

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 30 (1975)  
**Heft:** 2

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturüberschau

*Bibliography and Research Manual of the History of Mathematics.* Von KENNETH O. MAY. 818 Seiten. \$20.00. University of Toronto Press, 1973.

Eine Bibliographie zur historischen Entwicklung der Mathematik. Der erste Teil ist nach Mathematiker-Namen geordnet und enthält bibliographische Angaben über Leben und Werk der einzelnen Mathematiker; der zweite Teil ist nach Stichworten aus der Mathematik und deren Randgebiete geordnet. Anschliessend folgen Klassifikationen nach historischen und geographischen Gesichtspunkten.

H. WALSER

*Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler I.* Von J. BRENNER und P. LESKY. 323 Seiten. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main 1973.

Der vorliegende erste Teil der auf vier Teile geplanten Reihe enthält: Logische Grundlagen, ganze, rationale und reelle Zahlen, lineare Algebra, Matrizenrechnung, analytische Geometrie. Es wird somit ein Stoff behandelt, wie er in den Anfangssemestern für Studenten der Ingenieurwissenschaften, teilweise aber auch (besonders im Abschnitt über analytische Geometrie) in der Oberstufe an Mittelschulen angeboten wird; daher ist das Buch auch als Orientierungshilfe für Mittelschullehrer zu empfehlen. Didaktisch vorteilhaft ist, dass innerhalb eines Abschnittes jeder Schritt aus einer unmittelbaren Motivation folgt, die Darstellung aber dennoch übersichtlich bleibt. Der Schwerpunkt des Buches liegt in der Anwendbarkeit, den Rechenverfahren. Dazu sind jedem Abschnitt Übungsaufgaben beigegeben sowie am Schluss des Buches ein Anhang mit acht ALGOL-Programmen zur Illustrierung und Durchführung behandelte Rechenverfahren.

H. WALSER

*Infinite Linear Groups.* Von B. A. F. WEHRFRITZ. XIV, 229 Seiten. DM 59,-. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 76. Springer, Berlin 1973.

Die Gruppe aller invertierbaren  $n \times n$ -Matrizen über einem Körper besitzt viele Untergruppen. Die unendlichen unter ihnen bilden den Gegenstand des vorliegenden Ergebnisberichts. Unendliche lineare Gruppen sind auf der einen Seite speziell genug, um überhaupt erfolgreich angegangen zu werden, auf der andern Seite so reichhaltig, dass tiefliegende Ergebnisse zu Tage gefördert werden können. Dadurch können zum Beispiel gruppentheoretische Fragestellungen über allgemeine unendliche Gruppen zuerst an den linearen erprobt werden, sei es auch nur, um Gegenbeispiele zu finden. Es können aber auch Klassen von Gruppen untersucht werden, die in irgendeiner Weise mit unendlichen linearen verwandt sind. Schliesslich hat sich ein frühes Resultat von Mal'cev als entscheidend herausgestellt zu einem Brückenschlag zwischen unendlichen linearen und lokal endlichen Gruppen.

Das Buch des englischen Mathematikers ist eine sehr sorgfältig geschriebene, aber natürlich hochspezialisierte und technische Darstellung der heutigen Kenntnisse über unendliche lineare Gruppen und ihre Anwendungen in der Gruppentheorie. Der Leserkreis dürfte sich auf gegenwärtige und zukünftige Spezialisten der Theorie der unendlichen Gruppen beschränken.

P. WILKER

*Algebraic Systems.* Von A. I. MAL'CEV. XII, 317 Seiten. DM 88,-. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 192. Springer, Berlin 1973.

Unter einer algebraischen Struktur versteht man im allgemeinen eine Menge mit einer Anzahl auf ihr wirkender Operationen und erklärt – vielleicht etwas oberflächlich – Algebra als das Studium solcher Strukturen. Eine Menge mit einer Anzahl auf ihr erklärter Relationen heisst Relationenstruktur und ihr Studium wird im allgemeinen zur Modelltheorie gerechnet. Natürlich unterscheiden sich Funktionen und Relationen nicht wesentlich voneinander, weshalb algebraische und Relationenstrukturen, Algebra und Modelltheorie gar nicht scharf voneinander unterschieden werden können.

Das vorliegende Werk des weltbekannten, 1967 im Alter von 58 Jahren verstorbenen russischen Algebraiker-Logikers bringt eine Synthese der beiden Gebiete, die gewöhnlich unter dem Namen Universelle Algebra bekannt ist und zu der er selber namhafte Beiträge lieferte.

Das 1. Kapitel erläutert die grundlegenden Begriffe, während das zweite die klassischen algebraischen Strukturen: Gruppoide und Gruppen, Ringe und Körper, und Verbände vorstellt. Im 3. Kapitel kommt die Logik zum Zug in der Form von Sprachen 1. und 2. Stufe und von der Beziehung zwischen Formeln und algebraischen Systemen.

Das 4. Kapitel, das der Autor seinem ursprünglich 1951 begonnenen Buch später hinzufügte und das den Fortschritt der Theorie in den letzten zwanzig Jahren anzeigt, bringt die moderne Theorie der Ultraprodukte und ihrer Anwendungen, vor allem auf den Kompaktheitssatz der Modelltheorie, dessen Beweis durch den Autor im Jahre 1936 eine neue Ära der Modelltheorie einleitete. Weitere Abschnitte erläutern die Begriffe der elementaren Äquivalenz und Erweiterung, der Vollständigkeit und der A. Robinson'schen Modell-Vollständigkeit.

Eigentliche Schwerpunkte des Buchs sind die letzten beiden Kapitel, die Quasi-Varietäten bzw. Varietäten von algebraischen Systemen zum Gegenstand haben. Eine Varietät ist eine Klasse von Systemen, die durch Formeln der Form  $\forall x_1 \dots x_n F(x_1, \dots, x_n)$  definiert ist, wo  $F$  eine Gleichung oder ein Prädikat in den angegebenen Variablen darstellt (Beispiel: Gruppen). Eine Quasi-Varietät hingegen wird durch Formeln der Form  $\forall x_1 \dots x_n (F_1 \& F_2 \& \dots \& F_m \rightarrow F_{m+1})$  definiert (Beispiel: Halbgruppen mit Kürzungsregeln). Die beiden tiefgründigen Kapitel beweisen die Reichhaltigkeit und Bedeutung dieser Betrachtungsweise.

Das Buch ist nicht leicht zu lesen. An Voraussetzungen muss der Leser gute Kenntnisse der abstrakten Algebra und einigen Umgang mit logischen Sprachen mitbringen. Auf jeden Fall ist zum Verständnis des Gebiets harte Arbeit nötig, denn der Autor macht es dem Leser nicht leicht. Gnadenlos folgen sich Definitionen und Sätze, gelegentlich unterbrochen durch Beispiele, hingegen fehlen die so geschätzten einleitenden Erläuterungen und Vorbereitungen in etwas gemächlicherem Stil, die das Studium des unerhört gehaltvollen Werks etwas erleichtert hätten. Eine – allerdings nicht sehr umfangreiche – Sammlung von Problemen ergänzt die Lektüre. P. WILKER

*Introduction to the Theory of Bases.* Von JÜRGEN T. MARTI. XII und 149 Seiten. DM 32.–. Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 18. Springer-Verlag Berlin–Heidelberg–New York 1969.

Inhalt: I. Linear transformations. II. Convergence of series in Banach spaces. III. Bases for Banach spaces. IV. Orthogonality, projections and equivalent bases. V. Bases and structure of the space. VI. Bases for Hilbert spaces. VII. Decompositions. VIII. Applications to the theory of Banach algebras. IX. Some results on generalized bases for linear topological spaces. Bibliography. Index.

Die im Jahre 1932 von Stefan Banach aufgeworfene Frage, ob jeder separable vollständige normierte Vektorraum eine Schauder-Basis besitze, hat seitdem das Interesse zahlreicher Mathematiker auf sich gezogen. Es entstand in der Folge eine umfangreiche Literatur, welche der Autor des vorliegenden Werkes systematisch ordnet. Im Jahre 1972 konnte das Banachsche Basisproblem negativ entschieden werden (vgl. P. Enflo, *Acta Math.* Uppsala 130 (1973) 309–317).

Durch klare Gliederung und einen sehr gut lesbaren Stil gelingt es unseres Erachtens dem Autor in hervorragender Weise, dem Leser ein Bild von diesem neueren Teilgebiet der Mathematik zu vermitteln. Eine grosse Bibliographie gestattet im Bedarfsfall den Rückgriff auf die Originalarbeiten. [Für eine vom Autor selbst angebrachte Berichtigung vgl. *Math. Reviews* 45 (1973) Nr. 7449.]

Es sei schliesslich vermerkt, dass ungefähr zu gleicher Zeit der erste Band des breiter angelegten Werkes von I. Singer [vgl. *El. Math.* 27 (1972) p. 71] erschienen ist. J. RÄTZ

*Lineare Optimierung.* Von GUNTHER ZEMKE. VIII, 148 Seiten. DM 29.80. Vieweg, Braunschweig 1971.

Mit dem Buch «Lineare Optimierung» von Gunter Zemke ist die reichhaltige Literatur zu diesem Thema weiter vermehrt worden. Das Buch richtet sich auch an Leser, die unbelastet sind durch Vorkenntnisse in linearer Optimierung. Der Autor behandelt nach einer Einführung in die Matrizenrechnung und die Theorie linearer Gleichungssysteme die primale, die duale und die revidierte Simplexmethode. Dabei geht er auch auf Spezialfälle ein. Dem mathematisch weniger geschulten Leser werden dabei die vielen graphischen Darstellungen, Ablaufschemen und Beispiele sowie die ausführliche Niederschrift der Matrizen zum besseren Verständnis der Theorie sehr von Nutzen sein. Das Buch schliesst mit einem Kapitel über Transportprobleme, in welchem ein für solche Probleme geeigneter Algorithmus aus der Simplexmethode abgeleitet wird. Jedes Kapitel schliesst mit einer Serie von Übungsaufgaben, zu welchen ebenfalls die Lösungen am Schluss des Buches zu finden sind. Das Buch ist sicher jedem nützlich, der die Grundlagen der linearen Optimierung erarbeiten will und bereit ist, dafür einige Zeit zu investieren. H. BAETSCHMANN

*Basic Mathematics.* Von S. LANG. 475 Seiten. £4.65. Addison-Wesley, Reading Mass. 1971.

Das Buch bringt einen Auffrischkurs in elementarer Algebra und Geometrie, der in den untersten Hochschulsemestern angeboten wird, motiviert durch den unterschiedlichen mathematischen Standard der angehenden Studenten. Er enthält lediglich Mittelschulstoff, allerdings auf leicht gehobenem Niveau, was besonders in den beigegebenen Aufgaben zum Ausdruck kommt. Aus dem Stil, der den Leser immer wieder persönlich anspricht, ist das pädagogische Geschick des Verfassers deutlich herauszuspüren. Besondere Beachtung verdient der originelle, die übliche Langatmigkeit vermeidende Einstieg in die Geometrie, bei dem man schon in Kürze zum Satz von Pythagoras vorstösst. Es wird hier ein Weg aufgezeigt, der zwar nicht an gewöhnlichen Mittelschulen, wohl aber an Maturitätsschulen für Erwachsene mit der bekannt ungenügenden Stundenzahl gegangen werden könnte. – Das Buch kann für Schülerbibliotheken als Nachschlagewerk, sowie auch für Autodidakten, bestens empfohlen werden. Im Unterricht lässt es sich kaum verwenden, da es zu sehr auf amerikanische Verhältnisse zugeschnitten ist. W. HÖHN

*Projektive Abbildungsgeometrie.* Von JOSEF MALL. 178 Seiten mit 25 Figuren, DM 24,80. Beiträge für den mathematischen Unterricht, Heft 6. Bayerischer Schulbuch-Verlag, München 1971.

Die vorliegende Schrift ist primär zur Verwendung in Arbeitsgemeinschaften auf der Oberstufe des Gymnasiums gedacht. Daneben dürfte damit aber auch die in der Bundesrepublik mit wechselndem Erfolg realisierte Kollegstufe anvisiert sein, die es möglich macht, in den zentralen Fächern einzelne Vertiefungsschwerpunkte zu setzen. Zugleich möchte der Autor den Mathematiklehrern Anregungen für den Unterricht in die Hand spielen und das Interesse vermehrt auf die projektive Geometrie lenken.

Die Schrift behandelt die ebene reelle projektive Geometrie in vorwiegend analytischer Manier und unter Zugrundelegung des Abbildungsbegriffes. Sie ist in folgende Kapitel gegliedert: Die Elemente der projektiven Geometrie; Die lineare Abbildung auf einer Geraden und im Büschel; Die kollineare Abbildung in der Ebene; Bestimmung einer allgemeinen Kollineation und Zusammensetzung einer allgemeinen Kollineation aus einfacheren Abbildungen; Die Gruppeneigenschaften der allgemeinen Kollineation; Anwendung der allgemeinen Kollineation auf die Kegelschnittlehre.

Das Heft ist zweifellos ein echter Beitrag zur Didaktik des Geometrie-Unterrichtes. Insbesondere ist es ein Verdienst des Verfassers, dass er abbildungsgeometrische Ansätze in der Schulgeometrie über die bis jetzt davon erfassten Bereiche hinaus in die projektive Geometrie fortsetzt. Erfreulicherweise geht er nicht streng axiomatisch vor, was ihm erlaubt, sich primär mit geometrisch motivierten Fragen auseinanderzusetzen. Aber vielleicht gerade deswegen hinterlässt diese Schrift auch ein leichtes Unbehagen. Auf der einen Seite erwartet nämlich der Leser bei einem Lehr- und Arbeitsbuch für die Oberstufe, dass dieses auf einer einigermaßen klaren begrifflichen Basis aufbaut. Ein solches Fundament ist aber leider nicht vorhanden. So fehlt zum Beispiel eine solide Einführung der projektiven Ebene, was bekanntlich einige didaktische Probleme aufwirft. Auch wird nirgends klar gesagt, was unter einer Strecke zu verstehen ist; Strecke und Masszahl einer Strecke werden nicht unterschieden. Soweit der Autor mit inhomogenen Koordinaten arbeitet, gelingt es ihm, die «Zahl  $\infty$ » fast überall zu vermeiden, aber wie er jeweils zu seinen Aussagen über uneigentliche Elemente gelangt, ist oft sehr schleierhaft. Es fehlt zum Beispiel auch die Definition des Doppelverhältnisses für den Fall, dass von 4 Punkten einer uneigentlich ist. Dies sind meines Erachtens ernsthafte Lücken didaktischer Art. Andererseits ist der Autor etwas der Vielologie verfallen. Er leuchtet recht viele Winkel der projektiven Geometrie aus, muss aber damit in Kauf nehmen, dass er zum Teil die Dinge nur oberflächlich angehen kann. So ist zum Beispiel die Zerlegung einer Affinität in das Produkt aus zwei Perspektivitäten keineswegs so problemlos, wie dies die wenigen Bemerkungen auf Seite 99 vermuten lassen. Ein grösserer Tiefgang, praktiziert an weniger Stoff, wäre für Lehrer und Schüler ein Gewinn. Ich möchte ohnehin bezweifeln, dass ein deutsches Gymnasium vorhanden ist, an dem sich auch nur die Hälfte des vorgelegten Stoffprogramms realisieren lässt.

Auf der Positivseite der Bilanz müssen noch die rund 240 Übungsaufgaben verbucht werden, die über das ganze Heft verteilt sind. Gleichzeitig mit dieser Schrift ist auch ein 60seitiges Beiheft erschienen, in dem die Lösungen sämtlicher Aufgaben ausführlich beschrieben sind. Dies erleichtert natürlich die Arbeit mit diesem Lehrmittel ganz wesentlich. M. JEGER

*Unterhaltsame Logik.* Von O. ZICH und A. KOLMAN. 84 Seiten. 15 Abbildungen. 4,40 MDN. Mathematische Schulbücherei, Nr. 51. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1971.

Das aus dem Tschechischen übersetzte Heft will auf amüsante Weise reifere Schüler in die Aussagenlogik und in die Mengenalgebra einführen. Das Hauptgewicht liegt bei den vielen Anwendungsbeispielen, die allesamt der sogenannten Unterhaltungsmathematik entnommen sind. In didaktischer Hinsicht ist diese Einseitigkeit bei der Auswahl der Aufgaben etwas schade, denn es kann dabei leicht der Eindruck entstehen, als seien Aussagenlogik und Mengenalgebra ausgesprochene Komponenten der Unterhaltungsmathematik. In der Symbolik hält sich die Schrift im mengenalgebraischen Teil nicht ganz an die sich nun allmählich abzeichnende Norm. Dies dürfte jene Schüler etwas irritieren, die in der Schule bereits etwas von diesen Dingen gehört haben. Für den Lehrer vermag die Schrift manche wertvolle Anregung zur Unterrichtsgestaltung zu vermitteln.

M. JEGER

*Applied Mathematics: An Introduction.* Von H. POLLARD. 100 Seiten. £1.75. Addison-Wesley, Reading, Mass. 1972.

Der Autor geht von der Behauptung aus, dass die meisten Mathematikvorlesungen von «reinen» Mathematikern gegeben werden, und daher dem Mathematikstudenten fast keine Alternative zur Faszination des Denkens in abstrakten Strukturen geboten wird. Sein zentrales Anliegen ist es denn, den Studenten für angewandte Fragestellungen zu interessieren. Um dieses Grundziel zu erreichen, behandelt er einige einfache aber wichtige Probleme aus der theoretischen Mechanik und mathematischen Physik, so führt er ins Zweikörperproblem ein, in die Lagrange-Hamilton-Mechanik, in die Variationsrechnung. Des weiteren werden die Laplace-, die Wellen- und die Wärmeleitungsgleichung untersucht. Um das gestellte Ziel ohne Umschweife zu erreichen, wird auf die Bereitstellung jeglichen Apparates völlig verzichtet und die Betrachtungen nur so weit geführt, wie dies die Mittel der ersten zwei Semester ohne Mühe erlauben. Zahlreiche (einfache) Übungsfragen sollen den Leser zur Mitarbeit anspornen.

An wen richtet sich das Bändchen? Ich würde sagen: An Studenten als reizvolle Ferienlektüre und Vorbereitung auf die Vorlesungen über theoretische Mechanik und Methoden der mathematischen Physik!

U. KIRCHGRABER

*Algebraic Theory of Automata.* Von F. GÉCSEG und I. PEAK. 362 Seiten. \$13.-. Akadémiai Kiado, Budapest 1972.

Für einen ersten Zugang zur Theorie der Automaten ist zweifellos die Vorstellung einer abstrakten Maschine, welche in Zeitschritten arbeitet und Zeichenfolgen liest und schreibt, sehr nützlich. Doch, was dahintersteckt, das sind schliesslich gewisse Mengen, welche eine spezielle algebraische Struktur besitzen. Dabei werden durch die direkt aus den Definitionen folgenden Beziehungen immer weiterreichendere Strukturen induziert.

Nach einem einführenden Kapitel wird vor allem die Algebra der Wortmengen über einem endlichen Alphabet recht ausführlich behandelt, insbesondere die wichtigen Zusammenhänge zwischen regulären Mengen und endlichen Automaten. Nebst einigen speziellen Automatentypen kommen die Zusammensetzung von Automaten und den durch diese erzeugten Abbildungen zur Sprache, ferner auch die Endomorphismen und Automorphismen von Automaten.

Entsprechend der Zielsetzung des Buches fehlt die Querverbindung zu den Produktionsgrammatiken und zur Theorie der rekursiven Funktionen.

P. LÄUCHLI

*Einführung in die Programmierung digitaler Rechenautomaten.* Von F. R. GÜNTSCH und H. J. SCHNEIDER. 320 Seiten. DM 58,-. De Gruyter, Berlin 1972.

Das ursprünglich von Güntsch verfasste Buch wurde für diese 3. Auflage von Schneider völlig neu überarbeitet und dem heutigen Stand des Einsatzes von Grossrechnern angepasst. So wird zwar immer noch der grundsätzliche Aufbau eines Rechenautomaten und dessen interne Befehlsstruktur beschrieben (anhand der Telefunkenmaschine TR 440); doch liegt das Schwergewicht bei der Einführung in die Programmierung durchaus auf den problemorientierten Sprachen. Als Beispielsprache wurde ALGOL 60 gewählt, das sich dank seiner sauberen und übersichtlichen Konzeption recht gut dazu eignet, dem Anfänger die Grundideen des Programmierens nahezubringen.

Das Buch beschränkt sich nun allerdings nicht darauf, die für den «Normalbenutzer» einer Rechenanlage notwendigen Kenntnisse zu vermitteln, sondern es wird abgerundet durch die Darstellung einiger wichtiger Hintergründe aller modernen Software. Dazu gehören: Assembler, Compiler, Parallelbetrieb auf verschiedenen Niveaus, Betriebssysteme.

P. LÄUCHLI