

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 29 (1974)
Heft: 1

Rubrik: Kleine Mitteilungen

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Kleine Mitteilungen

On a Problem of Rotkiewicz on Pseudoprime Numbers

A composite number k is called pseudoprime with respect to $a > 1$ if $k \mid a^k - a$. A pseudoprime number with respect to 2 is called simply a pseudoprime number. Let P_n be the n -th pseudoprime number. K. Szymiczek [3] proved that the series $\sum 1/P_n$ is convergent. A. Rotkiewicz in his survey [2] asked (problem 47) whether the series $\sum 1/\log P_n$ is convergent. Below we prove that the series $\sum 1/\log P_n(a)$, where $P_n(a)$ is the n -th pseudoprime number with respect to a , is divergent.

M. Cipolla [1] proved that if p is an odd prime number not dividing $a^2 - 1$ (e.g. $p > a^2$), then $(a^{2p} - 1)/(a^2 - 1)$ is a pseudoprime with respect to a . Therefore

$$\sum \frac{1}{\log P_n(a)} \geq \sum_{p > a^2} \frac{1}{\log (a^{2p} - 1)/(a^2 - 1)} \geq \sum_{p > a^2} \frac{1}{\log a^{2p}} = \frac{1}{\log a^2} \sum_{p > a^2} \frac{1}{p},$$

but the last series is divergent (see, e.g. E. Trost [4], theorem 23, p. 49), which completes the proof.

Andrzej Makowski, University of Warsaw, Warsaw, Poland

REFERENCES

- [1] M. CIPOLLA, *Sui numeri composti P, che verificano la congruenza di Fermat* $a^{P-1} \equiv 1 \pmod{P}$, Ann. Mat. pura appl. (3) 9, 139–160 (1904).
- [2] A. ROTKIEWICZ, *Pseudoprime Numbers and Their Generalizations*, University of Novi Sad, Faculty of Sciences, 1972.
- [3] K. SZYMICZEK, *On Pseudoprimes which are Products of Distinct Primes*, Amer. Math. Monthly 74, 35–37 (1967).
- [4] E. TROST, *Primzahlen*, Birkhäuser, Basel 1953.

On the Equation $\varphi(n + k) = 2\varphi(n)$

W. Sierpiński [1] proved that the equation $\varphi(n + k) = a\varphi(n)$ for $a = 1$ and for every positive integer k has at least one solution (φ denotes the Euler totient function). Here we prove the analogous result for $a = 2$.

Indeed, if $(k, 6) = 1$ we can take $n = 2k$; if k is even: $k = 2^l u$ ($l \geq 1$, u odd), we can take $n = 2^l u$; if k is odd and divisible by 3: $k = 6l + 3$, we can take $n = 2l + 1$.

The proof follows from the equalities

$$\varphi(2k + k) = \varphi(3k) = 2\varphi(k) = 2\varphi(2k) \text{ for } (k, 6) = 1,$$

$$\varphi(2^l u + 2^l u) = \varphi(2^{l+1} u) = 2^l \varphi(u) = 2\varphi(2^l u)$$

$$\varphi(2l + 1 + 6l + 3) = \varphi(4(2l + 1)) = 2\varphi(2l + 1).$$

Andrzej Makowski, University of Warsaw, Warsaw, Poland

REFERENCE

- [1] W. SIERPIŃSKI, *Sur une propriété de la fonction $\varphi(n)$* . Publ. Math. Debrecen 4, 184–185 (1956).