**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft
**Band:** 27 (1972)
**Heft:** 3

**Rubrik:** Literaturüberschau

**Aufgabe 671.** Man zeige, dass in jedem Dreieck für die Innenwinkel $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ gilt:

$$2\,(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) + \left(\tan^2\frac{\alpha}{2} + \tan^2\frac{\beta}{2} + \tan^2\frac{\gamma}{2}\right) \geq 4$$

mit Gleichheit genau im gleichseitigen Fall.

A. Bager, Hjørring, Dänemark

**Aufgabe 672.** Man zeige, dass in jedem Dreieck für die Innenwinkel $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ gilt:

$$\sin^3\alpha + \sin^3\beta + \sin^3\gamma \leq (\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma) \cdot \left(\sin^2\frac{\alpha}{2} + \sin^2\frac{\beta}{2} + \sin^2\frac{\gamma}{2}\right)$$

mit Gleichheit genau im gleichseitigen Fall.

A. Bager, Hjørring, Dänemark

**Problem 672 A.** Bekanntlich ist $1/2 + \ldots + 1/n$ für keine natürliche Zahl $n \geq 2$ ganzzahlig. Ich vermute, dass für $n \geq 5$ und jede ganze Zahl $N$ gilt: $|\,1/2 + \ldots + 1/n - N\,| > 1/[2, \ldots, n]$.

P. Erdös, Budapest

# Literaturüberschau

*Combinatorial Group Theory.* Von Wilhelm Magnus, Abraham Karrass und Donald Solitar. Interscience tracts in pure and applied mathematics, Vol. 13. 444 Seiten. Interscience Publishers, New York, London, Sydney 1966.

On trouve dans cet important ouvrage – dont le principal auteur Wilhelm Magnus est l'auteur du remarquable article sur la Théorie des groupes publié dans la seconde édition de l'Encyclopédie allemande des sciences mathématiques – un exposé des parties de la théorie des groupes dans lesquelles ceux-ci sont définis par des ensembles de générateurs et de relations caractéristiques. L'ouvrage est d'un niveau élevé et requiert chez le lecteur la connaissance des éléments de la théorie des groupes et de l'algèbre linéaire. Le livre se compose de six chapitres dont les cinq premiers comprennent de nombreux problèmes. Des résultats intéressants font souvent l'objet de ces exercices dont les plus difficiles comportent des indications quant à leur solution. La plupart des résultats énoncés dans ces cinq premiers chapitres sont démontrés rigoureusement. Certains résultats dont les démonstrations originales sont trop longues pour être reproduites intégralement sont cités sans démonstration avec indication du nom de leur auteur et le renvoi à des références. Le sixième et dernier chapitre est consacré à quelques développements récents. L'ouvrage est muni d'une copieuse bibliographie et d'un index.

Ce volume est dédié à la mémoire de Max Dehn (1878–1952) qui, avec d'autres topologistes, a contribué au développement des matières exposées dans ce livre.

Le premier chapitre expose les concepts de base concernant les groupes et leurs graphes. Le second chapitre parle des groupe quotients et des sous-groupes d'un groupe défini par des générateurs et des relations caractéristiques. Le chapitre 3 traite les transformations de Nielsen. Le quatrième chapitre a pour objet les produits libres et les produits libres avec amalgamations. Le cinquième chapitre est intitulé Calcul des commutations (en anglais: «Commutator calculus»). Il s'agit du calcul dont l'opération de base consiste à former le commutateur de tout couple ordonné d'éléments d'un groupe donné, opération appelée commutation. On trouve dans ce livre une foule d'idées nouvelles et il passionnera les chercheurs.

S. Piccard

*Computer Science: A First Course.* Von A. I. FORSITHE, TH. A. KEENAN, W. STENBERG. XVIII und 553 Seiten. John Wiley & Sons, Inc., New York 1969.

Das in Heft 2 dieses Jahrganges besprochene Werk der gleichen Autoren hatte den Zusatz «A Primer», ist also als kurzer Grundkurs gedacht, während das jetzt zu besprechende eine erweiterte Ausgabe darstellt. Rund die ersten zwei Drittel stimmen mit dem andern Werk überein, dann folgt die Erweiterung durch den neuen dritten Teil. Dieser ist nicht-numerischen Problemen gewidmet. Die wichtigsten Stichworte der neuen Kapitel lauten Bäume, Lists und Strings, Compiling. Sofern die nötige Zeit zur Verfügung steht, kann also direkt dieses Buch an Stelle des Grundkurses verwendet werden. E. R. BRÄNDLI

*FORTRAN für Anfänger.* Von M. CONSTAM. VI und 145 Seiten. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg 1971.

Als Heft 48 der Sammlung «Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems» ist dieser Lehrgang über das Programmieren erschienen. Er behandelt Basic-FORTRAN und ist übersichtlich und leicht lesbar. Die Beispiele erfordern wenig mathematische Kenntnisse. Das Buch ist also für einen grossen Kreis von Studenten geeignet. Leider ist die auf Seite 84 erteilte Ermahnung, die Programmierung ernst zu nehmen, nicht bis zur Drucklegung durchgehalten worden. So sind z.B. alle Seitenverweise, auch die des Inhaltsverzeichnisses, um eine Einheit zu klein.

E. R. BRÄNDLI

*Initiation à la théorie des nombres.* Par O. ORE. Collection «Science-Poche», No 17. 154 p. Paris, Dunod 1970.

Cet excellent petit livre est la traduction en français par M. R. Marchand de l'ouvrage de l'illustre professeur de l'Université de Yale paru en édition originale sous le titre «Invitation to number theory» chez Random House Inc., New York. L'A. s'adresse à des lecteurs qui possèdent des connaissances élémentaires d'algèbre et il pose sous une forme claire, simple, concise et séduisante quelques problèmes fondamentaux de la théorie élémentaire des nombres. Il donne en passant des renseignements historiques intéressants et les lecteurs de ce livre apprendront que le théorème de Pythagore $x^2 + y^2 = z^2$ où $x, y, z$ sont les longueurs des côtés d'un triangle rectangle, était connu des Babyloniens deux mille ans avant notre ère. Les carrés dits magiques sont présentés et expliqués d'une façon particulièrement limpide. L'ouvrage est divisé en huit chapitres: introduction, les nombres premiers, les diviseurs d'un nombre, plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple, le problème de Pythagore, les systèmes de numération, les congruences et quelques applications des congruences. Des problèmes sont posés en cours de route et on trouve à la fin du livre la solution de certains de ces problèmes, ainsi qu'une bibliographie et un index. S. PICCARD

*Graphes et hypergraphes.* Par C. BERGE. 502 pages. Paris, Dunod 1970.

M. CLAUDE BERGE, directeur de recherche au Centre national de recherche scientifique, à Paris, auteur d'un ouvrage renommé «Théorie des graphes et ses applications» qui a connu deux éditions françaises et qui a été traduit en de nombreuses langues (y compris la russe), présente un nouveau livre consacré au même sujet et où il fait le point des derniers résultats acquis dans la théorie des graphes finis. L'ouvrage se compose de deux parties. La première partie traite des graphes orientés dans le sens classique du terme. Elle se compose de 16 chapitres intitulés: généralités; nombre cyclomatique; chemin, centres, diamètre; problèmes de flots; caractérisation des degrés et des demi-degrés; couplages; c-couplages; connectivité; cycles hamiltoniens; recouvrement des arêtes par des chaînes; indice chromatique; nombre de stabilité; noyaux et fonctions de Grundy; nombre chromatique; graphes parfaits. La seconde partie, entièrement originale, traite des hypergraphes, notion qui généralise celle de graphe et qui permet de simplifier dans une large mesure les démonstrations et de généraliser les énoncés des théorèmes relatifs aux graphes. Un hypergraphe $H = (X, \mathfrak{E})$ est un couple formé d'un ensemble fini $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ et d'une famille $\mathfrak{E} = (E_i, i \in I)$ de parties de $X$, dont aucune n'est vide et dont la réunion est égale à $X$. Le nombre $n$ est dit l'ordre de l'hypergraphe, les éléments de $X$ en sont les sommets et les ensembles $E_i$ en sont les arêtes. La théorie des hypergraphes comprend cinq chapitres: hypergraphes conformes et non conformes; ensembles transversaux d'un hypergraphe; nombre chromatique d'un hypergraphe; hypergraphes équilibrés et unimodulaires matroïdes. Une bibliographie, liste des termes utilisés et un lexique français-anglais-allemand terminent cet important ouvrage qui fait autorité dans le domaine de la théorie des graphes. S. PICCARD

*Initiation aux processus aléatoires*. Par S. KARLIN. Traduit de l'anglais par Mme F. Rostand. 550 pages. Paris, Dunod 1969.

L'A. s'est posé pour but d'écrire un ouvrage d'introduction aux traités spécialisés sur les processus aléatoires. Il suppose connues les notions fondamentales du calcul des probabilités et commence par rappeler la terminologie et les notions de base qui permettent de définir et de traiter un processus aléatoire. L'ouvrage n'est pas exhaustif, il est d'un niveau assez élémentaire et laisse de côté les processus aléatoires stationnaires ainsi que les martingales. Plusieurs chapitres sont consacrés aux chaînes de Markov. l'A. s'occupe également des processus de Poisson, du mouvement brownien, des processus de ramification, de processus aléatoires composés, de processus génétiques et écologiques déterministes et aléatoires ainsi que de files d'attente. Plusieurs centaines de problèmes illustrent l'ouvrage destiné aussi bien aux étudiants en mathématiques qu'aux biologistes et aux économistes. S. PICCARD

*Algèbre moderne et activités humaines*. Par J. G. KEMENY, J. L. SNELLE, et G. L. THOMPSON. 3me édition entièrement revue et augmentée. Traduit de l'anglais par MM. M. C. Loyau et M. Didier. 421 pages. Paris, Dunod 1969.

Les auteurs ont mis sur pied un ouvrage élémentaire de mathématique moderne écrit spécialement à l'intention des biologistes, des psychologues, des sociologues et de tous ceux qui s'intéressent aux sciences humaines et ont recours à l'appareil mathématique pour la résolution de leurs problèmes. D'un niveau élémentaire et d'une grande clarté, cet ouvrage se borne à la mathématique finie. Il traite de calcul propositionnel, des ensembles et sous-ensembles, de partitions et arrangements, de théorie des probabilités, de vecteurs et matrices, de programmation linéaire et des applications à la science du comportement. L'ouvrage se termine par un index alphabétique. Il est illustré de nombreux exercices. Les réponses sont données aux exercices les moins faciles. Ce livre est accessible à un cercle très étendu de lecteurs. S. PICCARD

*Analyse non-archimédienne*. Von A. F. MONNA. VI und 119 Seiten. Fr. 46.70. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 56. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1970.

Inhalt: Préface. I. Corps valués. II. Analyse classique non-archimédienne (Séries, fonctions). III. Espaces vectoriels sur un corps valué non-archimédien. IV. Structure des espaces normés non-archimédiens. V. Espaces localement convexes. VI. Intégration. VII. Sujets variés. Bibliographie. Index terminologique. Notations.

Die nichtarchimedisch bewerteten Körper wurden lange Zeit in erster Linie im Rahmen der Zahlentheorie und Algebra betrachtet. Erst in den Vierzigerjahren dieses Jahrhunderts setzte ihre intensive Untersuchung unter dem Gesichtspunkt der Analysis ein: In zahlreichen Einzelarbeiten wurde inzwischen abgeklärt, inwieweit sich Resultate der reellen oder komplexen Analysis und Funktionalanalysis auf nicht-archimedisch (n.a.) bewertete Körper bzw. auf Vektorräume über solchen übertragen lassen; das reichhaltige Literaturverzeichnis vermittelt detaillierte Information hierüber. Da eine systematische Darstellung der n.a. Analysis in Buchform bisher gefehlt hat, schliesst das Buch von MONNA eine wirkliche Lücke. Der Verfasser, an der Entwicklung der n.a. Analysis wesentlich mitbeteiligt, hat ein Werk geschaffen, das wegen seiner guten Lesbarkeit auch dem Nichtkenner des Gebietes den Einstieg ermöglicht. Dem Kenner aber wird ein Ergebnisbericht im besten Sinne des Wortes in die Hand gelegt, in dem auch die Erwähnung ungelöster Probleme nicht fehlt. J. RÄTZ

*Zahlentheorie*. Von C. STANLEY OGILVY und J. T. ANDERSON. 136 Seiten mit 13 Abbildungen und 10 Tabellen. Das Wissenschaftliche Taschenbuch. W. Goldmann Verlag, München 1970.

Der Inhalt des vorliegenden Büchleins wird besser charakterisiert durch den Titel der 1966 erschienenen englischen Originalausgabe «Excursions in Number Theory». Es handelt sich nämlich nicht um ein Lehrbuch der Zahlentheorie sondern um eine Auswahl von besonders ansprechenden Resultaten aus den Sachgebieten Zahlenstrukturen, Primzahlen, Irrationalzahlen, Zahlenspiele, Kettenbrüche, Fibonaccizahlen. Vollständige Beweise werden nur gegeben, wenn sie ganz einfach sind. Begriffe und Sätze sind gut erklärt und durch Beispiele illustriert. In 13 Seiten Anmerkungen findet der Leser weitergehende mathematische Details sowie Literaturangaben. Das unterhaltsam geschriebene Büchlein ist sicher geeignet, der Zahlentheorie neue Freunde zuzuführen.

Bemerkung: Auf S. 94 wird die 23. Mersenne-Primzahl richtig angegeben, während auf S. 23 nur von 19 bekannten Mersenne-Primzahlen die Rede ist. E. TROST

*Vorlesungen über höhere Geometrie.* Von FELIX KLEIN. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 22. 3. Auflage. VIII und 405 Seiten mit 101 Abbildungen. DM 28.–. Springer Verlag, Berlin, 1926.

Der vorliegende Band ist ein 1968 hergestellter unveränderter Nachdruck der 3. Auflage von 1926.

Diese von W. BLASCHKE bearbeiteten und herausgegebenen Vorlesungen von FELIX KLEIN sind deshalb heute noch von Interesse, weil in ihnen die Ideen Kleins, die er zuerst in seinem «Erlanger Programm» entworfen hat, näher ausgeführt werden. J. M. EBERSOLD

*Schaltalgebra und digitale Grundschaltungen.* Von SEBASTIAN DWORATSCHEK. 127 Seiten. DM 12.–. Walter de Gruyter & Co. Berlin 1970

Der erste Teil, welcher fast zwei Drittel des Buches umfasst, behandelt die Schaltalgebra. Er enthält nicht nur Theorie sondern auch ca. 50 kleinere Aufgaben und Kontrollfragen. Die zugehörigen Lösungen finden sich jeweils eine oder zwei Seiten nach den Aufgaben. Leider wirken verschiedene sprachliche Unschönheiten – oder Druckfehler – störend.

Der zweite Teil stellt die elektronischen digitalen Grundschaltungen wie AND und OR als Diodenschaltungen, ferner NAND und NOR als Transistorschaltungen dar. 22 Aufgaben lockern auch diesen Teil auf. E. R. BRÄNDLI

*Bases in Banach Spaces I.* Von IVAN SINGER. 668 Seiten. DM 112.–. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 154. Springer-Verlag Berlin – Heidelberg – New York 1970.

Inhalt: Preface. I. The Basis Problem. Some Properties of Bases in Banach Spaces. II. Special Classes of Bases in Banach Spaces. 1. Classes of Bases not involving Unconditional Convergence. 2. Unconditional Bases and some Classes of Unconditional Bases. Notes and Remarks. Bibliography. Notation Index. Author Index. Subject Index.

In diesem ersten Band eines grossangelegten Ergebnisberichtes über den Stand der Theorie der Basen in Banachräumen – der zweite Band ist in Vorbereitung – ordnet der Verfasser die vorhandenen Resultate nach den in den obengenannten Untertiteln erkennbaren Gesichtspunkten. Ein solcher Bericht ist umso mehr gerechtfertigt, als die bisherigen Standardwerke der allgemeinen Funktionalanalysis die Fragen dieser Art nur eher am Rande behandeln konnten (auf das gleichzeitig und offenbar unabhängig entstandene Werk J. T. MARTI, Introduction to the theory of bases, Springer-Verlag 1969, wird in einem Nachtrag verwiesen). Auf der andern Seite ist längstens bekannt, dass die Existenz einer Basis in einem Banachraum einen Schlüssel für spezielle Konstruktionen und die Erörterung besonderer Fragen liefert (z. B. Kompaktheitskriterium für Teilmengen oder das *Grothendieck*sche Approximationsproblem für kompakte lineare Operatoren durch solche endlichen Ranges, ein für die Anwendungen hochwichtiges Problem). Die Theorie wird aber noch so lange eine bedeutende Lücke aufweisen, als das Basisproblem (Existenzfrage für Basen in beliebigen separablen Banachräumen) ungelöst ist. Es bleibt zu hoffen, dass die von I. SINGER vorgelegte Gesamtschau die Lösung dieses und anderer Probleme erleichtern hilft. Die äusseren Bedingungen dafür, die Klarheit der Präsentation eines immensen Ideenreichtums, sind jedenfalls gewährleistet. J. RÄTZ

*Topics in M-adic Topology.* Von S. GRECO und P. SALMON. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 58. VII und 74 Seiten. Springer Verlag 1971.

In seiner epochemachenden Arbeit «Dimensionstheorie in Stellenringen» hat WOLFGANG KRULL 1938 unter anderem die Begriffe der $M$-adischen Topologie und der Vervollständigung von kommutativen Ringen geschaffen. $M$ ist ein Ideal des Rings, dessen Potenzen $M^n$ zur Definition einer

Umgebungsbasis der 0 und damit einer Ringtopologie verwendet werden; der entstehende topologische Ring lässt sich dann vervollständigen (im Sinne der Konvergenz aller Cauchy-Folgen). Diese Methode ist in der Zwischenzeit zu einem wichtigen Werkzeug der kommutativen Algebra geworden und findet sich in den zahlreichen, in den letzten Jahren erschienenen Werken über dieses Gebiet beschrieben (z.B. N. BOURBAKI, Algèbre Commutative, Ch. 3, 1961; M. NAGATA, Local Rings, 1962; ATIYAH-MCDONALD, Introduction to Commutative Algebra, 1969; H. MATSUMURA, Commutative Algebra, 1970). Das Ziel des vorliegenden, nur 70 Seiten umfassenden Bändchens ist es, dem Leser eine Zusammenstellung aller relevanten Resultate zu bieten, insbesondere die Ergebnisse der Erforschung des Übergangs von einem Ring zu seiner Vervollständigung und umgekehrt (Verhalten von Ganzheit, Regularität, Faktorisierbarkeit, Normalität usw.). Obwohl keine Beweise gegeben werden, sondern nur auf die jeweilige Literatur verwiesen wird, haben die beiden italienischen Autoren (die einen ausnehmend klaren englischen Stil schreiben) ein sehr wertvolles Nachschlagewerk geschaffen, das insbesondere dem angehenden Algebraiker gute Dienste leisten wird. P. WILKER

*Eléments de Géométrie Algébrique. I.* Von A. GROTHENDIECK und J. A. DIEUDONNÉ, IX und 466 Seiten. Springer Verlag, Berlin 1971.

Im Jahre 1960 begannn die Herausgabe – als Publikationen des Institut des Hautes Etudes Scientifiques – des gigantischen Werks von Grothendieck-Dieudonné «Eléments de Géométrie Algébrique». Von den insgesamt geplanten 13 Kapiteln sind inzwischen 4 erschienen. Das vorliegende, 450 Seiten umfassende Buch der gleichen Autoren ist im wesentlichen eine erweiterte Neuauflage des 1. Kapitels (Le Langage des Schémas) der EGA. Wie bei diesen ist ein sehr wertvolles Kapitel 0 (Préliminaires) vorangestellt, in welchem die wichtigsten benötigten Grundbegriffe aus kategorischer Algebra, Topologie und kommutativer Algebra zusammengestellt wurden. Vielleicht noch wichtiger ist eine Einleitung, die eine Art historischen Werdegangs der algebraischen Geometrie enthält und dem Leser die geradezu zwangsläufig erfolgte Schaffung der Theorie der Schemas vor Augen führt. Der Hauptteil des Buchs ist dann wie in der ursprünglichen Publikation diesen Schemas gewidmet. Das ganze Werk soll 12 Kapitel umfassen. Nur dem Eingeweihten dürfte die Parallelführung der beiden EGA-Herausgaben klar sein. P. WILKER

*Geometrische Metamorphosen.* Von LOUIS LOCHER-ERNST. 112 Seiten mit 70 Figuren. Fr. 26.50. Philosophisch-Anthroposophischer Verlag, Dornach 1970

Mit dem Untertitel «Beiträge zu einer geisteswissenschaftlichen Metamorphosenlehre» hat die Mathematisch-Astronomische Sektion am Goetheanum Dornach eine Reihe von Aufsätzen, erschienen in verschiedenen Zeitschriften, und die bearbeitete Nachschrift eines Vortrages von LOCHER herausgegeben. Angeregt durch die Geisteswissenschaft Rudolf Steiners, befasste sich LOCHER intensiv mit der von Goethe begründeten Metamorphosenlehre. Die Tragweite dieser Lehre für das Verständnis des Lebendigen ist heute noch keineswegs voll erfasst. LOCHER bemühte sich, mit den Mitteln der Geometrie dem für die Metamorphosenlehre Interessierten das Verständnis und den Blick für Metamorphosen zu wecken. Die ersten vier Aufsätze dieses Bandes sind spezifisch der Idee der Metamorphosenlehre unter Bezugnahme auf die Geisteswissenschaft Steiners gewidmet; in den folgenden fünf sind die vorher angeführten mathematischen Ideen vom mathematischen Standpunkte aus dargestellt. Wir stossen vom Mathematischen aus gesehen in diesem Bande im wesentlichen auf zwei Kernpunkte. Der erste ist das Dualitätsprinzip der räumlichen projektiven Geometrie, das LOCHER nicht als statisches sondern als dynamisches Korrespondenzprinzip auffasst. Er zeigt nämlich, wie es möglich ist, eine Korrelation durch eine stetige Transformation zu vermitteln. Der zweite Kernpunkt besteht in einer dynamischen Veranschaulichung des Imaginären in der Geometrie. J. M. EBERSOLD

*Raum und Gegenraum.* Von LOUIS LOCHER-ERNST. 2. Auflage. 217 Seiten mit 205 Figuren. Fr. 28.–. Philosophisch-Anthroposophischer Verlag, Dornach 1970.

Diese ausserordentlich anregende «Einführung in die neuere Geometrie», die in ungewöhnlicher Weise den einseitig punktuellen Aspekt vermeidet und so besonders das geometrische Vorstellungsvermögen schult und bereichert, erschien erstmals 1957 und wurde in Band XIII (1958) der Elemente der Mathematik auf Seite 140 besprochen. Jetzt liegt nun die zweite durchgesehene Auflage vor. J. M. EBERSOLD