

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 30 (1975)  
**Heft:** 1

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturüberschau

*Geometry, Physics, and Systems.* Von ROBERT HERMANN. 304 Seiten. \$17.50. Dekker, New York 1973.

Nach einer Einführung in die moderne Form der Theorie differenzierbarer Mannigfaltigkeiten werden einige klassische Gegenstände der Physik (Analytische Mechanik, Mechanik der Kontinua, Thermodynamik) in dieser Sprache dargestellt. Der formale Aufwand zur Erklärung allgemeiner Zusammenhänge ist jedoch so gross, das Physiker und Ingenieure (für die das Buch sich anbietet) schwerlich Geschmack an dieser Stilform finden werden. Die interessanten Probleme sind ja meist in irgend einem Sinn singulär und werden daher nicht diskutiert – so zum Beispiel Phasengleichgewichte in der Thermodynamik.

W. HUNZIKER

*Einfall und Überlegung.* Beiträge zur Psychologie des mathematischen Denkens. Von B. L. VAN DER WAERDEN. 3., erweiterte Auflage. 36 Seiten. Fr. 8.–. Birkhäuser, Basel 1973.

In diesem Heft sind vier Aufsätze vereinigt, die der Autor seinerzeit einzeln in den Bänden 8, 9 und 25 dieser Zeitschrift publiziert hat: Einfall und Überlegung in der Mathematik; Inhalt und Oberfläche der Kugel nach Archimedes; Beweis der Vermutung von Baudet; ein Satz über räumliche Fünfecke. – Allen vier Aufsätzen ist ein zentrales Anliegen gemeinsam: Was geschieht, wenn ein Mathematiker die Lösung eines Problems sucht, wie findet man die Lösung? Jeder Freund der Heuristik und vor allem auch jeder Lehrer der Mathematik, der seine Schüler zum Lösen von Problemen hinführen will, wird mit Freude und grossem Gewinn zu dieser Publikation greifen.

R. INEICHEN

*Einführung in die Zahlentheorie.* Von A. SCHOLZ und B. SCHOENEBOG. 128 Seiten. DM 9,80. Sammlung Göschen Bd. 5135. 5. Auflage. Verlag W. de Gruyter, Berlin–New York, 1973.

Diese kleine Einführung in die Zahlentheorie in der Göschen-Sammlung scheint aufgrund der Auflagenzahl sehr beliebt zu sein. Das ursprüngliche Konzept von Scholz in den früheren Auflagen bestach vor allem durch die Prägnanz der Darstellung, frei von jedem axiomatischen Ballast und formalistischen Feuerwerk. Es ist erfreulich, dass der Bearbeiter nicht der Versuchung erlegen ist, den Stil der Zeit hineinzuwoben; er hat nur unwesentliche Änderungen vorgenommen.

Inhaltlich ist das Bändchen in folgende Kapitel gegliedert: I. Teilbarkeitseigenschaften, II. Kongruenzen und Restklassen, III. Quadratische Reste, IV. Quadratische Formen. Daraus ist ersichtlich, dass sich die Einführung auf einige ausgewählte Themenkreise beschränkt. Aber gerade darin und in der leichten Lesbarkeit liegt wohl der hohe Kurswert des Bändchens begründet.

M. JEGER

*Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff.* Von F. BACHMANN. 380 Seiten mit 160 Figuren. DM 78.–. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 96, 2. Auflage. Springer-Verlag Berlin–Heidelberg–New York, 1973.

Eine geometrische Struktur zeigt besonders starke Verflechtungen mit ihrer Automorphismengruppe, wenn man den zentralen geometrischen Objekten (Punkte, Geraden) involutorische Transformationen (Spiegelungen) zuordnen kann. Bachmanns Buch behandelt die Theorie solcher geometrischer Systeme in der Dimension 2. Kernthema ist die ebene absolute Geometrie mit ihren drei klassischen Zweigen, nämlich der euklidischen, der elliptischen und der hyperbolischen Geometrie.

Das Buch erschien 1959 in erster Auflage (Vgl. *El. Math.* 1963/1). Es fasste die im wesentlichen von der Kieler Geometerschule getragenen Entwicklungen erstmals zusammen und gab damit neue Anstösse für die moderne Grundlagenforschung im Bereiche der Geometrie. Im Vorwort zur russischen Übersetzung, die 1969 erschienen ist, schrieb I. M. Jaglom die folgenden Worte: «Das Buch ist eine wissenschaftliche Untersuchung, die man unbestreitbar zu den grössten Ereignissen auf dem Gebiet der Grundlagen der Geometrie seit Jahrzehnten rechnen darf». Treffender kann man die Bedeutung dieses Buches kaum umschreiben.

Die Bachmann'sche Spiegelungsgeometrie war einige Zeit vergriffen. Für die nun vorliegende 2. Auflage liess der Autor das alte Konzept weiterbestehen. Die seit dem Erscheinen der 1. Auflage eingetretene rege Entwicklung findet darin ihren Niederschlag in einem zusätzlichen Ergebnisbericht im Umfang von rund 60 Seiten. Auch die neuere Literatur ist in einem besondern Nachtrag zusammengestellt.

M. JEGER

*Discrete Models.* Von DONALD GREENSPAN. 165 Seiten. \$16.00. Addison-Wesley, Reading Mass. 1973.

Der Verfasser geht von der Tatsache aus, dass physikalische Erkenntnis durch die drei Stufen, Messung, Modellbildung, Voraussage gewonnen wird.

Da Voraussagen durch den Einsatz von Digital-Computern gewonnen werden und auch Messungen digitale Aussagen darstellen, haben die erste und die dritte Stufe prinzipiell diskreten Charakter. Da hingegen die Modelle der klassischen Physik durchwegs in Differentialgleichungen münden, sind die drei Stufen inkonsistent. Um diese Inkonsistenz zu beseitigen, schlägt der Verfasser für etliche physikalische Probleme (Schwingungsprobleme, Drei- und Mehrkörperprobleme, Kontinuumsmechanik, spezielle Relativitätstheorie) diskrete Modelle vor. Die klassischen Begriffe Zeit, Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft usw. werden durch naheliegende, diskrete Analoga ersetzt, anstelle der Newton'schen Bewegungsdifferentialgleichungen treten «Bewegungsdifferenzgleichungen». Bemerkenswert ist, dass die Begriffe so definiert sind, dass die Bewegungsdifferenzgleichungen forminvariant sind bezüglich der Transformationen der Galileigruppe. Dies wiederum hat bekanntlich zur Folge, dass Erhaltungssätze gelten.

Das Buch enthält zahlreiche numerische Beispiele.

Der Rezensent ist der Meinung, dass der Studie (die, infolge der geringen mathematischen Anforderungen, leicht lesbar ist) vielleicht eine gewisse prinzipielle Bedeutung zukommt. Ob sie jedoch einen Fortschritt bringt bei der präzisen numerischen Beschreibung physikalischer Phänomene erscheint ihm zweifelhaft, glaubt er doch, dass die ermittelten Resultate etwa vergleichbar sind mit denjenigen, die die Trapezregel, angewandt auf die klassischen Differentialgleichungen, liefert.

U. KIRCHGRABER

*Invariant Imbedding and its Application to Ordinary Differential Equations. An Introduction.* Von MELVIN R. SCOTT. 215 Seiten. \$19.50. Addison-Wesley, Reading Mass. 1973.

Zur Grundidee der Methode schreibt der Autor: «The method involves generating a (family) of problems by means of a single parameter, where the basic properties of the system remain invariant under the generation of the family. The family then provides a means of advancing from one member, sometimes degenerate, to the solution of the original problem.»

Das Hauptmotiv für die Anwendung der «invariant imbedding method» ist deren Eigenschaft, Randwertprobleme in numerisch stabile Anfangswertprobleme zu transformieren.

Im ersten Kapitel werden die grundlegenden Ergebnisse der Theorie der Differentialgleichungen repetiert, im Kapitel 2 die klassischen numerischen Integrationsmethoden. Im dritten Kapitel wird die «invariant imbedding method» anhand von Transportproblemen eingeführt. Im nächsten Kapitel werden die grundlegenden Algorithmen der «invariant imbedding method» zur Lösung linearer inhomogener Randwertprobleme entwickelt. Kapitel 5 ist homogenen Problemen gewidmet. Im 6. Kapitel werden die Resultate der beiden vorherigen Kapitel in Zusammenhang gebracht mit der Fredholmschen Alternative. Im nächsten Kapitel wird gezeigt, dass die «invariant imbedding method» benutzt werden kann, um nicht-stabile Anfangswertprobleme in stabile Anfangswertprobleme zu transformieren. Im Kapitel 8 werden die Methoden von Kapitel 4 und 5 auf Systeme verallgemeinert. Das letzte Kapitel ist nichtlinearen Randwertproblemen gewidmet. Das leicht lesbare, mit vielen Beispielen ausgestattete Buch wendet sich an Ingenieure, Physiker, angewandte Mathematiker. Es dürfte einen nützlichen Beitrag darstellen zur Abklärung der Bedeutung dieser umstrittenen Methode.

U. KIRCHGRABER

*Vorlesung über Variationsrechnung.* Von HELMUT EPHESER. 184 Seiten. DM 18,-. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1973.

Die Vorlesung ist in drei Kapitel gegliedert, von denen das erste der Einführung in die Problemstellung, das zweite der Theorie der ersten Variation und das dritte einem vertieften Ausbau gewidmet ist.

Das erste Kapitel wird eröffnet durch eine kurze Rekapitulation der Verfahren, die zur Lösung gewöhnlicher Extremwertaufgaben dienen. Es folgt die Schilderung von zahlreichen klassischen Fragestellungen der Variationsrechnung. Der letzte Paragraph bringt die strenge mathematische Formulierung der Probleme der Variationsrechnung und ihre Einordnung in die Funktionalanalysis.

Das zweite Kapitel bringt die Aufstellung der ersten Variation, die Euler-Gleichungen, den Übergang zu kanonischen Differentialgleichungen, einen Abschnitt zur Lösung dieser Gleichungen.

Im abschliessenden Paragraphen werden, im Gegensatz zu den vorangegangenen Abschnitten, die Randpunkte variiert.

Das dritte Kapitel ist dem Problemkreis hinreichender Bedingungen gewidmet. Zunächst gibt der Autor die Caratheodorische Herleitung der berühmten Legendreschen Bedingung, dann wird die Theorie der Extremalenscharen und Extremalenfelder entwickelt, die Weierstrass'sche Fundamentalformel hergeleitet und eine hinreichende Extremumsbedingung eingeführt. Es folgt die Behandlung der zweiten Variation, die Begründung der Jacobischen Bedingung und somit die Formulierung von notwendigen und von hinreichenden Bedingungen für ein schwaches lokales Minimum. Der letzte Abschnitt ist den Weierstrass'schen Bedingungen für ein starkes lokales Minimum gewidmet.

In zwei Anhängen schliesslich befasst sich der Autor einerseits mit den sogenannten Kurvenproblemen, andererseits gibt er einen kurzen Ausblick in die direkten Methoden der Variationsrechnung.

Das Bändchen ist gekennzeichnet durch seinen konsequenten logischen Aufbau und die tadellose Gliederung des Stoffes. Sehr instruktiv sind die einführenden Betrachtungen, am Beginn jedes Paragraphen, die eine vorzügliche Vorschau auf den zu behandelnden Stoff geben. Nicht zuletzt ist der Leser auch für zahlreiche historische Bemerkungen dankbar. **URS KIRCHGRABER**

*Kombinatorik, Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, Ergebnisse.* Von M. JEGER und R. INEICHEN. 72 Seiten. Fr. 7.—. Orell Füssli Verlag, Zürich 1973.

Mit erstaunlich kleiner zeitlicher Verschiebung ist nun bereits das Ergebnisheft zur Aufgabensammlung gleichnamigen Titels erschienen. Damit ist dem Lehrer auch die Möglichkeit gegeben, die anspruchsvolleren Aufgaben im Kapitel Kombinatorik in Angriff zu nehmen. Angenehm fällt auf, wie sorgfältig und detailliert z.T. die Lösungen ausgearbeitet sind. Auf Seite 8 findet sich eine Berichtigung von gemeldeten Druckfehlern in der 1. Auflage der Aufgabensammlung. **H. LOEFFEL**

*Imbeddings Methods in Applied Mathematics.* Von J. CASTI und R. KALABA. 306 Seiten. \$8.50. Addison Wesley, Reading 1973.

Die Autoren stellen fest, dass viele Probleme der Mathematischen Physik, der Ingenieurwissenschaften, der Biologie und der Ökonomie Probleme sind, bei denen die Lösung durch mehrere Randwerte bestimmt sind. Nun sind Digitalrechner im allgemeinen für die numerische Lösung von Anfangswertproblemen sehr geeignet, nicht aber a priori für die Lösung solcher Randwertprobleme. Die im Buch propagierte numerische Lösungsmethode für die Klasse dieser letztgenannten Probleme, die im Titel erwähnte Methode der invarianten Einbettung, benützt eine Idee aus der Strahlungstransporttheorie, um die Probleme in Anfangswertprobleme umzuformen und als solche auf dem Computer zu lösen. Nach einer Einführung über Differenzgleichungen und Anfangswertprobleme werden vor allem Zweipunktrandwertprobleme, Fredholmsche Integralgleichungen und Variationsprobleme behandelt. Im abschliessenden Kapitel wird noch vieles aus der Physik angewandt. Einige Kenntnisse aus der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen dürften für das Studium des Buches genügen. Die Autoren schlagen hier einen mehr formalen Weg ein, um die Methode einzuführen, und verweisen auf einen später zu erscheinenden zweiten Band, wo die strengen Beweise noch nachgeliefert werden sollten. **J. T. MARTI**

*Origins of Modern Algebra.* Von L. Novy. 252 Seiten. Dfl. 48.10. Noordhoff, Groningen 1973.

Das Buch behandelt die Entwicklung des algebraischen Gedankenguts ungefähr zwischen 1770 und 1870. In jener Periode wurden zum ersten Mal abstrakte algebraische Strukturen definiert und untersucht, und man kann wohl sagen, dass die Wurzeln der Evolution der Algebra dort verankert sind. Der Autor lässt den Leser an den begrifflichen Schwierigkeiten teilhaben, welche in der Mathematik damals auftraten. Zum Beispiel der Begriff der komplexen Zahl gab bekanntlich zu vielen philosophischen Spekulationen Anlass, und wurde wohl erst durch das Modell von Hamilton, wo komplexe Zahlen als geordnete Paare von reellen Zahlen definiert wurden, von seiner Obskurität befreit.

Ein grosser Teil des Buches ist der Entwicklung der Theorie der algebraischen Gleichungen gewidmet, mit vielen historischen Notizen und unzähligen Quellennachweisen, und es fällt einem auf, mit welcher Sorgfalt das Material verarbeitet wurde. **G. MISLIN**

*Topological Vector Spaces.* By A. P. ROBERTSON and W. ROBERTSON. VIII und 172 Seiten. £2.90. Second edition. Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 53. Cambridge University Press 1973.

Es handelt sich hier um die zweite Auflage des bekannten Werkes (1. Auflage 1964; deutsche Übersetzung der ersten Auflage: BI-Hochschultaschenbücher, Band 164/164a, Mannheim 1967), das auf kleinem Raum eine gehaltvolle, autonome und sehr gut lesbare Einführung in die Theorie der topologischen, vor allem aber der lokalkonvexen Vektorräume, vermittelt.

Die zweite Auflage unterscheidet sich von der ersten durch eine ergänzte Bibliographie und einen Anhang, in welchem eine neue Variante des closed graph theorem berücksichtigt ist; die entsprechende Theorie wurde in den späten Sechziger Jahren von M. De Wilde entwickelt.

J. RÄTZ

*Unternehmensforschung. Eine Einführung.* Von KLAUS BROCKHOFF. 121 Seiten. 19 Abbildungen. DM 18,-. Gruyter, Berlin 1973.

Das Buch ist aus Unterlagen zu einer Vorlesung entstanden und wendet sich an Leser mit mathematischen Kenntnissen, wie sie etwa bei Mathematik-, Ingenieur- oder Volks- und Betriebswirtschafts-Studenten für eine Einführung in das Operations Research vorausgesetzt werden. Trotz des kleinen Umfangs (nur 120 Seiten) wird auf die meisten Gebiete der Unternehmensforschung wenigstens so weit eingegangen, wie es für Verständnis und Benützung dieser Verfahren im Rahmen der allgemeinen betriebswirtschaftlichen und organisatorischen Planung heute nötig ist. Dafür ist auf Beweise generell verzichtet und an vielen Stellen auf weiterführende Literatur hingewiesen. Inhalt: Grundlagen der Optimalplanung, Gleichungsrestriktionen, lineare, quadratische und allgemein konvexe, ganzzahlige und dynamische Programmierung, Netzpläne, Warteschlangen, Spieltheorie, Simulation. Das Buch eignet sich als zeitsparende und doch relativ vollständige Einführung in die Methoden und Modelle des Operations Research. M. RÖSSLER

*The Theory of Partial Differential Equations.* Von SIGERU MIZOHATA. 490 Seiten. £12.50. Cambridge University Press, London 1973.

Auch wenn die vorliegende englische Übersetzung eines bereits 1965 erschienenen japanischen Buches die neuesten Entwicklungen der letzten Jahre nicht berücksichtigt, so gibt das Werk dennoch eine moderne, zudem systematisch aufgebaute, klare und gut lesbare Einführung in die Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Um dem Leser den Zugang zu den folgenden Theorien zu erleichtern, stellt der Autor in den beiden ersten Kapiteln die grundlegenden Tatsachen über Fourierreihen und Fouriertransformationen sowie die moderne Theorie der Distributionen dar. Im dritten Kapitel werden die Eigenschaften der Lösungen von elliptischen Randwertproblemen entwickelt. Im vierten Kapitel folgen Existenz- und Stetigkeitssätze der Lösungen des Cauchy'schen Anfangswertproblems, während im folgenden Kapitel der Fall von parabolischen Differentialgleichungen betrachtet wird. In den Kapiteln 6 und 7 stehen Existenzfragen der Lösungen von allgemeinen und speziell von semilinearen hyperbolischen Differentialgleichungen im Vordergrund, während im letzten Kapitel hauptsächlich die Konstruktion und die Eigenschaften von Green'schen Funktionen betrachtet werden. Das Buch richtet sich mit seiner funktional-analytischen Darstellung vor allem an reine Mathematiker und eignet sich infolge seiner nicht traditionellen Auswahl des Stoffes rehr gut als Ergänzung. H. R. SCHWARZ

*Lineare Geometrie.* Von HORST TIETZ. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage .VIII, 218 Seiten. 19 Figuren. DM 19,80. Uni-Taschenbücher, Bd. 248. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1973.

Die erste Auflage dieses Buches wurde in Band 24 (1969), Nr. 2, Seite 43 besprochen.

Die vorliegende zweite Auflage ist um eine elementare Darstellung der Hauptachsentransformation mit der Klassifizierung der Kurven und Flächen 2. Ordnung als Anwendung sowie um eine Behandlung der komplexen Zahlen und der Quaternionen erweitert worden. H. WALSER

## Mitteilung der Redaktion

Wir freuen uns, Herrn Prof. Dr. *H. E. Debrunner*, Prof. an der Universität Bern, als neuen ständigen Mitarbeiter begrüßen zu dürfen.