängen über die Gruppen bis zur Ordnung 11, über Lernhilfen zu den Kapiteln I und II und einer Liste von Errata.

J. RÄTZ

*Modelltheorie II.* Von W. SCHWABHÄUSER. 123 Seiten. DM 9,90. Bibliographisches Institut, Mannheim–Wien–Zürich 1972.

Seit Hilbert hat es auf den meisten Universitäten Vorlesungen über «Grundlagen der Mathematik», «Axiomatik» und dergleichen gegeben. Die Entwicklung der mathematischen Logik, insbesondere der Modelltheorie gestattet es nun, diesem Stoff eine moderne und mathematisch befriedigende Form zu geben. Der Autor hat es verstanden, in diesem knapp und klar geschriebenen Büchlein die zentralen Begriffe und Resultate der elementaren Modelltheorie auszuwählen, und mit einigen Beispielen ihrer Anwendung in der Axiomatik der Elementarmathematik zu illustrieren. Leider wurde dies bei den Kapiteln 5 und 6 unterlassen. Als erste Einführung in das Gebiet ist das vorliegende Büchlein sehr zu empfehlen.

E. ENGELER

## Mitteilungen

### *An die Abonnenten und Autoren der «Elemente der Mathematik»*

Mit der Herausgabe des 31. Bandes der «Elemente der Mathematik» ist die Zeitschrift in den Besitz der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft übergegangen. Diese Massnahme wurde getroffen, um die Weiterführung der von Herrn Prof. L. Locher-Ernst gegründeten und seit 1946 erscheinenden Zeitschrift auch in Zukunft zu einem Abonnementspreis, der für individuelle Abonnenten tragbar sein soll, zu ermöglichen.

Das Verlagsrecht wird weiter vom Birkhäuser Verlag geführt, so dass die äussere Form der Zeitschrift beibehalten werden kann.

Das bisherige Redaktionskomitee hat sich bereit erklärt, die Herausgabe der Zeitschrift weiterzuführen, und zwar im Rahmen des bestehenden Arbeitsbereiches der «Elemente der Mathematik». Ich möchte den Redaktoren, Herrn Prof. M. Jeger, Herrn Prof. J. Rätz und Herrn Prof. E. Trost im Namen der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft dafür unseren besten Dank aussprechen.

Auf Wunsch des Redaktionskomitees wurden die folgenden personellen Ergänzungen vorgenommen. Ab 1. Januar 1976 hat Herr Dr. H. Kappus (Basel) die Verantwortung für die Aufgabenredaktion übernommen. Damit ist Basel wieder in der Redaktion vertreten, nachdem Herr Prof. Buchner aus gesundheitlichen Gründen austreten musste. Ebenso ist Herr Prof. J. Steinig (Genf) dem Redaktionskollegium beigetreten, womit auch eine französischsprachige Universität in der Redaktion vertreten sein wird.

Heinrich Kleisli, Präsident der SMG

Seine 67. Hauptversammlung hält der *Deutsche Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts* vom 11. bis 15. April 1976 in den Räumen der Technischen Hochschule Darmstadt ab. Zu der Tagung werden über 1500 Lehrer von Hoch- und allgemeinbildenden Schulen erwartet. In Vorträgen, Demonstrationen, Praktika und Diskussionen werden Probleme aus Forschung und Unterricht in den Fächern Mathematik, Physik, Chemie und Biologie jeweils unter einem besonderen Rahmenthema behandelt.

Nähere Auskünfte erteilt: StD Horst Lochhaas, D-6101 Rossdorf, Ringstr. 105.

Anmeldekarten können angefordert werden bei OStR Erhard Vollberg, D-61 Darmstadt, Strohweg 32a.