

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 28 (1973)  
**Heft:** 4

**Rubrik:** Kleine Mitteilungen

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Ungelöste Probleme

**Nr. 56.** Wir stellen die folgende Frage: Lässt sich ein eigentlicher Eikörper des gewöhnlichen Raumes durch drei paarweise aufeinander orthogonal stehende Ebenen in acht volumgleiche Teile zerlegen?

Es ist zu bemerken, dass die Existenz solcher Achtelungen durch drei Ebenen, die aber die Orthogonalitätsbedingung nicht notwendigerweise erfüllen, bereits sichergestellt worden ist. Vgl. hierzu die Note «Simultane Vierteilung zweier Körper» des Aufgabenstellers, Archiv der Mathematik 17, 274–278 (1966), Seite 274. Dort ist übrigens ersichtlich, dass eine zweiparametrische Schar derartiger Achtelungen zur Verfügung steht, die eventuell eine solche enthalten dürfte, die unsere Bedingung erfüllt.

Die vorausgesetzte Konvexität des Körpers, der aber positives Volumen aufweisen muss, ist hier kaum wesentlich, doch könnte sie vielleicht die erforderlichen Schlüsse vereinfachen.

Man beweise oder widerlege die in Frage stehende Aussage.

H. Hadwiger

### Nachtrag zu Nr. 53

Berichtigung zur Arbeit «Über geschlossene Raumkurven ohne einbeschriebenes Parallelogramm», El. Math. 28, 14 (1973).

Wie die Herren P. Krauchthaler und T. Zamfirescu bemerkt haben, sind den angegebenen geschlossenen Raumkurven doch Parallelogramme einbeschrieben. Das Problem ist also weiterhin offen.

G. Ewald

## Kleine Mitteilungen

### Eine Bemerkung zu total beschränkten Mengen

Im weiteren sei  $(R, d)$  ein fester metrischer Raum und  $I := [0, 1]$ . Jede Teilmenge von  $R$ , die sich als das Bild einer stetigen Abbildung von  $I$  in  $R$  darstellen lässt (= *Peanosche Teilmenge von  $R$* ), ist total beschränkt. Wir geben hier eine weitere Klasse von Abbildungen an, die dieselbe Eigenschaft besitzt.

Es sei  $E$  die Menge aller endlichen Teilmengen von  $I$ , wobei wir annehmen, dass für jedes  $\gamma := \{t_1, t_2, \dots, t_n\} \in E$  stets  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  ist. Für jede (nicht notwendig stetige) Abbildung  $f: I \rightarrow R$  setzen wir

$$v_f(\gamma) := \sum_{i=1}^{n-1} d[f(t_i), f(t_{i+1})] \quad (\gamma \in E)$$

und

$$L(f) := \sup_{\gamma \in E} v_f(\gamma);$$

$f$  heisst *rektifizierbar*, wenn  $L(f) < \infty$  ist.

*Lemma.* Jede Menge  $Q \subseteq R$ , die sich als Bild einer rektifizierbaren Abbildung von  $I$  in  $R$  darstellen lässt (= *rektifizierbare Teilmenge von  $R$* ), ist total beschränkt.

*Beweis.* Ist  $Q$  nicht total beschränkt, so gibt es ein  $r_0 > 0$  mit der folgenden Eigenschaft: Zu jeder natürlichen Zahl  $m$  gibt es Punkte  $q_1, q_2, \dots, q_m \in Q$  mit

$$q_j \notin \bigcup_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^m B(q_i, r_0) \quad (1 \leq j \leq m);$$

d.h., es ist  $d(q_i, q_j) \geq r_0$  für  $i \neq j$ . Dabei ist  $B(q, r)$  die abgeschlossene Kugel mit dem Mittelpunkt  $q \in R$  und dem Radius  $r \geq 0$ . Für jede Abbildung  $f: I \rightarrow R$  mit  $f(I) = Q$  ist somit  $v_f$  unbeschränkt und daher  $L(f) = \infty$ .  $Q$  kann daher nicht rektifizierbare Teilmenge von  $R$  sein. q.e.d.

*Anmerkung.* Dieses Lemma verallgemeinert Lemma 2 in [2] und beantwortet zugleich eine dort noch offen gebliebene Frage im positiven Sinn.

Zum Abschluss formulieren wir das folgende

*Problem.* Man charakterisiere die rektifizierbaren Teilmengen aus  $R$  durch metrische Eigenschaften.

MaW., welche metrischen Eigenschaften muss eine total beschränkte Teilmenge  $Q$  von  $R$  besitzen, so dass eine Abbildung  $f: I \rightarrow R$  mit  $f(I) = Q$  existiert, für die  $v_f$  beschränkt ist. Das Vorbild zu dieser Fragestellung liefert der bekannte Satz von HAHN-MAZURKIEWICZ (z.B. [1], 337), der eine rein *topologische* Charakterisierung der Peanoschen Teilmengen eines *topologischen* Hausdorffraumes angibt

R. Z. Domiaty, Graz.

## LITERATUR

- [1] H. F. CULLEN, *Introduction to General Topology* Boston, 1968).  
 [2] R. Z. DOMIATY, *Zur Topologisierung metrischer Räume*, II. Proc. Colloq. Topology, Keszthely, 1972 (im Druck).

## Aufgaben

**Aufgabe 673.** Let  $\Phi$  denote a permutation of  $Z_n = \{1, 2, \dots, n\}$  and let  $F(\Phi)$  denote the number of fixed points of  $\Phi$ . Show that

$$\sum_{\Phi} (F(\Phi))^k = n! A_k \quad (0 \leq k \leq n),$$

where  $A_k$  is the number of partitions of  $Z_k$  and the summation is over all permutations of  $Z_n$ .

L. Carlitz and R. A. Scoville, Durham, N. C., USA