

Kleine Mitteilungen

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **29 (1974)**

Heft 1

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

Kleine Mitteilungen

On a Problem of Rotkiewicz on Pseudoprime Numbers

A composite number k is called pseudoprime with respect to $a > 1$ if $k \mid a^k - a$. A pseudoprime number with respect to 2 is called simply a pseudoprime number. Let P_n be the n -th pseudoprime number. K. Szymiczek [3] proved that the series $\sum 1/P_n$ is convergent. A. Rotkiewicz in his survey [2] asked (problem 47) whether the series $\sum 1/\log P_n$ is convergent. Below we prove that the series $\sum 1/\log P_n(a)$, where $P_n(a)$ is the n -th pseudoprime number with respect to a , is divergent.

M. Cipolla [1] proved that if p is an odd prime number not dividing $a^2 - 1$ (e.g. $p > a^2$), then $(a^{2p} - 1)/(a^2 - 1)$ is a pseudoprime with respect to a . Therefore

$$\sum \frac{1}{\log P_n(a)} \geq \sum_{p > a^2} \frac{1}{\log (a^{2p} - 1)/(a^2 - 1)} \geq \sum_{p > a^2} \frac{1}{\log a^{2p}} = \frac{1}{\log a^2} \sum_{p > a^2} \frac{1}{p},$$

but the last series is divergent (see, e.g. E. Trost [4], theorem 23, p. 49), which completes the proof.

Andrzej Makowski, University of Warsaw, Warsaw, Poland

REFERENCES

- [1] M. CIPOLLA, *Sui numeri composti P, che verificano la congruenza di Fermat* $a^{P-1} \equiv 1 \pmod{P}$, Ann. Mat. pura appl. (3) 9, 139–160 (1904).
- [2] A. ROTKIEWICZ, *Pseudoprime Numbers and Their Generalizations*, University of Novi Sad, Faculty of Sciences, 1972.
- [3] K. SZYMICZEK, *On Pseudoprimes which are Products of Distinct Primes*, Amer. Math. Monthly 74, 35–37 (1967).
- [4] E. TROST, *Primzahlen*, Birkhäuser, Basel 1953.

On the Equation $\varphi(n + k) = 2\varphi(n)$

W. Sierpiński [1] proved that the equation $\varphi(n + k) = a\varphi(n)$ for $a = 1$ and for every positive integer k has at least one solution (φ denotes the Euler totient function). Here we prove the analogous result for $a = 2$.

Indeed, if $(k, 6) = 1$ we can take $n = 2k$; if k is even: $k = 2^l u$ ($l \geq 1$, u odd), we can take $n = 2^l u$; if k is odd and divisible by 3: $k = 6l + 3$, we can take $n = 2l + 1$.

The proof follows from the equalities

$$\varphi(2k + k) = \varphi(3k) = 2\varphi(k) = 2\varphi(2k) \text{ for } (k, 6) = 1,$$

$$\varphi(2^l u + 2^l u) = \varphi(2^{l+1} u) = 2^l \varphi(u) = 2\varphi(2^l u)$$

$$\varphi(2l + 1 + 6l + 3) = \varphi(4(2l + 1)) = 2\varphi(2l + 1).$$

Andrzej Makowski, University of Warsaw, Warsaw, Poland

REFERENCE

- [1] W. SIERPIŃSKI, *Sur une propriété de la fonction $\varphi(n)$* . Publ. Math. Debrecen 4, 184–185 (1956).