Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 27 (1972)

Heft: 6

Rubrik: Literaturüberschau

Aufgabe 682. Let $a(1) = 1$, $a(2) = -1$. Take their negative and construct the sequence $a(1) = 1$, $a(2) = -1$, $a(3) = -1$, $a(4) = +1$. Again take the negative of this and construct the sequence,

$$a(1) = 1\,, \quad a(2) = -1\,, \quad a(3) = -1\,, \quad a(4) = +1\,, \quad a(5) = -1\,, \quad a(6) = +1\,,$$

$$a(7) = +1, \quad a(8) = -1$$

and continue the process. Determine when $a(m) = +1$ and when it is -1.

J.M. Gandhi, Macomb, Illinois, USA

Aufgabe 683. Man ermittle alle Kegelschnittkurven, die eine gegebene Ellipse in vier reellen Schnittpunkten unter rechten Winkeln schneiden.

C. Bindschedler, Küsnacht, ZH

Aufgabe 684. Es seien m, n natürliche Zahlen. Einen geschlossenen Polygonzug im (m, n)-Geflecht (für $m = 2$, $n = 4$ vgl. Figur 1) nennen wir eine *Runde*, falls seine einzigen Richtungsänderungen auf der dem Geflecht umschriebenen Rechteckslinie stattfinden (vgl. Figur 2). Zwei Runden, die aus denselben Strecken bestehen, sollen als gleich gelten. Man bestimme die Anzahl $r(m, n)$ aller Runden im (m, n)-Geflecht.

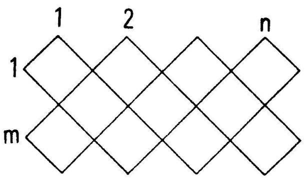

Fig. 1

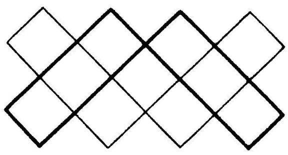
Fig. 2

M. Rätz (Amsterdam) und J. Rätz (Bern)

Literaturüberschau

Einführung in die Zahlentheorie. Von Rudolf Mönkemeyer. 138 Seiten. DM 12.80. Verlag Schroedel/Schöningh, Hannover-Paderborn, 1971.

Die elementare Zahlentheorie birgt in didaktischer Hinsicht ein vielfältiges Potential, das von der modernen Schulmathematik bis heute nur wenig genutzt worden ist. Viele zahlentheoretische Fragestellungen eignen sich vorzüglich zur Pflege des heuristischen Denkens. Andererseits kann dieser Bereich aber auch zur Motivation der einfachsten algebraischen Strukturen wie Gruppe, Ring und Körper herangezogen werden. Diese Möglichkeiten sind kaum übersehen worden. Dass sie nur in beschränktem Masse Eingang in die Schulmathematik gefunden haben mag vielleicht daran liegen, dass im deutschsprachigen Raum nur wenig Literatur zur elementare Zahlentheorie vorhanden ist. Es ist daher sehr zu begrüssen, dass nun das Buch von Mönkemeyer in einer Neubearbeitung wieder vorliegt. Es wurde um einige Kapitel erweitert und gleichzeitig aus dem bisherigen Rahmen von Ergänzungsschriften zu einem Unterrichtswerk herausgelöst.

Die Schrift ist in folgende Kapitel gegliedert: I. Grundbegriffe. II. Teilbarkeitsfragen. III. Die Primzahlfunktion. IV. Zahlentheoretische Funktionen. V. Kongruenzen. VI. Dezimalbrüche. VII. Zahlenringe. VIII. Diophantische Approximationen. IX. Einige Probleme aus der additiven Zahlentheorie.

Im Gegensatz zu den meisten Hochschulvorlesungen über Zahlentheorie, aus denen kaum Anregungen für den Schulunterricht entnommen werden können, bringt der Autor also vorwiegend schulnahe Themen zur Sprache. Das Buch ist didaktisch geschickt abgefasst und mit einer Reihe von Übungsaufgaben versehen. Es ist vor allem als Lektüre für den Lehrer gedacht. Es ist aber auch dazu geeignet, dem Mathematik-Studenten eine erste Einführung in die Zahlentheorie zu vermitteln.

Im Hinblick auf die vom Autor angestrebten Ziele bedauert der Didaktiker, dass die ganz elementare Zahlentheorie (Teilbarkeitsregeln, Neuner-Probe, Gesetzmässigkeiten bei der Dezimalbruch-Entwicklung von rationalen Zahlen, Übergang zu andern Positions-Systemen) nur wenig zum Zuge kommt. Gerade in diesem Bereiche wäre der Schule eine Unterstützung ebenfalls sehr wertvoll. Schade ist, dass in der Neubearbeitung im einführenden Kapitel einige unpräzise Formulierungen stehengeblieben sind. Aber diese Schönheitsfehler fallen – gesamthaft betrachtet – nicht sehr ins Gewicht. Es ist zu hoffen, dass das hübsche Buch eine interessierte Leserschaft findet.

M. Jeger

Algebraic Geometry, Introduction to Schemes. Par I. G. MacDonald. 113 pages. W. A. Benjamin, Inc., New York – Amsterdam, 1968.

Ce livre peut servir d'introduction au langage des schémas développé par Grothendieck en géométrie algébrique. Des notions élémentaires d'algèbre et de géométrie suffisent en principe à la compréhension des premiers chapitres, où l'auteur décrit les faisceaux, les schémas et la cohomologie. Malheureusement seuls les résultats élémentaires sont démontrés. Le dernier chapitre, d'un niveau tout différent, est consacré au théorème de Riemann-Roch, évidemment sans démonstrations.

M. A. Knus

Elementary Combinatorial Analysis. Von Martin Eisen. 233 Seiten. $17.–. Notes on mathematics and its applications. Gordon and Breach, New York–London–Paris 1969.

Die modernen Anwendungen der Mathematik liegen heute mehr und mehr im Bereich des Finiten. Dies hat in den letzten Jahren zu neuen und interessanten Entwicklungen geführt. Im angelsächsischen Raum ist unter der Bezeichnung Combinatorial Mathematics geradezu ein neuer Zweig der Mathematik entstanden, der bereits weit über die klassische Kombinatorik hinaus gediehen ist.

Das vorliegende Buch ist eine Einführung in die abzählende Kombinatorik, wobei der Autor vor allem die Anwendungen in der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung im Auge hat. Die einzelnen Kapitel tragen folgende Überschriften: 1. Permutationen und Kombinationen. 2. Die polynomische Entwicklung. 3. Erzeugende Funktionen. 4. Das Prinzip des Ein- und Ausschaltens. 5. Anwendungen der Kombinatorik in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 6. Die Möbiusfunktion und das Theorem von Pólya.

Die ersten 5 Kapitel sind in einem vorwiegend heuristischen Stil geschrieben. Der Autor entwickelt die verschiedenen Abzählmethoden an konkreten Problemstellungen und bringt daran anschliessend gleich eine Reihe von weitern Beispielen. Dies führt zu einer Abzähltheorie, die in enger Beziehung zu den Anwendungen steht. Bei diesem Vorgehen muss man allerdings da und dort einige mathematische Unzulänglichkeiten in Kauf nehmen. So ist zum Beispiel die Methode der Abzählung mit Hilfe von Potenzreihen weder funktionentheoretisch (Standpunkt der erzeugenden Funktionen) noch algebraisch (Standpunkt der formalen Potenzreihen) ausreichend fundiert. Das Buch kann aber dennoch als erste Einführung in die abzählende Kombinatorik empfohlen werden, insbesondere dann, wenn der Leser an diesen Fragen gar nicht interessiert ist. Auf einem wesentlich anspruchsvolleren Niveau steht das letzte Kapitel, weil hier die Algebra unumgänglich wird. Auch führt der Autor an dieser Stelle verschiedentlich an die aktuelle Forschung heran. Etwas unklar ist die Zusammenlegung der Theorie von Pólya (Abzählung von Figuren-Äquivalenzklassen in bezug auf bestimmte Permutationsgruppen) mit Untersuchungen über die Möbiusfunktion, zumal diese beiden Gegenstände nur äusserst lose zusammenhängen.

Eine wertvolle Bereicherung des Buches bilden die zahlreichen schönen Übungsaufgaben, die jedem Kapitel beigefügt sind; die Lösungen sind am Schlusse des Buches übersichtlich zusammengestellt.
M. JEGER

An Introduction to Nonassociative Algebras. Par RICHARD D. SCHAFER, X et 166 pages, $7.95. Pure and Applied Mathematics *22*. Academic Press, New York and London, 1966.

Sans être un traité exhaustif, ce livre donne une bonne introduction aux idées et aux méthodes utilisées dans l'étude des algèbres non-associatives de dimension finie sur un corps. Quelques notions d'algèbre sont indispensables pour la lecture de cet ouvrage.

L'auteur rappelle tout d'abord les théorèmes de structure classiques des algèbres associatives et des algèbres de Lie. Ces résultats serviront de modèles en théorie non-associative. Après un chapitre sur les algèbres non-associatives arbitraires, l'auteur étudie surtout deux classes d'algèbres, les algèbres alternatives, avec l'exemple type des algèbres de Cayley, et les algèbres de Jordan. Quelques pages sont aussi consacrées aux algèbres de puissances associatives. Parmi les applications, citons la construction de certains types d'algèbres de Lie simples comme algèbres des dérivations d'algèbres non-associatives. Il faut également signaler la bibliographie très complète.
M. A. KNUS

Algebraic Surfaces. Par OSCAR ZARISKI. XI et 270 pages, DM 54,–. Ergebnisse der Mathematik Vol. 61, deuxième édition augmentée, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1971.

Cette monographie fut à sa parution en 1935 le premier exposé cohérent et systématique des résultats de l'école italienne sur les surfaces algébriques. Dans la nouvelle édition, le texte original n'a pas été changé, mais des appendices écrits par Mumford, Abhyankar et Lipman ont été ajoutés en fin de chapitres. Un des buts de ces appendices est de faire le lien entre la terminologie moderne et la terminologie italienne. Dans presque chaque appendice sont également discutées l'extension des résultats en caractéristique p et la généralisation aux variétés de dimensions supérieures. Les immenses progrès dans l'étude des singularités n'ont malheureusement pas pu être décrits dans le cadre limité de cette nouvelle édition. Signalons encore l'importante mise à jour de la bibliographie.
M. A. KNUS

Eléments de géométrie algébrique. Par A. GROTHENDIECK. Rédigés avec la collaboration de J. Dieudonné. IV, Etude locale des schémas et de morphismes de schémas (Quatrième partie), 361 pages, $15.75, Publications mathématiques, No. 32, Institut des hautes études scientifiques, Le Bois-Marie, Bures-sur-Yvette.

Ce volume est le huitième dans la série, inaugurée en 1960, des Eléments de géométrie algébrique. Le but de ces Eléments est de donner un exposé systématique des fondements de la géométrie algébrique à l'aide du langage des schémas. Douze chapitres sont prévus et ce volume marque la fin du quatrième. Des parties plus avancées existent sous forme de séminaires et sont en cours de parution dans les Lecture Notes de Springer. Signalons finalement la préparation d'une nouvelle édition des Eléments dans la collection jaune de Springer. Le premier volume, consacré au chapitre I, Le langage des schémas, a déjà paru (Grundlehren Vol. 166, Springer, Berlin, Heidelberg et New York, 1971).
M. A. KNUS

Cours de mathématiques du premier cycle. Par JACQUES DIXIMIER. 2 volumes, VIII et 472 pages, VIII et 361 pages. Fr. 44.– et fr. 33.–. Cahiers scientifiques 30 et 32. Gauthier-Villars, Paris 1967 et 1968.

Ce cours correspond essentiellement au programme enseigné en France pendant les deux premières années d'université. Seul manque le calcul des probabilités. Chaque volume est divisé en trois parties: algèbre, analyse et géométrie. La présentation est claire et systématique, mais parfois un peu aride. Il n'y a pas beaucoup d'exemples. Un recueil d'exercices adapté à ce cours est promis dans la même collection. La plupart des résultats donnés sont démontrés. Parmi les exceptions dans le premier volume, on peut citer le théorème des fonctions implicites et le théorème d'existence des solutions d'une équation différentielle ordinaire d'ordre un.

Le premier volume commence par une introduction à l'algèbre et à l'algèbre linéaire. La partie d'analyse comporte le calcul différentiel et intégral des fonctions d'une variable, mais sans

M

séries, puis le calcul différentiel des fonctions de plusieurs variables. La représentation des courbes et des surfaces est l'objet de la troisième partie.

Dans le deuxième volume, on donne tout d'abord quelques compléments d'algèbre linéaire (réduction des matrices, formes bilinéaires et multilinéaires, etc.). En analyse viennent les séries, les systèmes d'équations différentielles, les applications différentiables, les formes différentielles, les intégrales multiples, la formule de Stokes et finalement un chapitre sur les fonctions holomorphes. L'intégrale multiple est introduite pour les fonctions boréliennes, mais sans toutes les démonstrations. La formule de Stokes est présentée de façon rigoureuse et dans un cadre non simplicial. En géométrie, l'auteur étudie la longueur et la courbure d'une courbe puis les courbes et les surfaces du second degré. M. A. KNUS

Eléments d'analyse, Vol. 1 et 2. Par JEAN DIEUDONNÉ. Vol. 1: XVI et 392 pages, Fr. 66.–. Vol. 2: 408 pages, Fr. 68.–. Cahiers scientifiques 28 et 31. Gauthier-Villars, Paris 1968.

Ce traité d'analyse, qui comportera quatre volumes, est un équivalent moderne des Traités de Jordan, Picard et Goursat. Il est recommandé à des étudiants qui ont au moins deux ans d'études derrière eux.

Bien qu'ayant choisi le style de Bourbaki, l'auteur a évité une présentation trop générale. Par exemple, il s'est limité aux espaces métrisables et séparables. Beaucoup d'exemples et de compléments sont donnés sous forme de problèmes. Chaque chapitre est précédé de commentaires toujours très intéressants.

Le premier volume reprend sans grands changements les bien connues «Foundations of Modern Analysis», Academic Press, New York and London, 1960. Brièvement, c'est une synthèse moderne de l'analyse classique élémentaire. Une analyse détaillée a été faite dans les «Elements» (21, p. 22 [1966]).

Le deuxième volume commence par quelques compléments de topologie et d'algèbre topologique. La théorie de l'intégration vient ensuite, présentée d'après l'exposé de Bourbaki, mais de façon simplifiée. Le chapitre suivant donne l'intégration dans les groupes localement compacts. Le dernier chapitre de ce volume est consacré aux algèbres normées et à la théorie spectrale des opérateurs. M. A. KNUS

Distributionen. Von LOTHAR JANTSCHER. 368 Seiten. DM 58.–. Walter de Gruyter, Berlin und New York. 1971.

Hier ist die meines Wissens erste deutschsprachige Einführung in die Theorie der (Schwartzschen) Distributionen. Eine besondere didaktische Schwierigkeit dieses Themas ist der (historisch bedingte) Gap zwischen der abstrakten Theorie und ihren vielfältigen Anwendungen in der (elementaren) mathematischen Physik. Jantscher hat dieses Problem auf meisterhafte Art gelöst. Bei aller mathematischen Strenge verliert er sich nicht in topologischen Subtilitäten, sondern liefert eine Theorie ab, deren Anwendbarkeit in Kapitelüberschriften wie «Laplacetransformation», «Differentialgleichungen» augenfällig wird. – In einem Anhang des Werkes finden sich die Lösungen zu den eingestreuten Aufgaben. CH. BLATTER

Mitteilung der Redaktion

Im Sinne eines Versuches soll der Umfang einzelner Hefte um 8 Seiten erweitert werden, damit vermehrt Beiträge zur Elementarmathematik und Didaktik publiziert werden können. Dieser Teil der Zeitschrift wird von Prof. Dr. M. Jeger (ETH Zürich) betreut. Der Versuch wird vorerst ermöglicht durch eine Subvention der Deutschschweizerischen Mathematik-Kommission des VSMP.